



CHƯƠNG

I

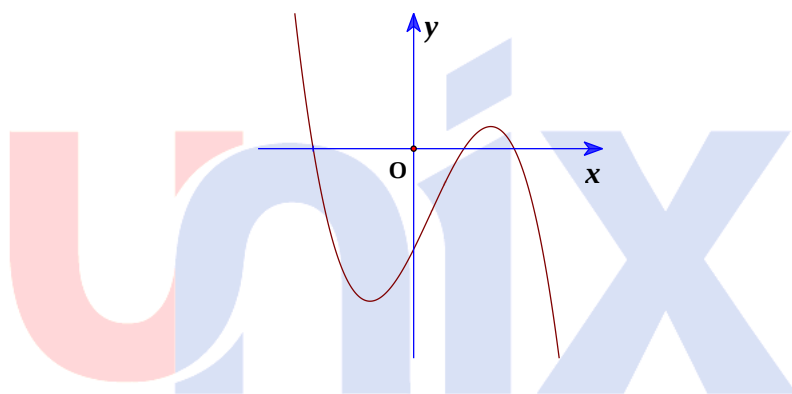
ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 4. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Trong các số a, b, c và d có bao nhiêu số dương?

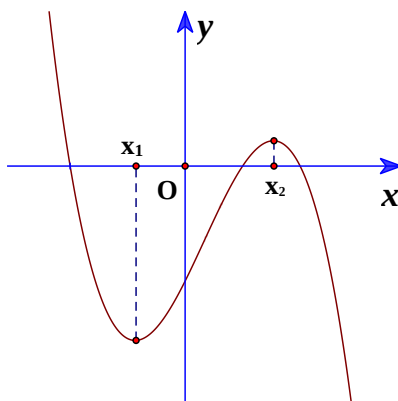
Lời giải

ĐS: 2

Đồ thị có dạng như hình, dễ thấy $a < 0$.

Ta có với $x = 0$ thì $y = d \Rightarrow d < 0$.

Gọi x_1, x_2 là cực trị của hàm số. Giả sử $x_1 < x_2$

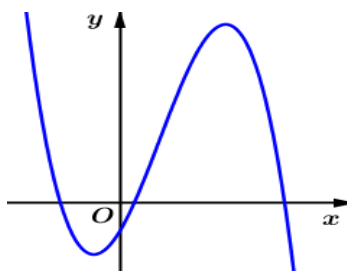




Để thấy $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{3a} > 0 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$

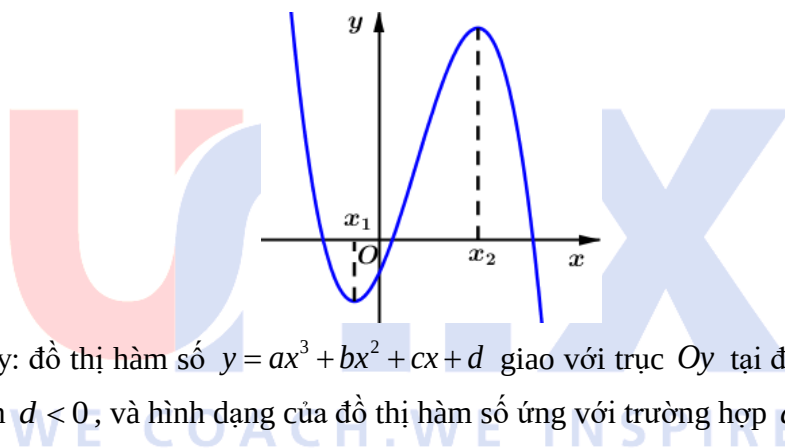
Vậy trong các số a, b, c và d có 2 số dương.

Câu 2: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các giá trị a, b, c, d có bao nhiêu giá trị âm?



