



CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM TRÍCH TỪ ĐỀ THAM KHẢO VÀ ĐỀ CHÍNH THỨC CỦA BỘ GIÁO DỤC TỪ NĂM 2017 ĐẾN NAY

Câu 1: **Câu 24 (101-2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			3		$-\infty$

A. $y = \frac{x+2}{x}$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = -2x^2 + 1$

Lời giải

Ta có : $y = -x^3 + 3x + 1$ có $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Vậy $x = \pm 1$ là các điểm cực trị của hàm số.

Câu 2: **Câu 12 (104-2023)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			3		$-\infty$

A. $y = -2x^2 + 1$.

B. $y = \frac{x+2}{x}$.

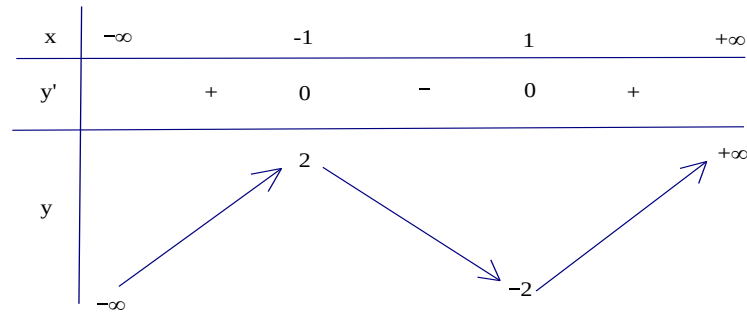
C. $y = x^4 - 3x^2$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Bảng biến thiên trên là đặc trưng của hàm số bậc 3.

Câu 3: **(MĐ 101-2022)** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:



A. $y = x^4 - 2x^2$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

D. $y = x^3 - 3x$.

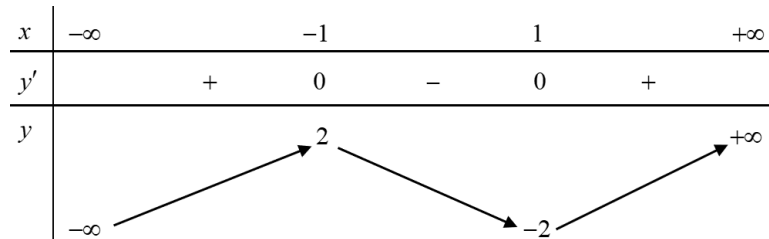
Lời giải

Chọn D

Hàm số có bảng biến thiên như trên, trong 4 đáp án đã cho phải là hàm bậc ba với $a > 0$.

Do đó ta chọn đáp án **D**.

Câu 4: (MĐ 102-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



A. $y = -x^3 + 3x$.

B. $y = x^3 - 3x$.

C. $y = -x^4 + 2x^2$.

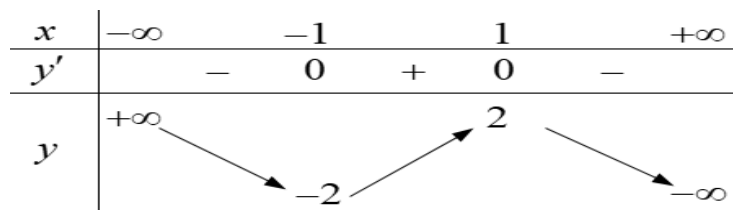
D. $y = x^4 - 2x^2$.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên $\Rightarrow y = f(x)$ là hàm bậc 3 có hệ số $a > 0$, nên **Chọn B**

Câu 5: (MĐ 103-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = -x^3 + 3x$.

C. $y = x^2 - 2x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Chọn B

Bảng biến đã cho là của hàm số $y = -x^3 + 3x$.

Câu 6: (MĐ 104-2022) Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau?



x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			2	
		-2			$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^2 - 2x$.

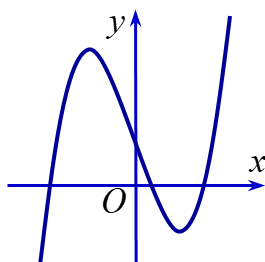
C. $y = -x^3 + 3x$.

