



CHƯƠNG

I

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ

BÀI 5. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 20$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 60x + 200$ (nghìn đồng). Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 300 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

- a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 300x$ (nghìn đồng).
- b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 360x - 200$ (nghìn đồng).
- c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa.
- d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được trong một ngày là 2700 nghìn đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Sai. $B(x) = 300x$ (nghìn đồng).

b) Đúng. Ta có: $L(x) = B(x) - C(x) = 300x - (x^3 - 3x^2 - 60x + 200) = -x^3 + 3x^2 + 360x - 200$ (nghìn đồng).

c) Sai. Ta có $L'(x) = -3x^2 + 6x + 360$, ($1 \leq x \leq 20$). $L'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 \\ x = -10 \end{cases}$ (L).

Xét: $L(12) = 2824$, $L(1) = 162$, $L(20) = 200$.

Vậy $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 12$ hay sản xuất và bán ra mỗi ngày 12 mét vải lụa để đạt lợi nhuận tối đa.

d) Sai. Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa có thể đạt được là 2824 nghìn đồng.

Câu 2: Anh B chế tạo một bể cá có dạng khối hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích $0,096 \text{ m}^3$, chiều cao $h = 0,6 \text{ m}$, chiều rộng x , chiều dài y , với $x > 0$, $y > 0$. Anh B dùng loại kính để làm các mặt bên có giá 70.000 đồng/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá 100.000 đồng/ m^2 . Mọi chi phí khác xem như không đáng kể. Khi đó

a) Hàm số biểu thị y theo x là $y = \frac{0,16}{x}$.



b) Chi phí mua kính để làm đáy bể là 11200 đồng.

c) Biểu thức tính chi phí làm các mặt xung quanh là $C_{xq} = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right)$.

d) Chi phí làm bể cá thấp nhất là 100000 đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng.

Thể tích khối hộp hình chữ nhật: $V = xyh = 0,6xy = 0,096 \Rightarrow y = \frac{0,16}{x}$

Vậy $y = \frac{0,16}{x}$

b) Sai.

Diện tích đáy bể là $S_d = xy = 0,16 \text{ m}^2$.

Chi phí mua kính để làm đáy bể là $C_d = 10000 \cdot S_d = 16000$ đồng

c) Đúng.

Diện tích các mặt xung quanh: $S_{xq} = 2(0,6x + 0,6y) = 1,2 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right)$

Biểu thức tính chi phí làm các mặt xung quanh là $C_{xq} = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right)$.

d) Sai.

Chi phí làm bể cá: $C(x) = C_{xq} + C_d = 84000 \cdot \left(x + \frac{0,16}{x}\right) + 16000, x > 0$

Chi phí làm bể cá thấp nhất khi và chỉ khi $\left(x + \frac{0,16}{x}\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất

Xét hàm số $f(x) = x + \frac{0,16}{x} = \frac{x^2 + 0,16}{x}, x > 0$

$$\bullet f'(x) = \frac{x^2 - 0,16}{x^2}$$

$$\bullet f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 0,16 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

• Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{2}{5}$	$-\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{4}{5}$	$+\infty$

$$\bullet \text{ Suy ra: } \min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = f\left(\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{5}$$



Vậy chi phí thấp nhất để làm bể cá là: $C = \frac{84000.4}{5} + 16000 = 83200$ đồng.

- Câu 3:** Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30 000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18 000 .
- Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần tăng thêm 10000 đồng
 - Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng
 - Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì sau khi tăng giá mỗi chiếc khăn lãi 21000 đồng
 - Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng).

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm $100x$ chiếc.

Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là: $3000 - 100x$ chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là: $12 + x$ (nghìn đồng).

Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$f(x) = (3000 - 100x)(12 + x) \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có: $f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000$.

$$f'(x) = -200x + 1800$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -200x + 1800 = 0 \Leftrightarrow x = 9$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x = 9$

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39000 đồng.

- Câu 4:** Một công ty bất động sản có 150 căn hộ cho thuê, biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2 triệu đồng mỗi tháng thì mỗi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 100.000 đồng mỗi tháng thì có thêm 5 căn hộ bị bỏ trống. Mệnh đề nào sau đây đúng
- Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.200.000 đồng thì có 10 căn hộ bị trống
 - Khi giá cho thuê mỗi căn hộ là 2.700.000 đồng thì thu nhập của công ty cao nhất.
 - Thu nhập cao nhất của công ty đạt được là 312.500.000 đồng.
 - Khi thu nhập công ty cao nhất thì số căn hộ có người thuê là 125 căn hộ.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Gọi số lần tăng giá tiền cho thuê mỗi căn hộ một tháng để công ty thu được thu nhập cao nhất là x (lần) ($0 \leq x \leq 30$)

Số tiền cho thuê mỗi căn hộ là $2 + 0,1x$ (triệu đồng)

Số căn hộ mỗi tháng được thuê là $150 - 5x$ (căn hộ)

Thu nhập của công ty đạt được là $(2 + 0,1x)(150 - 5x)$



Đặt $f(x) = (2 + 0,1x)(150 - 5x)$

$f'(x) = 0,1 \cdot (150 - 5x) - 5(2 + 0,1x) = 15 - 0,5x - 10 - 0,5x = 5 - x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5$

$f(0) = 300; f(5) = 312,5; f(30) = 0 \Rightarrow \max_{x \in [0;30]} f(x) = f(5) = 312,5$ khi $x = 5$

Vậy để có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê với giá $2 + 0,1 \cdot 5 = 2,5$ (triệu đồng).

Câu 5: Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu 88,2 km/h là $h(t) = at^2 + bt + c$ ($a < 0$) trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu vật được phóng lên. Biết sau 1 giây kể từ lúc được phóng lên vận tốc của vật đạt được là 14,7 m/s.

a) Độ cao đạt được của vật sau 2 giây kể từ lúc bắt đầu được phóng lên là 31,4 m.

b) Sau 3 giây vật đạt độ cao lớn nhất.

c) Vận tốc của vật tăng trong khoảng thời gian $t \in [0; 3]$.

d) Vận tốc của vật lúc chạm đất làm tròn đến hàng phần trăm là $-25,29$ (m/s).

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đổi $88,2 \text{ km/h} = 24,5 \text{ m/s}$.

Theo giả thiết ta có $h(0) = 2 \Rightarrow c = 2$.

Vận tốc của vật tại thời điểm t giây là $v(t) = h'(t) = 2at + b$.

Có $v(0) = 24,5 \text{ m/s} \Rightarrow b = 24,5$

Sau 1 giây kể từ lúc được phóng lên vận tốc của vật đạt được là 14,7 m/s nên ta có

$v(1) = 14,7 \Rightarrow 2a \cdot 1 + b = 14,7 \Rightarrow a = -4,9$ (vì $b = 24,5$).

Suy ra $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$.

Vậy ta có độ cao đạt được của vật sau 2 giây là $h(2) = 31,4 \text{ m}$.

b) Xét hàm số: $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

Ta có: $h'(t) = -9,8t + 24,5; h'(t) = 0 \Leftrightarrow -9,8t + 24,5 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{5}{2}$

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	$-\infty$	$\frac{261}{8}$	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $t = \frac{5}{2}$

Vậy thời điểm vật đạt độ cao lớn nhất là $t = \frac{5}{2}$ giây.



c) Vật tăng tốc khi $v(t) = -9,8t + 24,5 > 0 \Leftrightarrow t < \frac{5}{2}$. Do đó vật tăng tốc trong khoảng thời gian từ 0 đến 2,5 giây.

d) Theo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc của vật là $v(t) = h'(t) = 24,5 - 9,8t$ (m/s)

Vật chạm đất khi độ cao bằng 0, tức là $h = 2 + 24,5t - 4,9t^2 = 0$ hay $t_0 = \frac{35 + 3\sqrt{145}}{14} \approx 5,08$ (giây).

Vận tốc của vật lúc chạm đất là $v(t_0) = 24,5 - 9,8 \cdot t_0 = -25,29$ (m/s).