Lời giải

ĐS: 2



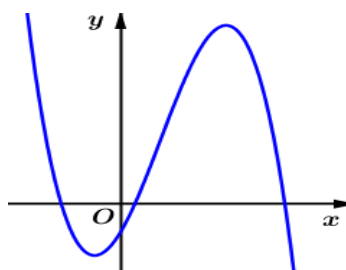
Qua đồ thị ta thấy: đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ giao với trục Oy tại điểm $D(0; d)$ nằm phía dưới trục Ox nên $d < 0$, và hình dạng của đồ thị hàm số ứng với trường hợp $a < 0$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 < 0$, đạt cực đại tại $x_2 > 0$ và $x_1 + x_2 > 0$. x_1, x_2 là hai nghiệm của phương

trình $3ax^2 + 2bx + c = 0$. Khi đó: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases}$ mà $a < 0$ nên: $\begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$

Vậy có 2 giá trị âm trong các giá trị a, b, c, d là $\begin{cases} a < 0 \\ d < 0 \end{cases}.$

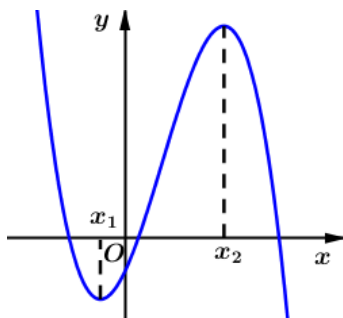
Câu 3: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các giá trị a, b, c, d có bao nhiêu giá trị âm?





Lời giải

ĐS: 2



Qua đồ thị ta thấy: đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ giao với trục Oy tại điểm $D(0; d)$ nằm phía dưới trục Ox nên $d < 0$, và hình dạng của đồ thị hàm số ứng với trường hợp $a < 0$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 < 0$, đạt cực đại tại $x_2 > 0$ và $x_1 + x_2 > 0$. x_1, x_2 là hai nghiệm của phương

$$\text{trình } 3ax^2 + 2bx + c = 0. \text{ Khi đó: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 > 0 \\ P = x_1 x_2 < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{-2b}{3a} > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases} \text{ mà } a < 0 \text{ nên: } \begin{cases} b > 0 \\ c > 0 \end{cases}.$$

Vậy có 2 giá trị âm trong các giá trị a, b, c, d là $\begin{cases} a < 0 \\ d < 0 \end{cases}$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		2		1	

$\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
 $-\infty$ $+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?

Lời giải

ĐS: 3

$$\text{Vì } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \Rightarrow a > 0$$

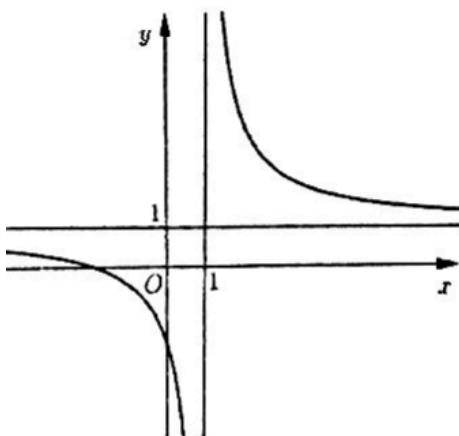
$$f(0) = d = 1 > 0 \Rightarrow d > 0.$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \text{ vì } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2; x = 0 \Rightarrow c = 0.$$

$$x_{cd} + x_{ct} = -2 + 0 = -2 < 0 \Rightarrow \frac{-2b}{3a} < 0 \Rightarrow b > 0.$$

Vậy có ba số dương.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ.



Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

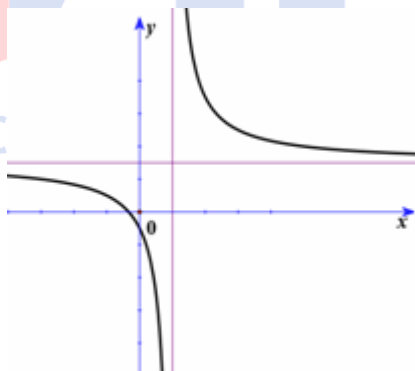
Lời giải

ĐS: 3

Từ hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{x-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) và đồ thị của hàm số, ta có tiệm cận đứng $x=1 \Rightarrow c=1$, tiệm cận ngang $y=1 \Rightarrow a=1$ và $f(0) = -\frac{b}{c} < 0 \Rightarrow \frac{b}{c} > 0 \Rightarrow b > 0$.

Vậy $a, b, c > 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên, trong đó $d < 0$. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?



Lời giải

ĐS: 3

Ta có đường tiệm cận ngang của hàm số là $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow a, c$ cùng dấu.

Đường tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c} > 0$. Do $d < 0 \Rightarrow c > 0 \Rightarrow a > 0$.

