

CHƯƠNG

II

VECTƠ
TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTO



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(1; 2; 3); \vec{b}(2; 2; -1); \vec{c}(4; 0; -4)$. Tọa độ của vectơ $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$ là

- A. $\vec{d}(-7; 0; -4)$ B. $\vec{d}(-7; 0; 4)$ C. $\vec{d}(7; 0; -4)$ D. $\vec{d}(7; 0; 4)$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c} = (1 - 2 + 2 \cdot 4; 2 - 2 + 2 \cdot 0; 3 + 1 + 2 \cdot (-4)) = (7; 0; -4)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(3; 4; 1)$. B. $(-1; -2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(1; 2; 3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} - \vec{b} = (2 - 1; 3 - 1; 2 + 1) = (1; 2; 3)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{a} = (4; -6; 6)$, $3\vec{b} = (0; 6; -3)$, $-2\vec{c} = (-6; 2; -10) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Lời giải

$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a}(-1; 2; -3)$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Lời giải

Có $2\vec{a} = (4; -6; 6)$; $3\vec{b} = (0; 6; -3)$; $-2\vec{c} = (-6; 2; -10)$.

Khi đó: $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c} = (-2; 2; -7)$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vector $\vec{x} = (2; 1; -3)$ và $\vec{y} = (1; 0; -1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y}$.

A. $\vec{a} = (4; 1; -1)$. **B.** $\vec{a} = (3; 1; -4)$. **C.** $\vec{a} = (0; 1; -1)$. **D.** $\vec{a} = (4; 1; -5)$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{y} = (2; 0; -2)$.

$\vec{a} = \vec{x} + 2\vec{y} = (2+2; 1+0; -3-2) = (4; 1; -5)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vectơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz . Tính tọa độ của vectơ $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

A. $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; -1; 1)$. **B.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (-1; 1; 1)$. **C.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$. **D.** $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; -1; 1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$, $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó, $\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} = (1; 1; -1)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ giả sử $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$, khi đó tọa độ vectơ $\vec{u}$ là

A. $(-2; 3; 1)$. **B.** $(2; 3; -1)$. **C.** $(2; -3; -1)$. **D.** $(2; 3; 1)$.

Lời giải

Theo định nghĩa ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$, $\vec{j} = (0; 1; 0)$ và $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Do đó, $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Leftrightarrow \vec{u} = (2; 3; -1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 2; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vectơ $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(1; 7; 2)$. **B.** $(1; 5; 2)$. **C.** $(3; 7; 2)$. **D.** $(1; 7; 3)$.

Lời giải

Có $\vec{c} = 2\vec{a} + \vec{b}$, gọi $\vec{c} = (c_1; c_2; c_3)$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = 2.1 + (-1) = 1 \\ c_2 = 2.2 + 3 = 7 \\ c_3 = 2.1 + 0 = 2 \end{cases}$$

Vậy $\vec{c} = (1; 7; 2)$

Câu 10: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

A. $\vec{a}(-1; 2; -3)$. **B.** $\vec{a}(2; -3; -1)$. **C.** $\vec{a}(-3; 2; -1)$. **D.** $\vec{a}(2; -1; -3)$.

Lời giải

Chọn A

+) Ta có $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \Leftrightarrow \vec{a}(x; y; z)$ nên $\vec{a}(-1; 2; -3)$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho $\vec{a}(-2; 2; 0), \vec{b}(2; 2; 0), \vec{c}(2; 2; 2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

- A. 6. B. 11. C. $2\sqrt{11}$. D. $2\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (2; 6; 2)$.

Vậy $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = 2\sqrt{11}$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(0; 1; -1), B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(2; 2; 3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(3; 4; 1)$.

Lời giải

Hai điểm $A(0; 1; -1), B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(2; 2; 3)$.

Câu 13: Trong không gian Oxyz, cho $A(2; -1; 0)$ và $B(1; 1; -3)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A. $(3; 0; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; -2; 3)$. D. $(1; -2; 3)$.

Lời giải

$A(2; -1; 0), B(1; 1; -3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1 - 2; 1 + 1; -3 - 0) = (-1; 2; -3)$.

Câu 14: Trong không gian Oxyz cho $A(2; -2; 1), B(1; -1; 3)$. Tọa độ vecto $\overrightarrow{AB}$ là:

- A. $(-1; 1; 2)$. B. $(-3; 3; -4)$. C. $(3; -3; 4)$. D. $(1; -1; -2)$

Lời giải:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; 2)$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho hai điểm $A(1; -3; 1), B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB.