Câu 6: Một cửa hàng kinh doanh rau tươi ước tính doanh thu bởi hàm số $f(x) = x^2 - 29000x + 1000100000$ và tiền lãi thu được là $g(x) = 1000x + 100000$ với x là giá bán cho mỗi kg rau tươi. Biết doanh thu bằng tổng tiền lãi và tiền vốn. Các mệnh đề sau đây đúng hay sai

a) $g(0) = 100000$.

b) $f(x)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

c) Tiền vốn tính bằng công thức $f(x)$.

d) Giá bán cho mỗi kg rau sao cho cửa hàng phải bỏ vốn ra ít nhất là $x = 15000$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Mệnh đề a) đúng, vì $g(0) = 1000 \cdot 0 + 100000 = 100000$.

b) Mệnh đề b) sai, vì $f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ tức $(14500; +\infty)$.

c) Mệnh đề c) sai, vì tiền vốn tính bằng công thức $f(x) - g(x)$.

d) Mệnh đề d) đúng vì:

Ta có tiền vốn bỏ ra cho bởi hàm số $h(x) = f(x) - g(x) = x^2 - 30000x + 1000000000$ với $x > 0$.

Khi đó $h'(x) = 2x - 30000000$.

Cho $h'(x) = 0 \Rightarrow 2x - 30000000 = 0 \Rightarrow x = 15000$.

Bảng biến thiên

x	0	15000	$+\infty$	
$h'(x)$		-	0	+
$h(x)$	1000000000		775000000	$+\infty$

Vậy giá bán mỗi kg rau là $x = 15000$ thì cửa hàng bỏ ra vốn ít nhất.

Câu 7: Nhà máy SAMSUNG Bắc Ninh trung bình bán được 1500 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng với giá 320 nghìn đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 10 nghìn đồng, số lượng sạc dự phòng bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 sạc dự phòng mỗi tháng. Hàm chi phí hàng tháng là $C(x) = 20000 - 10x$ (nghìn đồng) trong đó x là số sạc dự phòng bán ra trong một tháng. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau

a) Nếu nhà sản xuất bán mỗi sản phẩm với giá 270 nghìn đồng thì sẽ bán được trung bình 2000 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng.



- b) Hàm doanh thu của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là $R(x) = -0,1x^2 + 470x$.
- c) Hàm lợi nhuận của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là $P(x) = -0,1x^2 + 460x - 20000$
- d) Để lợi nhuận là lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được 2300 sản phẩm mỗi tháng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Gọi p (nghìn đồng) là giá một chiếc sạc dự phòng; x là số sạc dự phòng được bán trong mỗi tháng. Ta cần xác định hàm cầu $p = p(x)$. Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm số bậc nhất: Gọi $p(x) = ax + b$.

Giá $p_1 = 320$ ứng với $x_1 = 1500$ và giá $p_2 = 310$ ứng với $x_2 = 1500 + 100 = 1600$.

Do đó đường thẳng $p = ax + b$ đi qua hai điểm $(1500; 320)$ và $(1600; 310)$. Ta có hệ:

$$\begin{cases} 1500a + b = 320 \\ 1600a + b = 310 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,1 \\ b = 470 \end{cases}$$

Khi đó $p(x) = -0,1x + 470$. Suy ra $x = -10p + 4700$.

Với $p = 270$ thì số lượng sạc dự phòng được bán ra là $x = -10.270 + 4700 = 2000$.

b) Hàm doanh thu khi bán được x sạc dự phòng là

$$R(x) = x.p = x(-0,1x + 470) = -0,1x^2 + 470x$$

c) Hàm lợi nhuận của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là

$$P(x) = R(x) - C(x) = -0,1x^2 + 470x - (20000 - 10x) = -0,1x^2 + 480x - 20000.$$

d) Bài toán yêu cầu trở thành tìm x để $P(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $P'(x) = -0,2x + 480$.

$$P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2400.$$

BBT

x	0	2400	$+\infty$
P'	+	0	-
P		556000	$-\infty$

-20000

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để đạt được lợi nhuận lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được 2400 sản phẩm mỗi tháng với lợi nhuận lớn nhất là 556 triệu đồng.

Câu 8: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $R(x) = 150x - 0,5x^2 + 0,001x^3$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $C(x) = 50 + 0,2x$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

- a) Hàm số doanh thu $R(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- b) Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $50 + 0,2x^2$.
- c) Lợi nhuận $P(x)$ khi sản xuất và bán hết x sản phẩm là $100x - 0,7x^2 + 0,001x^3$.
- d) Lợi nhuận $P(x)$ lớn nhất đạt được khi sản xuất là 88 sản phẩm.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có $R(x) = 150x - 0,5x^2 + 0,001x^3$.

$\Rightarrow R'(x) = 0,003x^2 - x + 150$. Phương trình $R'(x) = 0$ vô nghiệm nên hàm số doanh thu $R(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Vậy a) đúng.

b) Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $x.C(x) = 50x + 0,2x^2$. Vậy b) sai.

c) Doanh thu khi bán hết x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) là: $R(x) = 150x - 0,5x^2 + 0,001x^3$.

Lợi nhuận $P(x)$ khi sản xuất và bán hết x sản phẩm là:

$$\begin{aligned} P(x) &= R(x) - (x.C(x)) = (150x - 0,5x^2 + 0,001x^3) - (50x + 0,2x^2) \\ &= 150x - 0,5x^2 + 0,001x^3 - 50x - 0,2x^2 \\ &= 100x - 0,7x^2 + 0,001x^3. \text{ Vậy c) đúng.} \end{aligned}$$

d) Ta có $P'(x) = 100 - 1,4x + 0,003x^2$.

$$\text{Ta có } P'(x) = 0 \Leftrightarrow 100 - 1,4x + 0,003x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{2,2718}{0,006} \approx 378,63 \in [0; 400] \\ x_2 = \frac{0,5282}{0,006} \approx 88,03 \in [0; 400] \end{cases}$$

Ta kiểm tra lợi nhuận tại $x = 88; x = 378; x = 0; x = 400$

$$\text{Với } x = 88 \Rightarrow P(88) = 4060,672.$$

$$\text{Với } x = 378 \Rightarrow P(378) = -8208,648.$$

$$\text{Với } x = 0 \Rightarrow P(0) = 0.$$

$$\text{Với } x = 400 \Rightarrow P(400) = -8000.$$

Vậy lợi nhuận lớn nhất đạt được khi sản xuất 88 sản phẩm. Vậy d) đúng.

Câu 9: Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón. Gọi $P(x)$ là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần. Khi đó đạo hàm $P'(x)$ gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức: $P'(x) = 17 - 0,025x$ với $0 \leq x \leq 100$

Biết nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

a) Công thức lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán x (tấn) sản phẩm trong một tuần là $P(x) = 17x - 0,0125x^2 + C$ với C là một hằng số bất kỳ

b) Có thể tính được lợi nhuận của nhà máy thu được khi bán 120 tấn sản phẩm trong tuần.

c) Lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần là 1 tỉ 256 triệu đồng.

d) Nếu nhà máy bán được từ 1,3 tấn sản phẩm trên tuần trở lên thì nhà máy luôn có lãi.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai: $C = -24$ không phải C bất kỳ.

$$P(x) = \int P'(x) dx = \int (17 - 0,025x) dx = 17x - 0,0125x^2 + C \text{ với } 0 \leq x \leq 100$$

Vì nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần nên



Với $x = 0$ thì $P(x) = -24$ suy ra $P(0) = -24 \Leftrightarrow C = -24 \Rightarrow P(x) = 17x - 0,0125x^2 - 24$

b) Sai: Chưa có công thức tính $P'(x)$ khi $x > 100$ Công thức $P'(x)$ đề cho chỉ áp dụng được khi $0 \leq x \leq 100$

c) Đúng: Khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần thì $x = 80$ và $P(80) = 1256$ triệu đồng.

d) Sai: Nhà máy chỉ bắt đầu có lãi khi $P(x) > 0 \Rightarrow 17x - 0,0125x^2 - 24 > 0 \Rightarrow 1,41 < x < 1358,5$

Vậy nếu $1,3 \leq x \leq 1,41$ nhà máy vẫn có thể bị lỗ.