D. $y = -x^2 + 2x$.

Lời giải

Chọn C

Câu 7: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

B. $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

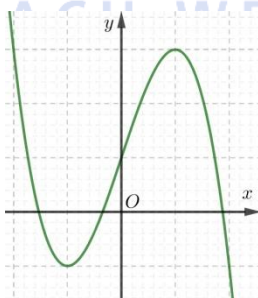
C. $y = -x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

D. $y = x^4 + 2x^2 + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Dựa trên hình dạng đường cong đã cho và các phương án, ta suy ra đường cong trên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2x + \frac{1}{2}$.

Câu 8: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^4 + 4x^2 + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$.

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên đây là đồ thị hàm bậc 3, mặt khác $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ nên $a < 0$.

Câu 9: (2020-2021 – ĐỢT 1) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 2$?

A. Điểm M(1;1).

B. Điểm P(1;2).

C. Điểm Q(1;3).

D. Điểm N(1;0).

Lời giải

Thay $x=1$ vào $y = x^3 - x + 2$ ta được $y = 1^3 - 1 + 2 = 2$.



Vậy điểm $P(1;2)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 10: (2020-2021 – ĐỢT 1) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$?

- A. Điểm $M(1;1)$. B. Điểm $N(1;2)$. C. Điểm $P(1;3)$. D. Điểm $Q(1;0)$.

Lời giải

Với $x = 1$, ta có: $y = 1^3 + 1 - 2 = 0$

Do đó điểm $Q(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số

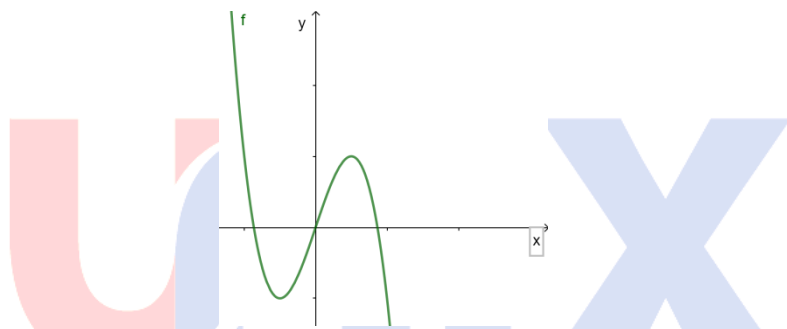
Câu 11: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 1$?

- A. Điểm $N(1;0)$. B. Điểm $P(1;2)$. C. Điểm $Q(1;3)$. D. Điểm $M(1;1)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào hàm số ta thấy tọa độ điểm $M(1;1)$ thỏa mãn.

Câu 12: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 2) Hàm số nào dưới đây có đồ thị đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^4 - x^2$. C. $y = \frac{2x+1}{x+2}$. D. $y = x^2 + x$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy có 2 cực trị và nhìn vào các phương án thì chỉ có đồ thị hàm bậc 3 có 2 cực trị nên đáp án là A

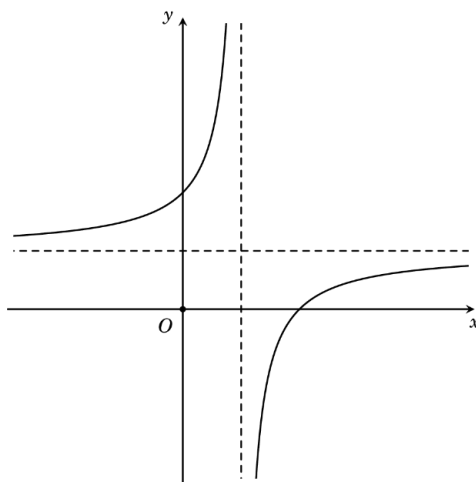
Câu 13: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 2) Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 1$?

- A. Điểm $Q(1;3)$. B. Điểm $M(1;2)$. C. Điểm $N(1;1)$. D. Điểm $P(1;0)$.

Lời giải

Thay $x=1$ vào hàm số ta được $y = 1^3 + 1 - 1 = 1$. Khi đó điểm $N(1;1)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 14: (MĐ 103 2020-2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước và $a \neq -1$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



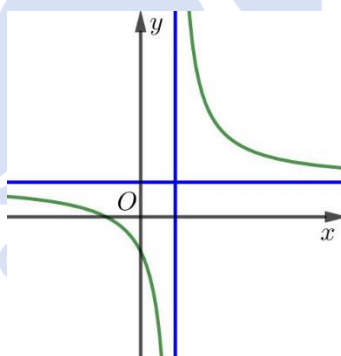
- A. $y' > 0, \forall x \neq 1$. B. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. C. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ nhận $x=1$ làm tiệm cận đứng.