- A. 26. B. 22. C. $\sqrt{26}$. D. $\sqrt{22}$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB} = (2; 3; -3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}$.

Câu 16: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; -2; -1), B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- A. $2\sqrt{13}$ B. $\sqrt{6}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(1;3;5)$, $B(2;2;3)$. Độ dài đoạn AB bằng

- A.** $\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2 + (3-5)^2} = \sqrt{6}.$$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A.** $I(1;0;4)$. **B.** $I(2;0;8)$. **C.** $I(2;-2;-1)$. **D.** $I(-2;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1;0;4)$$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;4)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .

- A.** $I(2;-4;2)$. **B.** $I(4;2;6)$. **C.** $I(-2;-1;-3)$. **D.** $I(2;1;3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 1 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(2;1;3).$$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-4;3)$ và $B(2;2;7)$. Trung điểm của đoạn thẳng AB có tọa độ là

- A.** $(1;3;2)$. **B.** $(2;-1;5)$. **C.** $(2;-1;-5)$. **D.** $(2;6;4)$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AB , ta có:
$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+2}{2} = 2 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-4+2}{2} = -1 \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+7}{2} = 5 \end{cases} \Rightarrow M(2; -1; 5).$$

Câu 21: Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -2; 3), B(-1; 2; 5), C(0; 0; 1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

- A.** $G(0; 0; 3)$. **B.** $G(0; 0; 9)$. **C.** $G(-1; 0; 3)$. **D.** $G(0; 0; 1)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC bằng

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2+2+0}{3} = 0 \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3+5+1}{3} = 3 \end{cases} \Rightarrow G(0; 0; 3)$$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 3; 4), B(2; -1; 0), C(3; 1; 2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $G(2; 1; 2)$. **B.** $G(6; 3; 6)$. **C.** $G\left(3; \frac{2}{3}; 3\right)$. **D.** $G(2; -1; 2)$.

Lời giải

Tọa độ trọng tâm G là

$$\begin{cases} x_G = \frac{1+2+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{3-1+1}{3} = 1 \\ z_G = \frac{4+0+2}{3} = 2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; 2).$$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC biết $A(5; -2; 0), B(-2; 3; 0), C(0; 2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ:

- A.** $(1; 2; 1)$. **B.** $(2; 0; -1)$. **C.** $(1; 1; 1)$. **D.** $(1; 1; -2)$.

Lời giải

Giả sử $G(x, y, z)$.

Vì G là trọng tâm của tam giác ABC suy ra

$$\begin{cases} x = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + (-2) + 0}{3} = 1 \\ y = \frac{-2 + 3 + 2}{3} = 1 \\ z = \frac{0 + 0 + 3}{3} = 1 \end{cases} \Rightarrow G(1;1;1).$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
A. $(0;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oyz) \Rightarrow H(0;2;3)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oyz)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(-1;2;3)$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz) là
A. $(1;-2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oxz) \Rightarrow H(1;0;3)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxz)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(1;-2;3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm đối xứng của $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxy) là
A. $(0;2;3)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow H(1;2;0)$

Gọi M' là điểm đối xứng với $M(1;2;3)$ qua mặt phẳng (Oxy)

$\Rightarrow H$ là trung điểm của $MM' \Rightarrow M'(1;2;-3)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(2;3;5)$. **B.** $A'(2;-3;-5)$. **C.** $A'(-2;-3;5)$. **D.** $A'(-2;-3;-5)$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;5)$ lên Oy . Suy ra $H(0;-3;0)$

Khi đó H là trung điểm đoạn AA' .

$$\begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -2 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = -3 \Rightarrow A'(-2; -3; -5) \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -5 \end{cases}$$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = (3; 0; 1)$ và $\vec{v} = (2; 1; 0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$.

Lời giải

Ta có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 = 6$.

Câu 29: Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}$ và $\vec{v} = (2; -1)$. Tính $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. **B.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$. **C.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$. **D.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Từ $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} \Rightarrow \vec{u} = (1; 3)$.

Do đó, $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) = -1$.

Câu 30: Cho hai véc tơ $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Khi đó, tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A.** 12. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn C

$\vec{a} + \vec{b} = (-1; -1; 5) \Rightarrow (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = -1 \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 11$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3); B(-1; 2; 1); C(3; -1; -2)$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.