Câu 10: Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 15t^2$, $0 \leq t \leq 15$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần).

a) Ở tuần thứ 4, có 176 người bị nhiễm bệnh ở địa phương đó.

b) Số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 50000 người.

c) Tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh) ở tuần thứ 3 lớn hơn tuần thứ 2.

d) Virus lây lan nhanh nhất ở tuần thứ 10.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Với $t = 4$ thì $N(4) = 176$.

Vậy số người bị nhiễm bệnh ở địa phương đó ở tuần thứ 4 là 17600 người.

Vậy a) **sai**.

b) Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $N(t)$.

Ta có: Hàm số $N(t)$ xác định và liên tục trên $[0;15]$.

$$N'(t) = -3t^2 + 30t.$$

$$N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 10 \end{cases}.$$

$$N(0) = 0, N(10) = 500, N(15) = 0.$$

Do đó, số người tối đa bị nhiễm bệnh ở địa phương đó là 50000 người.

Vậy b) **đúng**.

c) Tốc độ lây lan của virus (còn gọi là tốc độ truyền bệnh) được biểu thị bằng hàm số

$$N'(t) = -3t^2 + 30t.$$

Ta có: $N'(3) = 63$, $N'(2) = 48$. Suy ra $N'(3) > N'(2)$ nên tốc độ lây lan của virus ở tuần thứ 3 lớn hơn tuần thứ 2.

Vậy c) **đúng**.

d) Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $N'(t)$.

Ta có: Hàm số $N'(t)$ xác định và liên tục trên $[0;15]$.

$$N''(t) = -6t + 30.$$

$$N''(t) = 0 \Leftrightarrow t = 5.$$

$$N'(0) = 0, N'(5) = 75, N'(15) = -225. \text{ Do đó, virus lây lan nhanh nhất ở tuần thứ 5.}$$

Vậy d) **sai**.



Câu 11: Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật thể sau thời gian t giây được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 5 mét với tốc độ ban đầu 39 m/s là $h(t) = 5 + 39t - 5t^2$, chọn chiều dương là chiều hướng từ dưới lên.

- a) Độ cao của vật thể tại $t = 0$ là 5m.
 b) Vận tốc của vật thể sau 2 giây là 39 m/s.
 c) Vật thể đạt độ cao lớn nhất bằng 81,05 mét tại thời điểm $t = 3,9$ giây.
 d) Vận tốc của vật thể lúc vật chạm đất sấp xỉ $-40,26(m/s)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Độ cao vật tại thời điểm $t = 0$ là $h(0) = 5$.

b) Sai

Ta có $v(t) = h'(t) = 39 - 10t$.

Vận tốc của vật sau 2 giây là $v(2) = 19 m/s$.

c) Đúng

Vì $h(t)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -5 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm $t = \frac{-b}{2a} = 3,9$

(giây). Khi đó độ cao lớn nhất của vật là $h(3,9) = 81,05(m)$.

d) Đúng

Vật thể chạm đất khi độ cao bằng 0

$$h(t) = 0 \Leftrightarrow -5t^2 + 39t + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{-39 + \sqrt{1621}}{-10} (l) \\ t = \frac{-39 - \sqrt{1621}}{-10} (n) \end{cases}$$

Khi đó vận tốc của vật thể là $v\left(\frac{39 + \sqrt{1621}}{10}\right) \approx -40,26(m/s)$.

Câu 12: Giả sử doanh số bán hàng (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới được cho bởi hàm số

$$f(t) = \frac{500}{1 + 5e^{-2t}}, t \geq 0, \text{ trong đó thời gian } t \text{ được tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi}$$

đó hàm số $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hãy xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng $y = 0$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(t)$.

b) $f(0) < f(1)$.

c) Hàm số $f(t)$ có đạo hàm $f'(t) = \frac{50000}{1 + e^{-2t}^2}$.

d) Tốc độ bán hàng của sản phẩm đạt cực đại sau khoảng 8 năm.

Lời giải:

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai.

Do $t \geq 0$ nên chỉ có giới hạn dần về $+\infty$.



$$\text{Xét } \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{500}{1 + 5e^{-2t}} = \frac{500}{\lim_{t \rightarrow +\infty} 1 + 5e^{-2t}} = \frac{500}{1} = 500$$

Do đó hàm số $f(t)$ có tiệm cận ngang $y = 500$.

b) Đúng.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} f(0) = \frac{250}{3} \\ f(1) \approx 298.2 \end{cases} \text{ nên } f(0) < f(1).$$

c) Sai.

$$\text{Ta có: } f(t) = \frac{500}{1 + 5e^{-2t}}, t \geq 0 \text{ nên}$$

$$f'(t) = \frac{-500 \cdot 1 + 5e^{-2t} \cdot (-2)}{(1 + 5e^{-2t})^2} = \frac{-500 - 10e^{-2t}}{(1 + 5e^{-2t})^2} = \frac{-500(1 + 2e^{-2t})}{(1 + 5e^{-2t})^2}, t \geq 0.$$

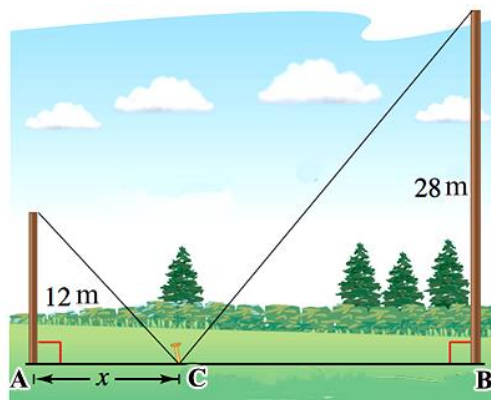
d) Sai.

$$\text{Ta có: } f''(t) = \frac{-10000e^{-2t} \cdot (1 + 5e^{-2t})^2 + 100000e^{-2t} \cdot 2(1 + 5e^{-2t}) \cdot (-2e^{-2t})}{(1 + 5e^{-2t})^4}, t \geq 0$$

$$= \frac{-10000e^{-2t} + 50000e^{-2t}}{(1 + 5e^{-2t})^3}, t \geq 0$$

Khi đó: $f''(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{1}{5}\right)}{-2} \approx 0,805$. Nên tốc độ bán hàng của sản phẩm đạt cực đại sau khoảng 0,805 năm.

Câu 13: Có hai cây cột, một cây cao 12 m và một cây cao 28 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nổi từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Gọi x là khoảng cách từ cột cao 12 m đến cọc.



a) Để tổng chiều dài của dây ngắn nhất thì $x \in (0; 30)$.

b) Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 28 m là $\sqrt{1684 + x^2}$.

c) Tổng chiều dài của dây là $\sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.



d) Tổng chiều dài ngắn nhất của dây là 48,5 m. (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Rõ ràng để tổng chiều dài dây ngắn nhất thì cọc phải nằm trong khoảng giữa hai cây cột nên $x \in (0; 30)$.

b) $AC = x \Rightarrow BC = 30 - x$ nên chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 28m là $\sqrt{28^2 + (30 - x)^2} = \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.

c) Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 12m là $\sqrt{12^2 + x^2} = \sqrt{144 + x^2}$ suy ra tổng chiều dài của sợi dây là $\sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.

d) Xét hàm số $f(x) = \sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$ với $x \in [0; 30]$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{144 + x^2}} + \frac{x - 30}{\sqrt{1684 - 60x + x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x\sqrt{1684 - 60x + x^2} = (30 - x)\sqrt{144 + x^2}$$

$$\Rightarrow x^2(1684 - 60x + x^2) = (30 - x)^2(144 + x^2)$$

$$\Leftrightarrow 640x^2 + 8540x - 129600 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 9; x = -\frac{45}{2}$$

Do $x \in [0; 30]$ nên ta nhận $x = 9$

Ta có $f(0) \approx 53,04$; $f(9) = 50$; $f(30) = 60,31$

Vậy chiều dài ngắn nhất của dây là 50 m.