Nhìn đồ thị hàm số, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Câu 15: (MĐ 104 2020-2021 – ĐỢT 1) Biết hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq -1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



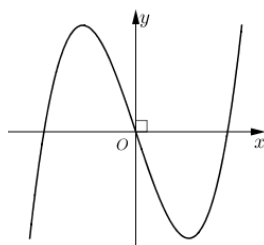
- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. B. $y' < 0, \forall x \neq 1$. C. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. D. $y' > 0, \forall x \neq 1$.

Lời giải

Ta có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $y' = \frac{-1-a}{(x-1)^2} \neq 0, \forall x \neq 1$.

Vì đồ thị hàm số là đường cong đi xuống (tính từ trái sang phải) trên từng khoảng xác định nên hàm số đã cho nghịch biến trên mỗi khoảng xác định. Vậy $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 16: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?





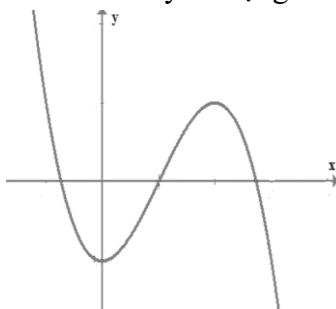
- A.** $y = x^3 - 3x$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^4 - 2x^2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 17: (Mã 101 - 2020 Lần 2) Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong hình bên



- A.** $y = x^4 - 2x^2 - 2$ **B.** $y = -x^3 + 2x^2 - 2$ **C.** $y = x^3 - 3x^2 - 2$ **D.** $y = -x^4 + 2x^2 - 2$

Lời giải

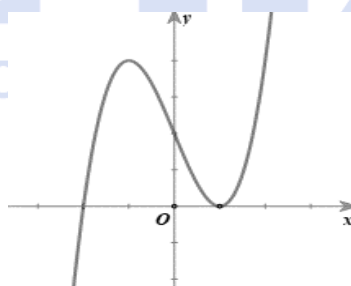
Chọn B

Qua đồ thị là hàm bậc 3 nên loại **A**, **D**.

Bên phải ngoài cùng của đồ thị đi xuống nên hệ số $a < 0$

$\Rightarrow$ loại đáp án **C**

Câu 18: (Mã 104 2017) Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



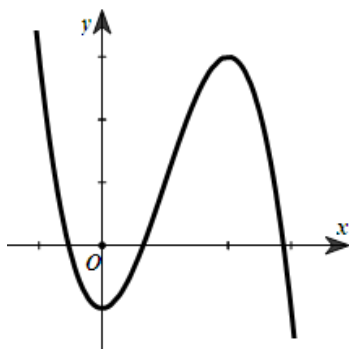
- A.** $y = -x^3 + 3x + 2$ **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$ **C.** $y = x^4 + x^2 + 1$ **D.** $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hình vẽ là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ thỏa mãn điều kiện trên.

Câu 19: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



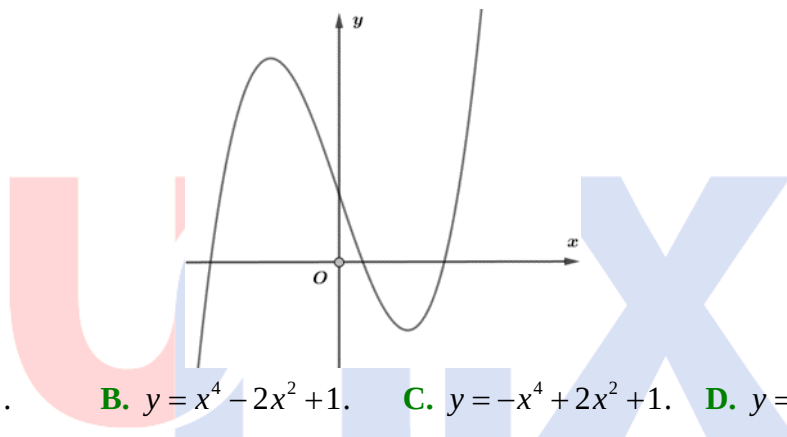
- A. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị có dạng đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số $a < 0$ nên đáp án D đúng.