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ âm suy ra $-\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow b > 0$

Vậy có 3 số dương.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-2}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau.



x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

Lời giải

ĐS: 2

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định nên $f'(x) > 0 \Rightarrow a.c + 2.b > 0$.

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax-2}{bx+c} = \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$.

Tiệm cận đứng của hàm số là $x = 3$ nên $\frac{-c}{b} = 3$ hay $c = -3b$.

Từ đây ta có $2b.(-3b) + 2b > 0 \Leftrightarrow 2b(-3b+1) > 0 \Leftrightarrow 0 < b < \frac{1}{3}$.

Vì b, c trái dấu nên $c < 0$, a, b cùng dấu nên $a > 0$.

Vậy a, b là hai số dương.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-4}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

Lời giải

ĐS: 0

Tiệm cận đứng: $x = -2 < 0 \Rightarrow -\frac{c}{b} = -2 \Rightarrow c = 2b$.

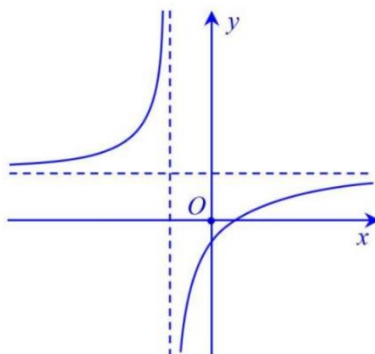
Tiệm cận ngang: $y = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1 \Rightarrow a = b$.

$f'(x) = \frac{ac+4b}{(bx+c)^2} < 0 \Rightarrow ac+4b < 0 \Rightarrow 2b^2+4b < 0 \Rightarrow b \in (-2; 0)$.

Vậy $b < 0$. Do đó $a < 0, c < 0$.



Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-2}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Trong các số a, b và c có bao nhiêu số dương?

Lời giải

ĐS: 1

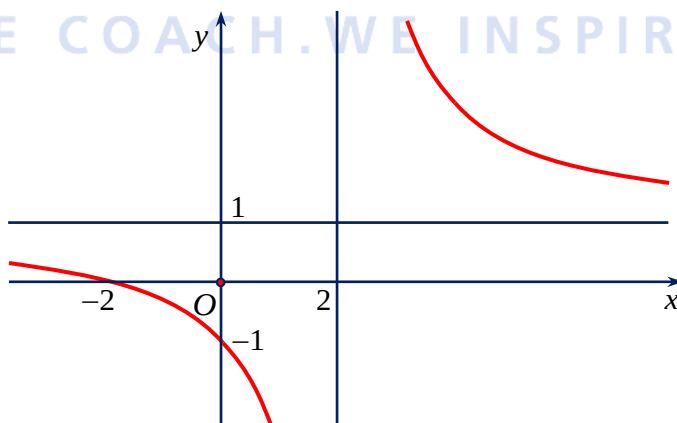
Dựa vào đồ thị ta có TCD $x = \frac{2}{c} < 0 \Rightarrow c < 0$

TCN $y = \frac{a}{c} > 0$ mà $c < 0 \Rightarrow a < 0$

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $-\frac{b}{a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{a} < 0$ mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$.

Vậy trong các số a, b và c có 1 số dương.

Câu 10: Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Giá trị của biểu thức $P = a + b + c$ là

Lời giải

ĐS: 0

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-2; 0)$ nên ta có:

$$\frac{-2a+2}{-2c+b} = 0 \Rightarrow a = 1. \text{ Vậy loại A}$$



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1 \Rightarrow \frac{a}{c} = 1 \Rightarrow c = a = 1$. Vậy loại D

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2 \Rightarrow -\frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = -2c = -2$.

$$P = a + b + c = 1 + (-2) + 1 = 0$$

Câu 11: Biết rằng hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.

Tính giá trị $f(a+b+c)$.