Câu 14: Một hạt chuyển động trên một đường thẳng có gắn một trục tọa độ với gốc tọa độ là vị trí hạt bắt đầu chuyển động. Tọa độ của hạt trên trục tại thời điểm t (đơn vị: giây) kể từ khi xuất phát được cho bởi công thức $x(t) = 2t - 3\ln(t+1)$ (đơn vị: mét), $t \geq 0$. Hàm số $v(t) = x'(t)$ (đơn vị: mét/giây) biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

a) Vận tốc ban đầu của hạt là 1 m/s.

b) Hạt đứng yên tại thời điểm $t = 0,5$ s.

c) $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$.

d) Quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu tiên là 1,84 m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai

Phương trình biểu thị vận tốc chuyển động của hạt là $v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}$.

Vận tốc ban đầu của hạt là $v(0) = -1$ (m/s).

b) Đúng.

Hạt đứng yên nên $v(t) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{3}{t+1} = 0 \Leftrightarrow t = 0,5$ (s).

c) Đúng.



$$v(t) = 2 - \frac{3}{t+1}.$$

d) Đúng

Xét hàm số $x(t) = 2t - 3\ln(t+1)$ trên $[0; 3]$.

$$\text{Ta có } x'(t) = 2 - \frac{3}{t+1} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}.$$

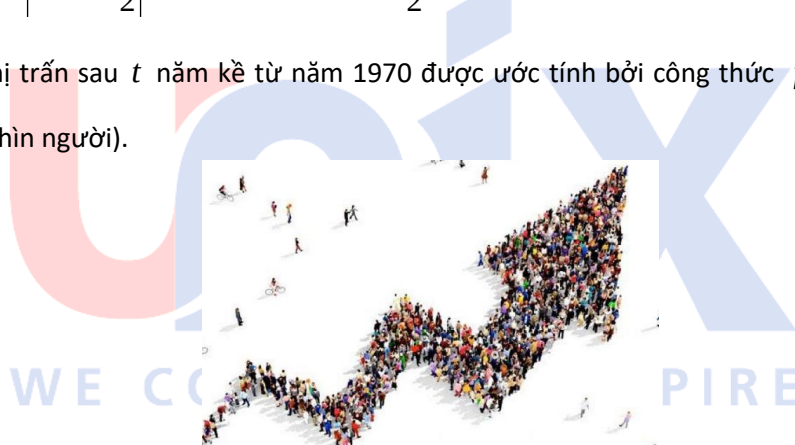
Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{2}$	3
$x'(t)$	-	0	+
$x(t)$	0	$1 - 3\ln \frac{3}{2}$	$6 - 6\ln 2$

Do đó quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu là:

$$2 \left| x\left(\frac{1}{2}\right) \right| + x(3) = 2 \left| 1 - 3\ln \frac{3}{2} \right| + 6 - 3\ln 4 = 4 + 6\ln \frac{3}{2} - 3\ln 4 \approx 2,27$$

Câu 15: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người).



- Số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là 18 nghìn người.
- Số dân của thị trấn vào đầu năm 1995 là 23 nghìn người.
- Xem f là một hàm số xác định trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ vậy hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$
- Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Vào năm 1998 thì tốc độ tăng dân số là 0,125 nghìn người/năm.

Lời giải

a) Đúng: Vào đầu năm 1980, ta có $t = 10$; $f(10) = 18$. Vậy số dân của thị trấn vào đầu năm 1980 là 18 nghìn người.

Vào đầu năm 1995 ta có $t = 25$; $f(25) = 22$.

Số dân của thị trấn vào đầu năm 1995 là 22 nghìn người.

b) Sai: $f'(t) = \frac{120}{(t+5)^2}$ với mọi $t > 0$; $f(t)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ vì liên tục trên khoảng $(-5; +\infty)$

Vậy hàm số đồng biến trên $[0; +\infty)$.

c) Đúng: Tốc độ tăng dân số vào đầu năm 1990 là:



$$f'(20) = \frac{120}{25^2} = 0,192 \text{ do } t = 1990 - 1970 = 20$$

Tốc độ tăng dân số được dự kiến vào năm 2008 của thị trấn là:

$$f'(38) = \frac{120}{43^2} \approx 0,065 \text{ do } t = 2008 - 1970 = 38$$

$$\text{Ta có: } f'(t) = 0,125 \Leftrightarrow \frac{120}{(t+5)^2} = 0,125 \Leftrightarrow t+5 = \sqrt{\frac{120}{0,125}} \approx 31 \Rightarrow t \approx 26.$$

d) Sai: Vào năm 1996, tốc độ tăng dân số của thị trấn là 0,125.

Câu 16: Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức:

$$N(t) = 100e^{0,012t}, \quad N(t) \text{ được tính bằng triệu người và } 0 \leq t \leq 50$$

a) Dân số của quốc gia vào năm 2030 là: 108,763 (triệu người)

b) Dân số của quốc gia vào năm 2035 là: 125,488 (triệu người)

c) Xem $N(t)$ là hàm số của biến số t xác định trên đoạn $[0; 50]$. Khi đó hàm số $N(t)$ đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

d) Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm 2040 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm.

Lời giải

a) Đúng: Dân số của quốc gia vào năm 2030 là: $N(7) = 100e^{0,012 \cdot 7} = 100e^{0,084} = 108,763$ (triệu người)

b) Sai: Dân số của quốc gia vào năm 2035 là: $N(12) = 100e^{0,012 \cdot 12} = 100e^{0,144} = 115,488$ (triệu người)

c) Đúng: Trên đoạn $[0; 50]$ ta có: $N'(t) = 0,012 \cdot 100e^{0,012t} = 1,2e^{0,012t} > 0, \forall t \in [0; 50]$

Do đó hàm số $N(t)$ đồng biến trên đoạn $[0; 50]$.

d) Ta có: $N'(t) = 1,2e^{0,012t}$

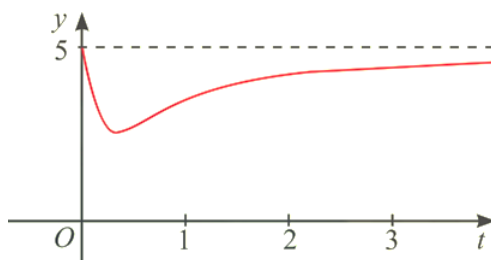
Với tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm ta có:

$$1,6 = 1,2e^{0,012t} \Leftrightarrow e^{0,012t} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow t = \frac{250 \ln \frac{4}{3}}{3} \approx 23,97$$

Vào năm 2046 thì tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/ năm.

Câu 17: Sự phân huỷ của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hoà tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số

$$y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}. \quad (\text{có đồ thị như đường màu đỏ ở hình bên})$$



a) Vào thời điểm $t=1$ thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l)

b) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l)

c) Vào thời điểm $t=0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất

d) Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 3,5 (mg/l)



Lời giải

Xét $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$ trên nửa đoạn $[0; +\infty)$ có $y'(t) = \frac{135t^2 - 15}{(9t^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ x = -\frac{1}{3} \text{ (loại)} \end{cases}$

Bảng biến thiên:

t	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
y'		0	
y	5	$\frac{5}{2}$	5

Từ bảng biến thiên ta thấy $\min_{[0; +\infty)} y(t) = y\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{5}{2}$ và $\max_{[0; +\infty)} y(t) = y(0) = 5$

Vậy vào các thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất và $t = \frac{1}{3}$ giờ thì nồng độ oxygen trong nước thấp nhất.

- a) Đúng: Vào thời điểm $t = 1$ thì nồng độ oxygen trong nước là 3,5 (mg/l)
- b) Đúng: Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước không vượt quá 5 (mg/l)
- c) Đúng: Vào thời điểm $t = 0$ thì nồng độ oxygen trong nước cao nhất
- d) Sai: Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước thấp nhất là 2,5 (mg/l)

Câu 18: Xét một chất điểm chuyển động dọc theo trục Ox . Toạ độ của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi hàm số $x(t) = t^3 - 6t^2 + 9t$ với $t \geq 0$. Khi đó $x'(t)$ là vận tốc của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $v(t)$; $v'(t)$ là gia tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm t , kí hiệu $a(t)$.