Câu 20: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số dưới đây có dạng như đường cong bên?

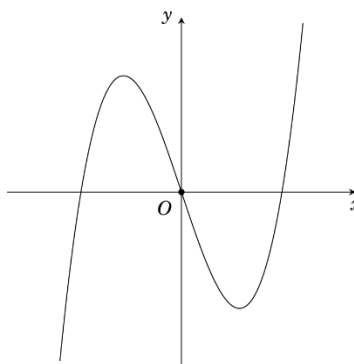


- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Câu 21: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



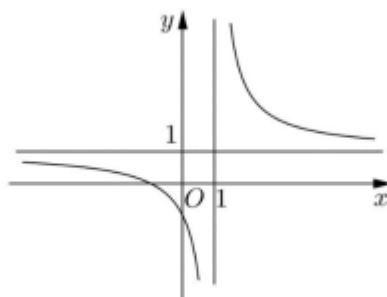
- A. $y = x^4 + 2x^2$. B. $y = -x^3 - 3x$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị của hàm số bậc ba với hệ số $a > 0$ nên Chọn C

Câu 22: (Đề Tham Khảo 2019) Đường con trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = x^4 + x^2 + 1$

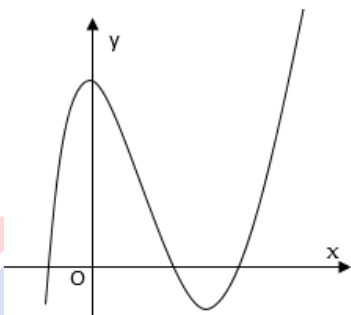
D. $y = x^3 - 3x - 1$

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x=1; y=1$

Câu 23: (Mã 101 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$

B. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$

C. $y = x^4 - 2x^2 + 3$

D. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

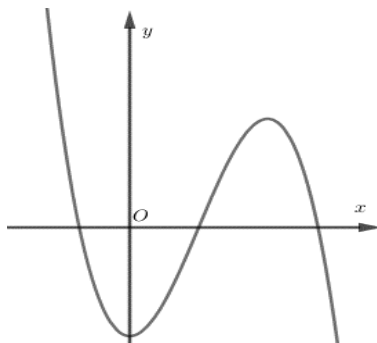
Lời giải

Chọn A

Dạng hàm bậc ba nên loại C

Từ đồ thị ta có $a > 0$. Do đó loại B, D.

Câu 24: (Mã 104 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^4 - x^2 - 2$

B. $y = -x^4 + x^2 - 2$

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$

D. $y = x^3 - 3x^2 - 2$

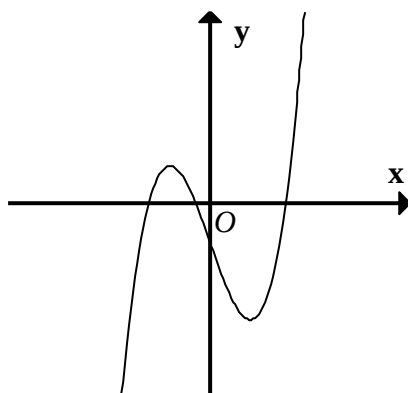
Lời giải

Chọn C



Dựa trên hình dáng đồ thị, ta loại $y = x^3 - 3x^2 - 2$ và $y = x^4 - x^2 - 2$ Mặt khác từ đồ thị, ta thấy $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên loại $y = -x^4 + x^2 - 2$

Câu 25: (Mã 103 2018) Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - 3x - 1$ B. $y = x^4 - 3x^2 - 1$ C. $y = -x^3 - 3x - 1$ D. $y = -x^4 + x^2 - 1$

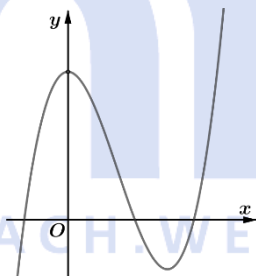
Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm số bậc ba nên loại A và B.

Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên D đúng.