Lời giải

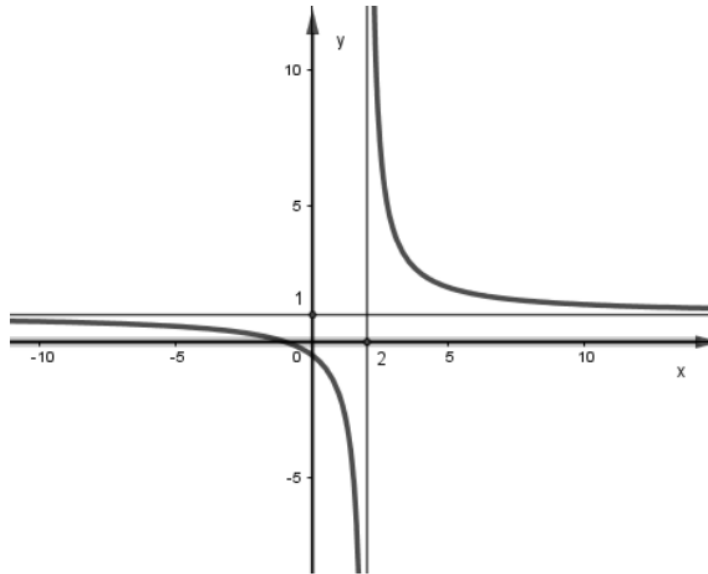
ĐS: $f(a+b+c) = -1$

Ta có $y' = 4ax^3 + 2bx$.

Từ đồ thị, ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} f(0) = c = 1 \\ f'(\pm 1) = 2a + b = 0 \\ f(\pm 1) = a + b + c = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 1 \\ a = 2 \\ b = -4 \end{cases}.$$

Suy ra $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 1 \Rightarrow f(a+b+c) = f(-1) = -1$.

Câu 12: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T = a + b$.



Lời giải

ĐS: $T = 2$

$$y' = \frac{-2a-b}{(bx-2)^2}.$$

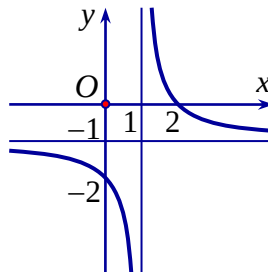
Dựa vào đồ thị hàm số $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Rightarrow -2a-b < 0$ (*).

Đồ thị có hai đường tiệm cận: $x=2$ và $y=1$.

$$\text{Khi đó } \begin{cases} \frac{a}{b} = 1 \\ \frac{2}{b} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \text{ Thỏa mãn (*). Vậy } T = 2.$$

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ, với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức

$$T = a - 3b + 2c.$$



Lời giải

ĐS: $T = -9$

Tiệm cận ngang $y = -1 \Rightarrow a = -1$.

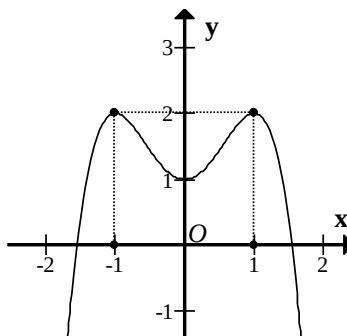
Tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow c = -1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; -2) \Rightarrow -2 = \frac{b}{c} \Rightarrow b = 2$.



Vậy $T = a - 3b + 2c = -1 - 3.2 + 2.(-1) = -9$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình dưới. Tính $f(4a + 2b + c)$.



Lời giải

ĐS: $f(4a + 2b + c) = 2$

Do đồ thị nhận các điểm $(0; 1), (-1; 2), (1; 2)$ làm cực trị nên ta có

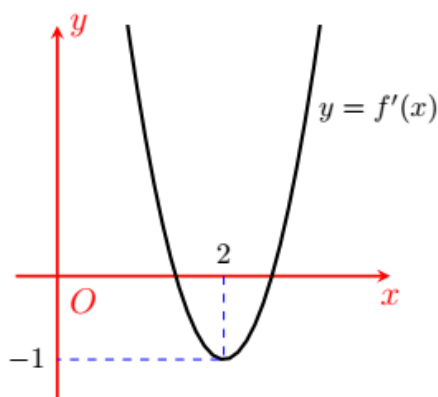
$$\begin{cases} c = 1 \\ a + b + c = 2 \\ 4a + 2b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow 4a + 2b + c = 1$$

Vậy $f(4a + 2b + c) = f(1) = 2$.

Cách 2: Do hàm số đạt cực đại tại $x = 1 \Leftrightarrow 4a + 2b = 0$ và đồ thị đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow c = 1$

$$\Rightarrow 4a + 2b + c = 1 \Rightarrow f(4a + 2b + c) = 2.$$

Câu 15: Cho hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Tìm $T = a + b$.