- a) Hàm vận tốc là $v(t) = 3t^2 - 12t + 9$
- b) Hàm gia tốc là $a(t) = 6t - 12$
- c) Trong khoảng từ $t = 0$ đến $t = 2$ thì vận tốc của chất điểm tăng
- d) Từ $t = 2$ trở đi thì vận tốc của chất điểm giảm

Lời giải

- a) Đúng: Hàm $v(t) = x'(t) = 3t^2 - 12t + 9$
- b) Đúng: Hàm $a(t) = v'(t) = 6t - 12$
- c) Sai: Tập xác định: $D = [0; +\infty)$ và $a(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
$a(t)$		0	
$v(t)$	9	-3	5

Vậy trong khoảng từ $t = 0$ đến $t = 2$ thì vận tốc của chất điểm giảm,



d) Sai: Từ $t = 2$ trở đi thì vận tốc của chất điểm tăng

Câu 19: Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.

a) Hàm vận tốc là: $v(t) = 3t^2 - 12, t \geq 0$

b) Hạt chuyển động xuống dưới khi $t > 2$

c) Quãng đường hạt đi được trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ là $9m$

d) Khi $t > 0$ thì hạt tăng tốc

Lời giải

a) Đúng: Hàm vận tốc là: $v(t) = y' = 3t^2 - 12, t \geq 0$

Hàm gia tốc là: $a(t) = v'(t) = y'' = 6t, t \geq 0$

b) Sai: Hạt chuyển động lên trên khi $v(t) > 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 > 0 \Leftrightarrow t > 2$ (do $t \geq 0$)

Hạt chuyển động xuống dưới khi $v(t) < 0 \Leftrightarrow 3t^2 - 12 < 0 \Leftrightarrow 0 \leq t < 2$ (do $t \geq 0$)

c) Đúng: Ta có: $y(3) - y(0) = 3^3 - 12 \cdot 3 + 3 - 3 = -9$

Vậy quãng đường vật đi được trong thời gian $0 \leq t \leq 3$ là $9m$.

d) Đúng: Hạt tăng tốc khi $v(t)$ tăng hay $v'(t) > 0$. Do đó, $6t > 0 \Leftrightarrow t > 0$

Hạt giảm tốc khi $v(t)$ giảm hay $v'(t) < 0 \Leftrightarrow 6t < 0 \Leftrightarrow t < 0$ (không thỏa mãn do $t \geq 0$)

Câu 20: Một nhà sản xuất trung bình bán được 1000 ti vi màn hình phẳng mỗi tuần với giá 14 triệu đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 500 nghìn đồng, số lượng ti vi bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 ti vi mỗi tuần.

a) Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x là số ti vi. Vậy hàm cầu là: $p(x) = -\frac{1}{200}x + 19$

b) Công ty giảm giá 4,5 (triệu đồng)/1 tivi cho người mua thì doanh thu của công ty là lớn nhất

c) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, vậy có 2300 ti vi được bán ra thì lợi nhuận là cao nhất.

d) Nếu hàm chi phí hằng tuần là $C(x) = 12000 - 3x$ (triệu đồng), trong đó x là số ti vi bán ra trong tuần, nhà sản xuất nên đặt giá bán 8,5 triệu đồng/1 ti vi để lợi nhuận là lớn nhất

Lời giải

a) Đúng: Gọi p (triệu đồng) là giá của mỗi ti vi, x là số ti vi. Khi đó hàm cầu là $p = p(x)$.

Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p = p(x)$ là hàm số bậc nhất nên. Do đó, $p(x) = ax + b$ (a khác 0).

Giá tiền $p_1 = 14$ ứng với $x_1 = 1000$, giá tiền $p_2 = 13,5$ ứng với $x_2 = 1000 + 100 = 1100$

Do đó, phương trình đường thẳng $p(x) = ax + b$ đi qua hai điểm $(1000; 14)$ và $(1100; 13,5)$.

Ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 14 = 1000a + b \\ 13,5 = 1100a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{200} \\ b = 19 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)} \Rightarrow p(x) = -\frac{1}{200}x + 19$$

b) Đúng: Vì $p = -\frac{1}{200}x + 19 \Rightarrow x = -200p + 3800$

Hàm doanh thu từ tiền bán ti vi là: $R(p) = px = p(-200p + 3800) = -200p^2 + 3800p$

Để doanh thu là lớn nhất thì ta cần tìm p sao cho R đạt giá trị lớn nhất.



Ta có: $R'(p) = -400p + 3800$; $R'(p) = 0 \Leftrightarrow p = \frac{19}{2}$

Bảng biến thiên:

p	0	$\frac{19}{2}$	$+\infty$
$R'(p)$	+	0	-
$R(p)$	0	18050	$-\infty$

Vậy công ty nên giảm giá số tiền một chiếc ti vi là: $14 - \frac{19}{2} = 4,5$ (triệu đồng) thì doanh thu là lớn nhất.

c) Sai: Doanh thu bán hàng của x sản phẩm là: $R(x) = x \cdot p(x) = x \cdot \left(\frac{-1}{200}x + 19 \right) = \frac{-x^2}{200} + 19x$ (triệu đồng). Do đó, hàm số thể hiện lợi nhuận thu được khi bán x sản phẩm là:

$$P(x) = R(x) - C(x) = \frac{-x^2}{200} + 19x - 12000 + 3x = \frac{-x^2}{200} + 22x - 12000 \text{ (triệu đồng)}.$$

Để lợi nhuận là lớn nhất thì $P(x)$ là lớn nhất. Ta có: $P'(x) = \frac{-x}{100} + 22$; $P'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2200$

Bảng biến thiên:

p	0	2200	$+\infty$
$R'(p)$	+	0	-
$R(p)$	0	12200	$-\infty$

Vậy có 2200 ti vi được bán ra thì lợi nhuận là cao nhất.

Số ti vi mua tăng lên là: $2200 - 1000 = 1200$ (chiếc)

d) Sai: Vậy cửa hàng nên đặt giá bán là: $14 - 0,5 \cdot \frac{1200}{100} = 8$ (triệu đồng)

Câu 21: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

b) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 220x - 500$ (nghìn đồng).

c) Hộ làm nghề dệt này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa

d) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1000 nghìn đồng.

Lời giải



Khi bán x mét vải lụa:

a) Đúng: Số tiền thu được là: $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

b) Sai: Lợi nhuận thu được là: $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).

c) Đúng: Hàm số $L(x)$ xác định trên $[1;18]$.

Đạo hàm $L'(x) = -3x^2 + 6x + 240$; $L(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10$ hoặc $x = -8$ (loại).

Trên khoảng $(1;10)$, $L'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

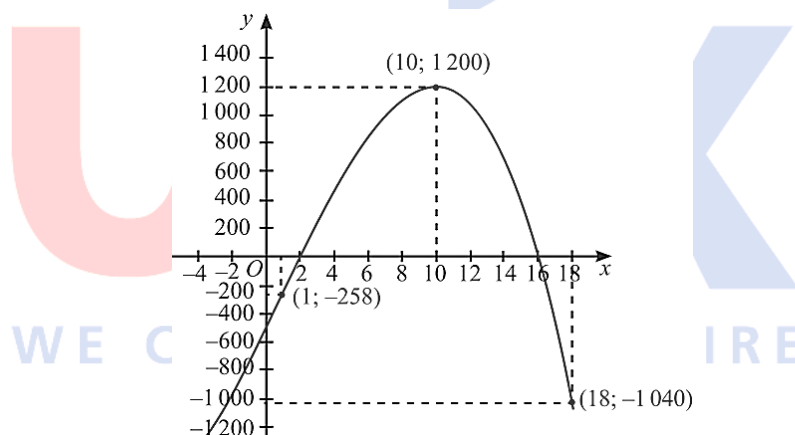
Trên khoảng $(10;18)$; $L'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

Cực trị: Hàm số $L(x)$ đạt cực đại tại $x = 10$ và $L_{CD} = L(10) = 1200$.