Câu 26: (Mã 110 2017) Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



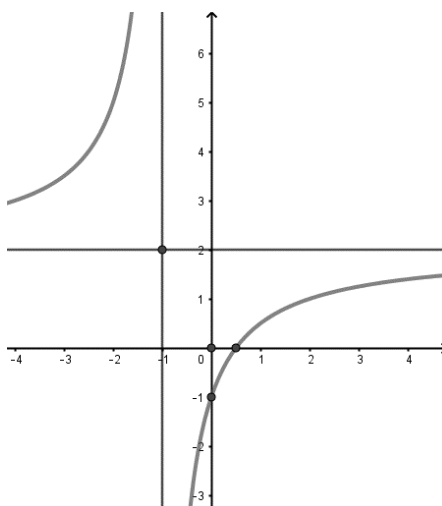
- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$ B. $y = x^3 - 3x^2 + 3$ C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy đây là hình ảnh đồ thị của hàm số bậc ba nên loại đáp án B và C; Mặt khác dựa vào đồ thị ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên hệ số của x^3 dương nên ta chọn đáp án $y = x^3 - 3x^2 + 3$

Câu 27: (Đề Tham Khảo 2017) Cho đường cong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$

B. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$

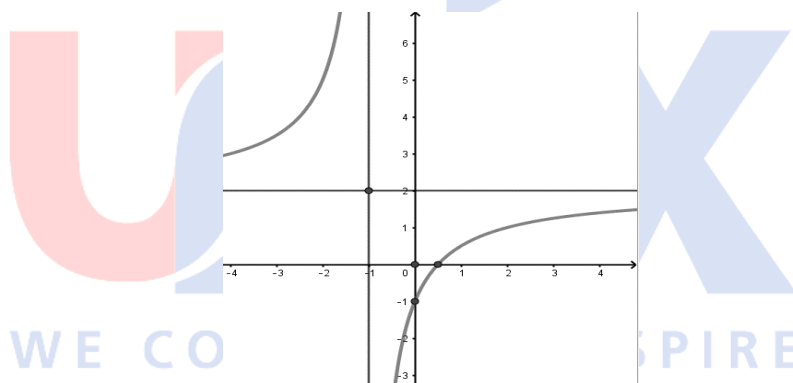
D. $y = \frac{2x-2}{x-1}$

Lời giải

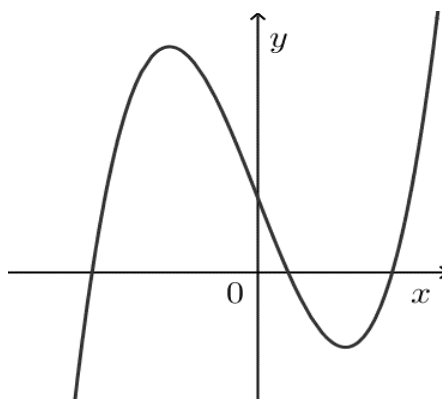
Chọn C

Dựa vào đồ thị suy ra tiệm cận đứng $x = -1$ loại C, D

Đồ thị hàm số giao với trục hoành có hoành độ dương suy ra **chọn B**



Câu 28: (Đề Minh Họa 2017) Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^4 - x^2 + 1$

D. $y = -x^2 + x - 1$

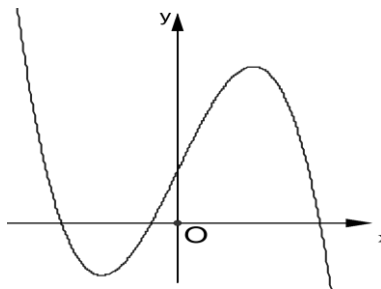
Lời giải

Chọn A



Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 29: (Mã 102 2019) Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$. C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