Lời giải

ĐS: $T = a + b = -6 + 11 = 5$

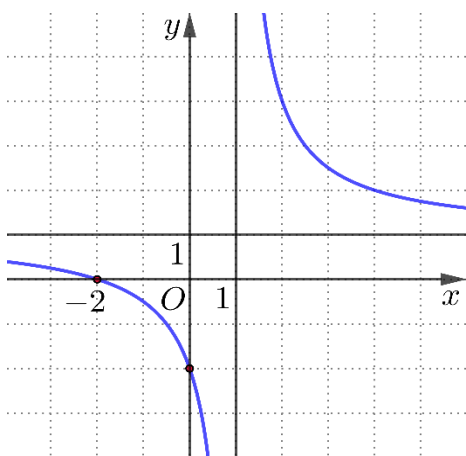
Xét hàm số $y' = 3x^2 + 2ax + b$ có đồ thị là Parabol đi qua điểm $(2; -1)$ và có trục đối xứng là $x = 2$

$$\text{nên ta có } \begin{cases} -\frac{2a}{6} = 2 \\ 12 + 4a + b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 11 \end{cases}.$$



Vậy $T = 5$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ là có đồ thị như hình vẽ sau. Giá trị $T = a + 2b + 3c$ bằng



Lời giải

ĐS: $T = a + 2b + 3c = 1 + 4 - 3 = 2$

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow c = -1$.

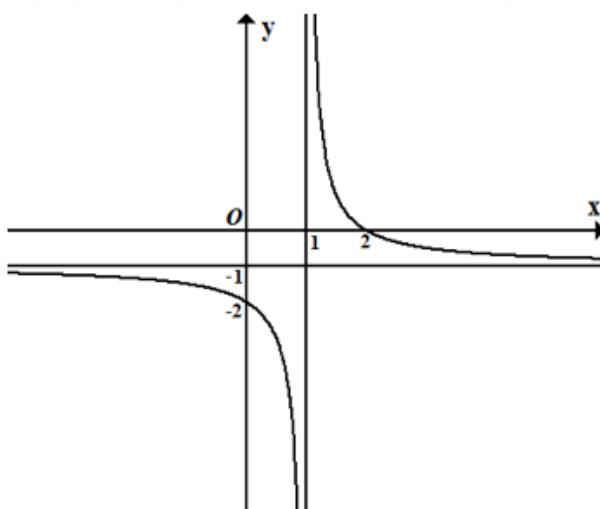
Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 1 \Rightarrow a = 1$.

Khi đó hàm số trở thành $y = \frac{x+b}{x-1}$

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 0) \Rightarrow \frac{-2+b}{-2-1} = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $a + 2b + 3c = 1 + 4 - 3 = 2$.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b + 3c$?



Lời giải

ĐS: $T = 0$

Từ đồ thị hàm số, ta suy ra

• Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = -1$.



⊙ Đồ thị hàm số đi qua các điểm $A(2;0)$, $B(0;-2)$.

Từ biểu thức hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$, ta suy ra

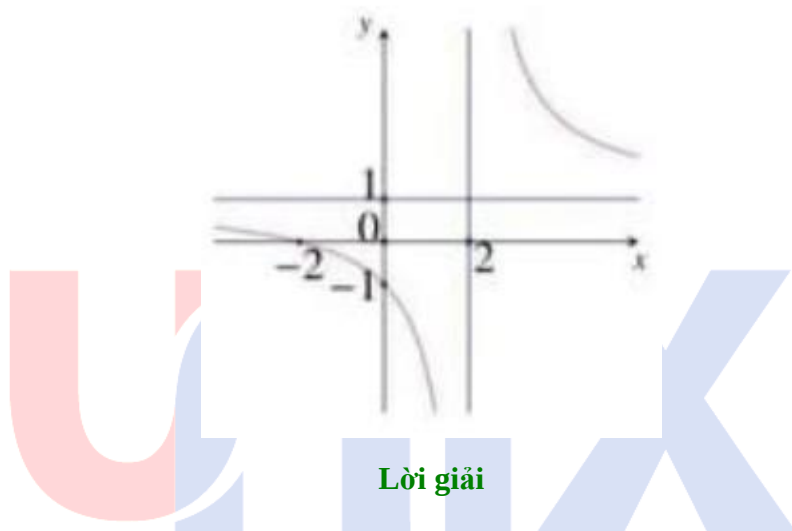
⊙ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -c$, tiệm cận ngang là đường thẳng $y = a$.