Bảng biến thiên:

x	1	10	18
$L'(x)$	+	0	-
$L(x)$	-258	1200	-1040

Đồ thị hàm số có điểm cực đại $(10;1200)$ và đi qua các điểm $(1;-258);(18;-1040)$ như hình.



d) Sai: Quan sát đồ thị hàm số, ta nhận thấy khi $x = 10$ thì hàm số đạt giá trị lớn nhất là 1200. Như vậy, hộ làm nghề dệt cần sản xuất và bán ra mỗi ngày 10 mét vải lụa để thu được lợi nhuận tối đa. Lợi nhuận tối đa này là 1200 nghìn đồng.

Câu 22: Giả sử hàm cầu của một sản phẩm độc quyền được cho bởi $P = 400 - 2Q$ và hàm chi phí trung bình $\bar{C} = 0,2Q + 4 + \frac{400}{Q}$ trong đó Q là số đơn vị sản phẩm (P và $\bar{C}$ được tính bằng \$ đối với mỗi đơn vị sản phẩm).

a) $Q = 90$ là lượng sản phẩm bán ra để lợi nhuận thu được tối đa;

b) Giá bán để lợi nhuận thu được tối đa là 400\$

c) Lợi nhuận tối đa là 17420\$

d) Nếu chính phủ đánh thuế 22\$/ một đơn vị sản phẩm thì giá bán 390\$ để lợi nhuận thu được tối đa

Lời giải

Ta có: Lợi nhuận = Tổng doanh thu - Tổng chi phí.

Tổng doanh thu là R và tổng chi phí là C được cho bởi $R = PQ = 400Q - 2Q^2$

Và $C = Q\bar{C} = 0,2Q^2 + 4Q + 400$ nên lợi nhuận $P = R - C = 400Q - 2Q^2 - (0,2Q^2 + 4Q + 400)$.



Hay $P(Q) = 396Q - 2,2Q^2 - 400$.

a) Đúng: Để tối đa hóa lợi nhuận, ta cho $P'(Q) = 0 \Leftrightarrow 396 - 4,4Q = 0 \Leftrightarrow Q = 90$.

Ta có $P''(Q) = -4,4 < 0$. Vậy P đạt cực đại tại $Q = 90$.

b) Sai: Thay $Q = 90$ vào hàm cầu ta được giá bán trên mỗi sản phẩm để lợi nhuận thu được tối đa: $P = 400 - 2.90 = 220$.

c) Đúng: Lợi nhuận tối đa: $P(90) = 396(90) - 2,2(90)^2 - 400 = 17420$.

d) Sai: Khi chi phí đánh thuế 22\$/một đơn vị sản phẩm, tổng chi phí tăng $22Q$. Hàm chi phí mới là $\overline{C}_1 = 0,2Q^2 + 4Q + 400 + 22Q$ và hàm lợi nhuận mới là

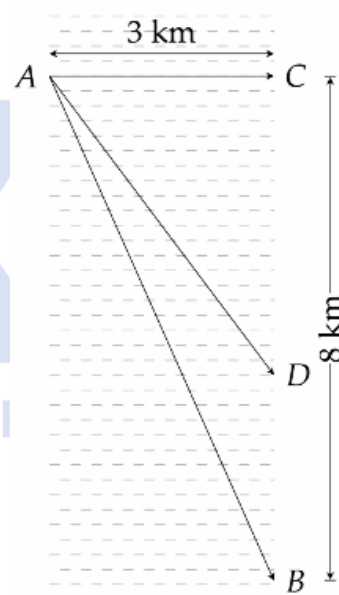
$$P = 400Q - 2Q^2 - (0,2Q^2 + 4Q + 400 + 22Q) = 374Q - 2,2Q^2 - 400$$

Ta có $P'_1(Q) = 0 \Leftrightarrow 374 - 4,4Q = 0 \Leftrightarrow Q = 85$.

Vì $P''_1(Q) = -4,4 < 0$ nên để thu được lợi nhuận tối đa, nhà độc quyền phải sản xuất 85 đơn vị sản phẩm với mức giá $P_1 = 400 - 2.85 = 230\$$, do mức giá này chỉ hơn 10\$ so với trước đó nên chỉ một phần thuế được tính vào người tiêu dùng, phần thuế còn lại do nhà sản xuất gánh chịu. Lợi nhuận bây giờ là 15495.

Câu 23:

Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B , hay có thể chèo trực tiếp đến B , hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B và sau đó chạy đến B . Biết anh ấy có thể chèo thuyền 6 km/h, chạy 8 km/h và quãng đường $BC = 8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi x (km) là độ dài quãng đường BD . Xét tính đúng sai trong các khẳng định sau:



a) $8 - x$ (km) là độ dài quãng đường CD .

b) Thời gian chèo thuyền trên quãng đường AD là: $\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{3}$ (giờ)

c) Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{3} + \frac{8 - x}{8}$

d) Khoảng 1 giờ 20 phút là khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B .

Lời giải

a) Đúng: Gọi x (km) là độ dài quãng đường BD ; $8 - x$ (km) là độ dài quãng đường CD .

b) Sai: Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AD = \sqrt{x^2 + 9}$ là: $\frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6}$ (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường DB là: $\frac{8 - x}{8}$ (giờ)

c) Sai: Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}$ trên khoảng $(0; 8)$



Ta có $f'(x) = \frac{x}{6\sqrt{x^2+9}} - \frac{1}{8}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+9} = 4x \Leftrightarrow x = \frac{9}{\sqrt{7}}$

Bảng biến thiên

x	0	$9/\sqrt{7}$		8
$f'(x)$		–	0	+
$f(x)$	$\frac{3}{2}$	$1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$		$\frac{\sqrt{73}}{6}$

d) Đúng: Dựa vào bảng biến thiên ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ A đến B là $1 + \frac{\sqrt{7}}{8}$ Vậy

khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B là $1 + \frac{\sqrt{7}}{8} \approx 1^h 20'$.

Câu 24: Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x \left(m^3\right)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x \left(m^3\right)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó

a) $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$.

b) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

c) $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$.

d) Chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày không vượt quá $100 m^3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Chi phí mỗi ngày là tổng các chi phí nên $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$ (triệu đồng).

b) Khi $x = 100$, ta có $C(100) = 0,0005 \times 100^2 + 0,15 \times 100 + 5 = 25$.

c) Chi phí trung bình trên mỗi khối sản phẩm là $\bar{c}(x) = \frac{0,0005x^2 + 0,15x + 5}{x} = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$.

d) Xét hàm số $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$, $0 < x \leq 200$.

Ta có $\bar{c}'(x) = \frac{5}{10^4} - \frac{5}{x^2}$, $\bar{c}'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10^4 \Rightarrow x = 100$ (do $x \in (0; 200]$)

BBT



x	0	100	200
$\bar{c}'(x)$	-	0	+
$\bar{c}(x)$	$+\infty$	0,25	0,275

Vậy chi phí trung bình giảm khi hàm số $\bar{c}(x)$ nghịch biến, tức là $x \in (0; 100)$.

Câu 25: Khi nuôi tôm thẻ trong ao, một kỹ sư thủy sản đã thống kê được nếu mỗi mét vuông mặt ao thả x con tôm giống thì cuối mỗi vụ con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam).

- Sau mỗi vụ khối lượng tôm trung bình trong mỗi mét vuông mặt ao là $(108 - x^2)x$.
- Khi thả 10 con tôm giống / m^2 thì lượng tôm thu được là $0,8 \text{ kg} / m^2$.
- Để sản lượng tôm lớn nhất thì nên thả 6 con tôm / m^2 .
- Để lượng tôm thu được tăng lên thì mật độ tôm giống thả vào ao là từ 6 đến 10 con / m^2 .