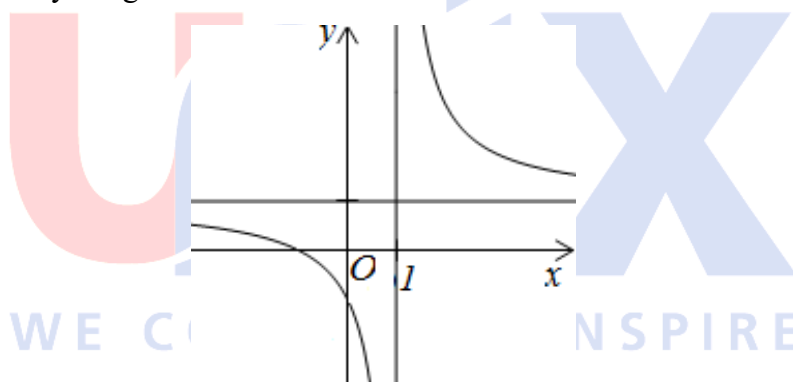
Lời giải

Chọn A

Trong bốn hàm số đã cho thì chỉ có hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ (hàm số đa thức bậc ba với hệ số $a < 0$) có dạng đồ thị như đường cong trong hình.

Câu 30: (Mã 123 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

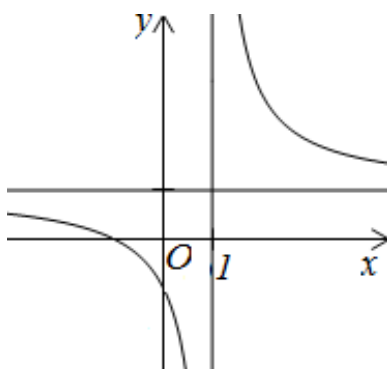


- A. $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ B. $y' > 0, \forall x \neq 1$ C. $y' < 0, \forall x \neq 1$ D. $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Lời giải

Chọn C

Ta có :



Dựa vào hình dáng của đồ thị ta được:

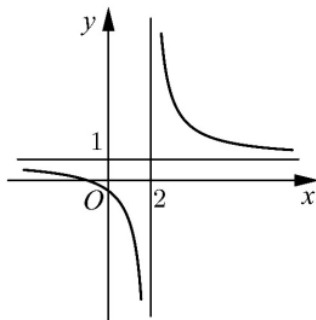
+ Điều kiện $x \neq 1$



+ Đây là đồ thị của hàm nghịch biến

Từ đó ta được $y' < 0, \forall x \neq 1$.

Câu 31: (Mã 105 2017) Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $y' > 0, \forall x \neq 1$

B. $y' < 0, \forall x \neq 1$

C. $y' < 0, \forall x \neq 2$

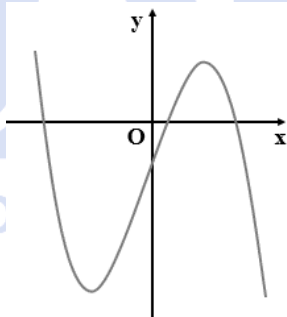
D. $y' > 0, \forall x \neq 2$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta nhận thấy tiệm cận đứng bằng 2, Hàm số nghịch biến vậy **chọn B**

Câu 32: (Đề Minh Họa 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + 3x + d$ ($a; d \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0, d > 0$.

B. $a < 0, d > 0$.

C. $a > 0, d < 0$.

D. $a < 0, d < 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a < 0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x=0$ là điểm nằm bên dưới trục hoành nên khi $x=0 \Rightarrow y=d < 0$.

Câu 33: (Đề Tham Khảo 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:



x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	1	$+\infty$	$-\infty$

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{c}{b}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{b}$.

Từ bảng biến thiên ta có:
$$\begin{cases} -\frac{c}{b} = 2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = b = -\frac{c}{2} \quad 1$$

Mặt khác: $f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2}$.

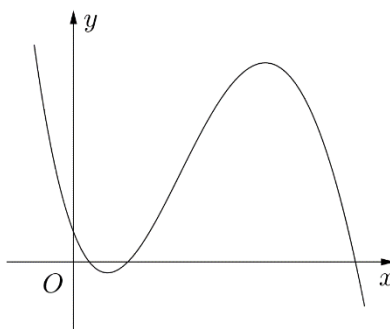
Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ nên

$$f'(x) = \frac{ac-b}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow ac-b > 0 \quad 2$$

Thay 1 vào 2, ta được: $-\frac{c^2}{2} + \frac{c}{2} > 0 \Leftrightarrow -c^2 + c > 0 \Leftrightarrow 0 < c < 1$.

Suy ra c là số dương và a, b là số âm.

Câu 34: (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \Rightarrow a < 0$.