⊙ Đồ thị hàm số đi qua $A\left(-\frac{b}{a};0\right)$, $B\left(0;\frac{b}{c}\right)$.

Đổi chiếu lại, ta suy ra $c = -1$, $a = -1$, $b = 2$.

Vậy $T = a + 2b + 3c = (-1) + 2 \cdot 2 + 3(-1) = 0$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$



Lời giải

ĐS: $P = -3$

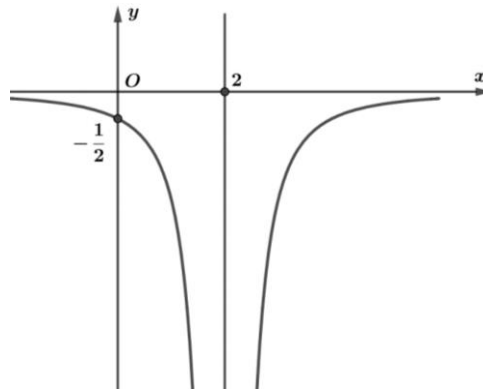
Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 1 \Rightarrow \frac{1}{b} = 1 \Rightarrow b = 1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2 \Rightarrow -\frac{c}{b} = 2 \Rightarrow c = -2b = -2$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0) \Rightarrow a = -2$.

Vậy $P = a + b + c = -3$.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ sau:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$. Giá trị $f(3)$ bằng

Lời giải

ĐS: $f(3) = 5$

Ta có đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;2)$ nên $b = 2d$ (1)

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

Dựa vào đồ thị của đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $-\frac{d}{c} = 2 \Rightarrow c = -\frac{1}{2}d$ (2)

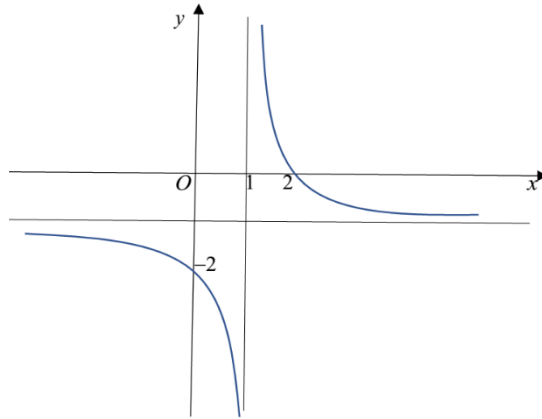
$$\text{Mặt khác } f'(0) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{d^2} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2(ad - bc) = -d^2 \quad (3)$$

$$\text{Thay (1), (2) vào (3) ta có } 2ad + 3d^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 0 \\ a = -\frac{3}{2}d \end{cases}$$

Nếu $d = 0 \Rightarrow a = b = c = d = 0$

$$\text{Nếu } a = -\frac{3}{2}d \text{ thì } f(x) = \frac{\frac{-3}{2}dx + 2d}{\frac{-1}{2}dx + d} = \frac{-3x + 4}{-x + 2} \Rightarrow f(3) = 5.$$

Câu 20: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$, có đồ thị là hình vẽ với a, b, c là các số nguyên. Tính giá trị của biểu thức $T = a - 3b + 2c$.