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Khối tôm trung bình trong mỗi mét vuông ao nuôi là $M(x) = (108 - x^2)x$.

b) Khi $x = 10$, $M(10) = 10 \cdot 8 = 80 \text{ (gam)} = 0,08 \text{ kg}$.

c) Để tôm phát triển được, $x > 0$; $x^2 \leq 108$ nên $0 < x \leq 10,39$.

Xét hàm số $M(x) = (108 - x^2)x = -x^3 + 108x$.

Có $M'(x) = -3x^2 + 108 = -3(x^2 - 36)$; $M'(x) = 0 \Rightarrow x = 6$.

Ta có BBT

x	0	6	10,39
$M'(x)$	+	0	-
$M(x)$	0	432	0

Để sản lượng tôm lớn nhất thì nên thả 6 con tôm / m^2 .

d) Lượng tôm thu được tăng lên khi hàm số $M(x)$ đồng biến. Dựa vào bảng biến thiên ta có $x \in (0; 6)$, hay mật độ tôm không quá 6 con / m^2 .

Câu 26: Một vật chuyển động theo hàm số $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9t$ (m), với $t \geq 0$ và t là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và $s(t)$ là vị trí của vật tại thời điểm t (s).

a) Quãng đường mà vật chuyển động được tại thời điểm $t = 3$ (s) là 27 (m).

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = 1$ (s) là 6 (m/s).



- c) Tại thời điểm vật đạt vận tốc $v(t) = 18(m/s)$ thì quãng đường đi được từ khi bắt đầu chuyển động là $6(m)$.
- d) Vận tốc của vật tăng trong thời gian từ $t = 0(s)$ đến $t = 1(s)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

- a) Tại thời điểm $t = 3(s)$ thì quãng đường $s(3) = 3^3 - 3.3^2 + 9.3 = 27(m)$. Mệnh đề đúng.
- b) Ta có: $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 9$. Tại thời điểm $t = 1(s)$ thì $v(1) = 3.1^2 - 6.1 + 9 = 6(m/s)$. Mệnh đề đúng.
- c) Khi $v(t) = 3t^2 - 6t + 9 = 18 \Leftrightarrow 3t^2 - 6t - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 3 \end{cases} \Rightarrow t = 3$.
- Tại thời điểm $t = 3(s)$ thì quãng đường $s(3) = 3^3 - 3.3^2 + 9.3 = 27(m)$. Mệnh đề sai.
- d) Ta có: $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 6t + 9$.
- Xét hàm số $y = v(t) = 3t^2 - 6t + 9$ có $y' = 6t - 6 = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

BBT

x	0	1	$+\infty$
y'	-	0	+
y	9	6	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có vận tốc $v(t)$ giảm trong khoảng thời gian từ $t = 0(s)$ đến $t = 1(s)$.

Mệnh đề sai.

Câu 27: Nhân ngày quốc tế Phụ nữ 8 – 3 năm 2024. Ông M đã mua tặng vợ một món quà và đặt nó trong một chiếc hộp chữ nhật có thể tích là 32 (đvtt) có đáy là hình vuông và không nắp. Để món quà trở nên đặc biệt và xứng tầm với giá trị của nó, ông quyết định mạ vàng chiếc hộp, biết rằng độ dày của lớp mạ trên mọi điểm của chiếc hộp là không đổi và như nhau. Gọi chiều cao và cạnh đáy của chiếc hộp lần lượt là h và x .

- a) Công thức tính thể tích chiếc hộp là $V = x^2h$.
- b) Diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là $S = 2x^2 + 4xh$.
- c) Diện tích tất cả các mặt được mạ vàng là $S_{MV} = 2x^2 + 4xh$.
- d) Khi cạnh đáy của chiếc hộp x lớn hơn 4 thì x càng lớn, lượng vàng được mạ càng tăng.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

- a) Thể tích khối hộp chữ nhật $V = x.x.h = x^2h$. Mệnh đề đúng.
- b) Chiếc hộp có 1 mặt đáy là hình vuông cạnh x và có 4 mặt bên là hình chữ nhật kích thước x và h . Vậy diện tích các mặt ngoài của chiếc hộp là: $S_{xq} = x^2 + 4xh$. Mệnh đề sai.
- c) Vì mạ vàng trên mọi điểm của chiếc hộp nên mạ cả mặt trong và mặt ngoài.
 Vậy $S_{MV} = 2S = 2(x^2 + 4xh) = 2x^2 + 8xh$. Mệnh đề sai.



d) Ta có thể tích chiếc hộp: $V = x^2h = 32$ (đvtt), với $x, h > 0$. Suy ra $h = \frac{32}{x^2}$.

Phần mạ vàng của chiếc hộp: $S = 2x^2 + 8xh = 2x^2 + 8x \cdot \frac{32}{x^2} = 2x^2 + \frac{256}{x}$.

Xét hàm số $f(x) = 2x^2 + \frac{256}{x}$ với $x > 0$.

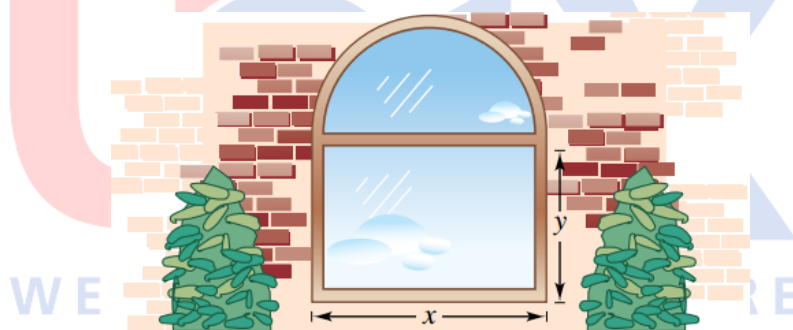
Ta có $f'(x) = 4x - \frac{256}{x^2} = \frac{4x^3 - 256}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 256 \Leftrightarrow x = 4$; $f(4) = 96$.

BBT

x		0	4	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+
$f(x)$		$+\infty$	96	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khi $x > 4$ hàm số $f(x)$ tăng. Vậy lượng vàng được mạ tăng. Mệnh đề đúng.

Câu 28: Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên dưới, người ta dùng 8 m dây thép để làm các đường viền. Gọi x, y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.



a) Chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt là $\frac{\pi x}{2}$.

b) Giá trị của y tính theo x là $4 - \frac{x(4 + \pi)}{4}$.

c) Diện tích của cửa sổ là $S = 4x - x^2$.

d) Khi diện tích của cửa sổ lớn nhất thì $y = \frac{16}{8 + \pi}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Bán kính của hình bán nguyệt là $\frac{x}{2}$ nên nửa chu vi bán nguyệt là $\frac{\pi x}{2}$

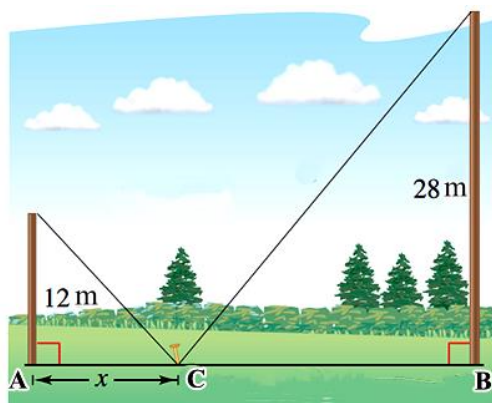
b) Ta có $2(x + y) + \frac{\pi x}{2} = 8 \Leftrightarrow y = 4 - \frac{x(4 + \pi)}{4}$.

c) Diện tích của cửa sổ: $S = xy + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x \left(4 - x - \frac{\pi x}{4}\right) + \frac{\pi x^2}{8} = 4x - x^2 - \frac{\pi x^2}{8}$.



d) S đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{4}{2 + \frac{\pi}{4}} = \frac{16}{8 + \pi}$ nên $y = 4 - x - \frac{\pi x}{4} = \frac{16}{8 + \pi}$.