Gọi x_1, x_2 là hoành độ hai điểm cực trị của hàm số suy ra x_1, x_2 nghiệm phương trình

$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ nên theo định lý Viet:

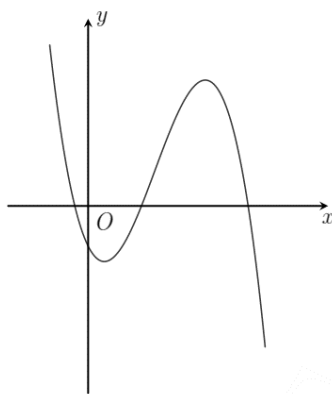
+) Tổng hai nghiệm $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow \frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0$.

+) Tích hai nghiệm $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0$.

Lại có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$.

Vậy có 2 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 35: (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các hệ số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 3.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

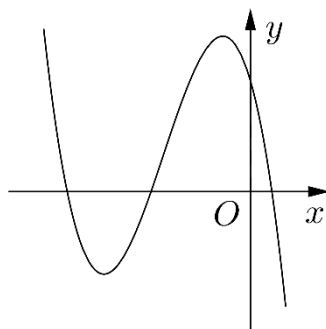
Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \Rightarrow a < 0$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía của trục tung nên $ac > 0 \Rightarrow c < 0$

Đồ thị hàm số có điểm uốn nằm bên phải trục tung nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$

Đồ thị hàm số cắt trục tung ở dưới trục hoành $\Rightarrow d < 0$

Câu 36: (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.



Lời giải

Chọn C

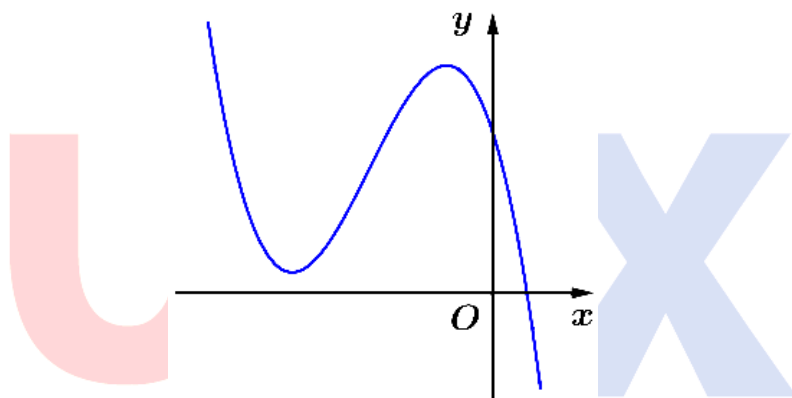
Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$.

Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d

Câu 37: (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Dựa vào đồ thị ta thấy $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$

Vậy có đúng 1 số dương trong các số a, b, c, d .

Câu 38: (Mã 102 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau



x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow 1$	$\nearrow +\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

Từ dáng điệu sự biến thiên hàm số ta có $a > 0$.

Khi $x = 0$ thì $y = d = 1 > 0$.

Mặt khác $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ bảng biến thiên ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Từ đó suy ra $c = 0; \frac{-2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a > 0$.

Vậy có 3 số dương là a, b, d .

Câu 39: (Mã 103 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			1		-1	$+\infty$
	$-\infty$					

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0.$$

$$\bullet f(0) = -1 \Rightarrow d = -1 < 0.$$

$$\bullet f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2b}{3a} = -2 \\ \frac{c}{3a} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3a > 0 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Có 2 số dương là a, b



Câu 40: (Mã 101 – 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	-5	$+\infty$	

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 2.

B. 4.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên, ta có

$$\begin{cases} f(0) = 3 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 3 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{3}{2} \\ c = 0 \\ d = 3 \end{cases}$$

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương.

Câu 41: (Mã 104 - 2020 Lần 2) Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	4	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		-1		-5		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$)

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $A(0; -1), B(4; -5)$ nên ta có hệ:



$$\begin{cases} f(0) = -1 \\ f(4) = -5 \\ f'(0) = 0 \\ f'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = -1 \\ 64a + 16b + 4c + d = -5 \\ c = 0 \\ 48a + 8b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{8} \\ b = -\frac{3}{4} \\ c = 0 \\ d = -1 \end{cases} \text{ Trong các số } a, b, c, d \text{ có 1 số dương.}$$