Lời giải

ĐS: $T = a - 3b + 2c = -1 - 6 - 2 = -9$

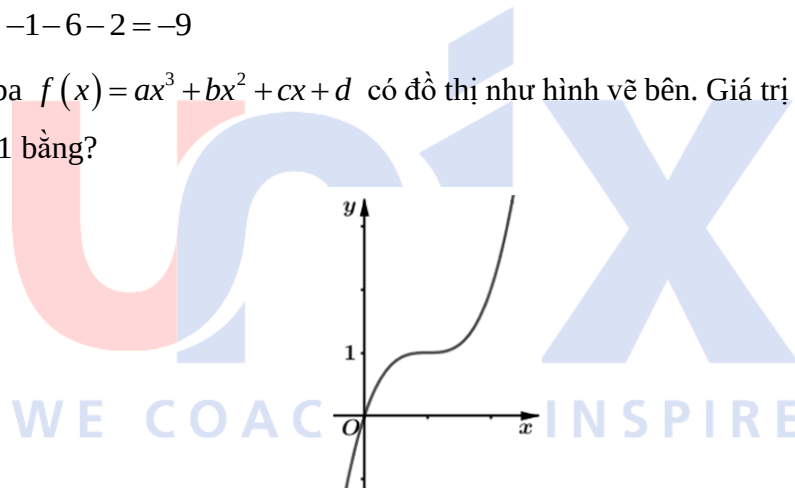
Tiệm cận đứng $x = -c = 1 \Rightarrow c = -1$.

Tiệm cận ngang $y = a = -1$.

Giao điểm trục Oy là $y = \frac{b}{c} = -2 \Rightarrow b = 2$.

$T = a - 3b + 2c = -1 - 6 - 2 = -9$

Câu 21: Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = a^2 + c^2 + b + 1$ bằng?



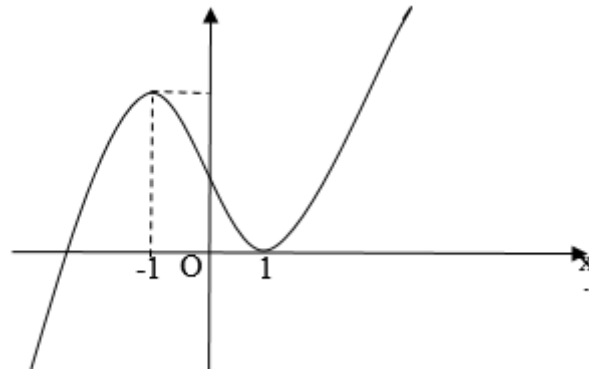
Lời giải

ĐS: $\frac{5}{8}$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Dựa vào đồ thị ta suy ra $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta_{y'} = b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ ac \geq \frac{b^2}{3} \end{cases}$.

Đánh giá $P = a^2 + c^2 + b + 1 \geq 2ac + b + 1 \geq \frac{2b^2}{3} + b + 1 \geq \frac{5}{8}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hình dạng như hình bên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 2a^2 + cd + a - c + 2020$



Lời giải

ĐS: 2021

TXĐ: $\mathbb{R}$

Ta có: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x = 1; x = -1$ do đó ta có:

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y'(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3a \\ b = 0 \end{cases}$$

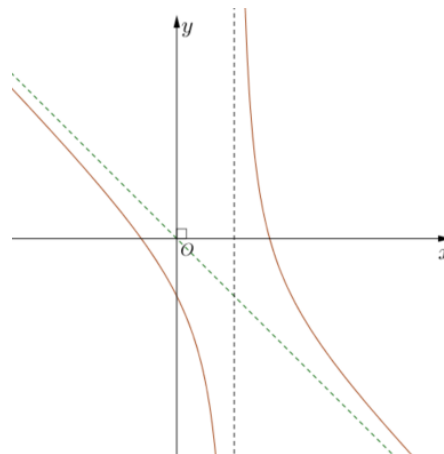
Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(1; 0)$ nên $a + b + c + d = 0 \Rightarrow a + 0 + (-3a) + d = 0 \Rightarrow d = 2a$

$$P = 2a^2 + (-3a) \cdot (2a) + a + 3a + 2020 = -4a^2 + 4a + 2020$$

$$= -4 \left(a - \frac{1}{2} \right)^2 + 2021 \leq 2021$$

Vậy $P_{\max} = 2021$ khi $a = \frac{1}{2}; b = 0; c = -\frac{3}{2}; d = 1$.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ ($a > 0, d \neq 0$) có đồ thị (C) như hình vẽ. Trong các số b, c, d, e có tất cả bao nhiêu số âm?