Câu 29: Có hai cây cột, một cây cao 12 m và một cây cao 28 m đứng cách nhau 30 m. Chúng được giữ bằng hai sợi dây, gắn vào một cọc duy nhất nối từ mặt đất đến đỉnh mỗi cột. Gọi x là khoảng cách từ cột cao 12 m đến cọc.



- a) Để tổng chiều dài của dây ngắn nhất thì $x \in (0; 30)$.
- b) Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 28 m là $\sqrt{1684 + x^2}$.
- c) Tổng chiều dài của dây là $\sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.
- d) Tổng chiều dài ngắn nhất của dây là 48,5 m.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Rõ ràng để tổng chiều dài dây ngắn nhất thì cọc phải nằm trong khoảng giữa hai cây cột nên $x \in (0; 30)$.

b) $AC = x \Rightarrow BC = 30 - x$ nên chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 28 m là $\sqrt{28^2 + (30 - x)^2} = \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.

c) Chiều dài sợi dây nối từ cọc đến đỉnh cột cao 12 m là $\sqrt{12^2 + x^2} = \sqrt{144 + x^2}$ suy ra tổng chiều dài của sợi dây là $\sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$.

d) Xét hàm số $f(x) = \sqrt{144 + x^2} + \sqrt{1684 - 60x + x^2}$ với $x \in [0; 30]$

Ta có $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{144 + x^2}} + \frac{x - 30}{\sqrt{1684 - 60x + x^2}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x\sqrt{1684 - 60x + x^2} = (30 - x)\sqrt{144 + x^2}$$

$$\Rightarrow x^2(1684 - 60x + x^2) = (30 - x)^2(144 + x^2)$$

$$\Leftrightarrow 640x^2 + 8540x - 129600 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 9; x = -\frac{45}{2}$$

Do $x \in [0; 30]$ nên ta nhận $x = 9$

Ta có $f(0) \approx 53,04$; $f(9) = 50$; $f(30) = 60,31$

Vậy chiều dài ngắn nhất của dây là 50 m.



Câu 30: Dân số của một quốc gia sau t (năm) bắt đầu từ năm 2023 được tính theo công thức $N(t) = 100e^{0,012t}$ (trong đó $N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$)

- Dân số của quốc gia này ở năm 2030 vượt mức 110 triệu người.
- Dân số của quốc gia này ở năm 2035 vượt mức 115 triệu người.
- Vào năm 2030 thì tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm.
- Vào năm 2026 thì tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

- Dân số của quốc gia này ở năm 2030 là $N(7) = 100e^{0,012 \cdot 7} \approx 108,8$ triệu người.
- Dân số của quốc gia này ở năm 2035 là $N(12) = 100e^{0,012 \cdot 12} \approx 115,5$ triệu người.
- Hàm tốc độ tăng dân số là $N'(t) = 1,2e^{0,012t}$. Ta có:

$$1,2e^{0,012t} = 1,6 \Leftrightarrow t \approx 2,34.$$

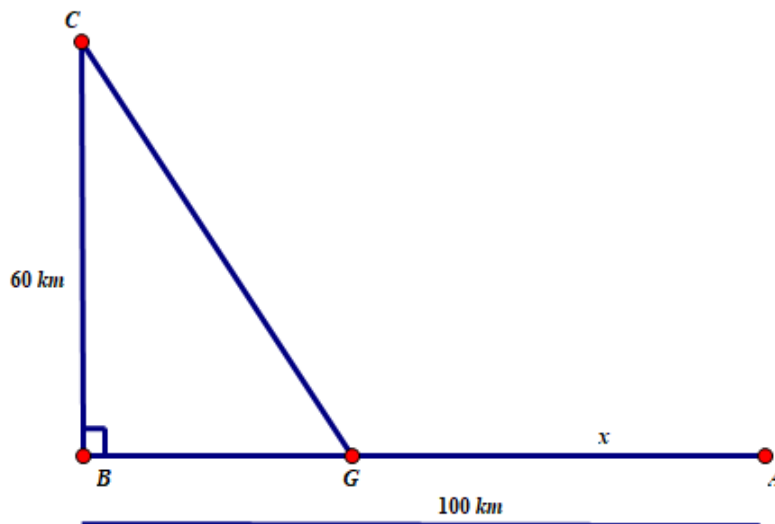
Vậy thời vào năm 2026, tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm

- Hàm tốc độ tăng dân số là $N'(t) = 1,2e^{0,012t}$. Ta có:

$$1,2e^{0,012t} = 1,6 \Leftrightarrow t \approx 2,34.$$

Vậy thời vào năm 2026, tốc độ tăng dân số là 1,6 triệu người/năm.

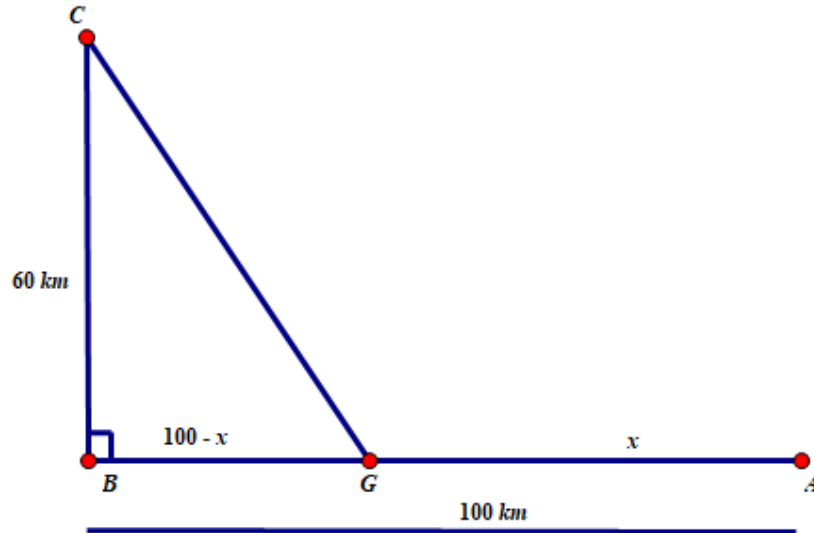
Câu 31: Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết $BC = 60km$, $AB = 100km$, góc $ABC = 90^\circ$, như hình vẽ. Mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 5000USD, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là 3000USD. Đặt $x = AG$.



- Khi $x = 20km$ thì đường dây điện nối từ C về G dài 100km.
- Khi $x = 20km$ thì tổng chi phí mắc điện là 560.000USD.
- Tổng chi phí mắc điện nhỏ nhất khi $x = 50km$.
- Tổng chi phí mắc điện nhỏ nhất là 540.000USD.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------



a) Có $AG = x \Rightarrow BG = 100 - x$ với $0 \leq x \leq 100$.

Xét tam giác CBG vuông tại B có $CG = \sqrt{CB^2 + BG^2} = \sqrt{3600 + (100 - x)^2}$.

Khi $x = 20 \text{ km} \Rightarrow CG = 100 \text{ km}$.

b) Chi phí tiền mắc điện là $f(x) = 3000x + 5000 \cdot \sqrt{3600 + (100 - x)^2}$

Khi $x = 20 \text{ km} \Rightarrow CG = 100 \text{ km}$ và tổng chi phí mắc điện là $T = f(20) = 560.000 \text{ USD}$.

c) Để chi phí mắc điện ít nhất thì $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có $f'(x) = 3000 - 5000 \frac{(100 - x)}{\sqrt{3600 + (100 - x)^2}}$

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3000 = 5000 \frac{(100 - x)}{\sqrt{3600 + (100 - x)^2}} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 55 \\ x = 145(l) \end{cases}$

Ta có

$$f(0) = 583095,1895 \text{ USD}$$

$$f(55) = 540.000 \text{ USD}$$

$$f(100) = 600.000 \text{ USD}$$

Vậy chi phí mắc điện nhỏ nhất khi $x = 55 \text{ km}$.

d) chi phí mắc điện nhỏ nhất là 540.000 USD