Lời giải

+ Gọi k là hệ số góc đường tiệm cận xiên của $(C) \Rightarrow k < 0$



Ta lại có $k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{ax^2 + bx + c}{dx^2 + ex} = \frac{a}{d} \Rightarrow \frac{a}{d} < 0 \Rightarrow d < 0$

+ Từ đồ thị ta có tiệm cận đứng $x = \frac{-e}{d} > 0 \Leftrightarrow \frac{e}{d} < 0 \Leftrightarrow e > 0$

+ Từ đồ thị ta thấy (C) cắt Oy tại điểm có tọa độ $\left(0; \frac{c}{e}\right)$ với $\frac{c}{e} < 0 \Rightarrow c < 0$

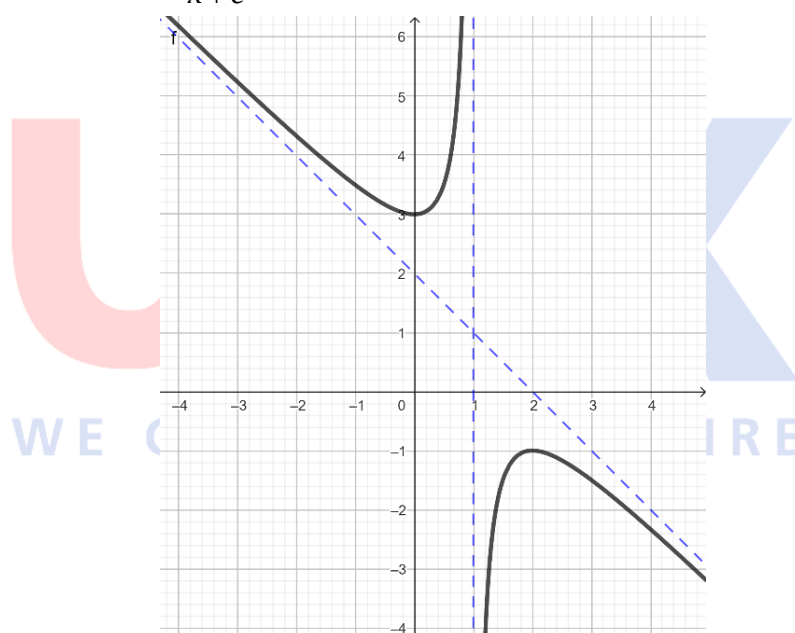
+ Từ đồ thị ta thấy (C) cắt Ox tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 > 0$.

Do đó phương trình $\frac{ax^2 + bx + c}{dx + e} = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa $x_1 + x_2 > 0$

$\Leftrightarrow -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow b < 0$

Vậy trong các số b, c, d, e có tất cả 3 số âm

Câu 24: Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P = a + b + c$.



Lời giải

Trả lời: -3

Ta có: $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$.

- Nên đồ thị của hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = ax + 2$, mà như hình vẽ đường tiệm cận xiên đi qua điểm $(1;1)$ suy ra $1 = a \cdot 1 + 2 \Leftrightarrow a = -1$.

- Đồ thị của hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ nên $1+c=0 \Leftrightarrow c=-1$.

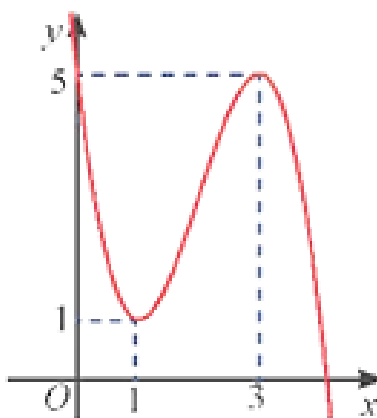
Khi đó hàm số đã cho có dạng $y = -x + 2 + \frac{b}{x-1}$.

- Mặt khác đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)$ nên $-0 + 2 + \frac{b}{0-1} = 3 \Leftrightarrow 2 - b = 3 \Leftrightarrow b = -1$.

Vậy $P = a + b + c = -1 + (-1) + (-1) = -3$.



Câu 25: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Giá trị của $a + 2b + 3c$ là:



Lời giải

Trả lời: -16

Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(0;5), (1;1)$ nên ta có $d = 5; a + b + c + d = 1$. (1)

Ta thấy đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(1;1)$ và $(3;5)$, tức là phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 3$. Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$

Với $x = 1$ thì $y' = 0$ nên ta có $3a + 2b + c = 0$ (2).

Với $x = 3$ thì $y' = 0$ nên ta có $27a + 6b + c = 0$ (3).

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra $a = -1; b = 6; c = -9$

Vậy $a + 2b + 3c = -1 + 12 - 27 = -16$