- A.** -6. **B.** -14. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 0; -2); \overrightarrow{AC} = (2; -3; -5) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$

Câu 32: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3)$, $B(-2; -2)$, $C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- A.** $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$ **B.** $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$ **C.** $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$ **D.** $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-3; -5)$, $\overrightarrow{AC} = (2; -2)$.

Khi đó: $\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-3 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{\sqrt{34} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{17}}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 60° . C. 150° . D. 30° .

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Vậy: } \cos(\vec{i}, \vec{u}) = \frac{\vec{i} \cdot \vec{u}}{|\vec{i}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 0 + 0 \cdot 1}{1 \cdot \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (\vec{i}, \vec{u}) = 150^\circ.$$

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$, $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-3 \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + 0^2} \cdot \sqrt{5^2 + 0^2 + 12^2}} = \frac{-3}{13}.$$

Câu 35: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ góc giữa hai vectơ $\vec{i}$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3}; 0; 1)$ là

- A. 120° . B. 30° . C. 60° . D. 150° .

Lời giải

Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0)$

$$\Rightarrow \cos(\vec{u}, \vec{i}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{i}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{i}|} = \frac{-\sqrt{3}}{2}. \text{ Vậy } (\vec{u}, \vec{i}) = 150^\circ.$$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$, $C(2; 1; 1)$.

Diện tích của tam giác ABC bằng:

- A. $\frac{\sqrt{11}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{7}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-1; 0; 1), \overrightarrow{AC} = (1; 1; 1) \Rightarrow (-1) \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 = 0 \Rightarrow AB \perp AC.$$

$$\text{Nên diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Côsin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $-\frac{3}{13}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{-15}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 12^2}} = -\frac{3}{13}.$$

Câu 38: Cho $\vec{u} = (-1; 1; 0)$, $\vec{v} = (0; -1; 0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. 120° . B. 45° . C. 135° . D. 60° .

Lời giải

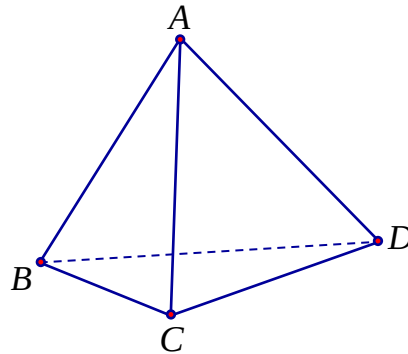
Chọn C

$$\text{Ta có } \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-1}{\sqrt{2}} \Rightarrow (\vec{u}, \vec{v}) = 135^\circ.$$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $AB \perp BD$. B. $AB \perp BC$. C. $AB \perp AC$. D. $AB \perp CD$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; 0; -4)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 0; -4) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 16 \neq 0 \Rightarrow AB$ và AC không vuông góc.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$

Lời giải

$$(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 5 - m = 0 \Leftrightarrow m = 5.$$

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (2; -1; 1)$ và $\vec{v} = (0; -3; -m)$. Tìm số thực m sao cho tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

- A. $m = 4$. B. $m = 2$. C. $m = 3$. D. $m = -2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \Leftrightarrow 3 - m = 1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3)$, $B(0;3;1)$, $C(4;2;2)$. Côsin của góc BAC bằng

- A.** $\frac{9}{\sqrt{35}}$. **B.** $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **C.** $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. **D.** $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

Ta có $\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}|}$ với $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (5; 4; -1)$.

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{1 \cdot 5 + 5 \cdot 4 + (-2) \cdot (-1)}{\sqrt{1^2 + 5^2 + (-2)^2} \sqrt{5^2 + 4^2 + (-1)^2}} = \frac{27}{\sqrt{30} \sqrt{42}} = \frac{9}{2\sqrt{35}}$$

Câu 43: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

- A.** $x + y = 1$. **B.** $x + y = 17$. **C.** $x + y = -\frac{11}{5}$. **D.** $x + y = \frac{11}{5}$.

Lời giải

Có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 5)$, $\overrightarrow{AC} = (x+1; y-2; 1)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \Rightarrow x + y = 1.$$

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vector $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vector $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

- A.** $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. **B.** $m = 4; n = -3$. **C.** $m = 1; n = 0$. **D.** $m = 7; n = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

$$\vec{a} \text{ và } \vec{b} \text{ cùng hướng} \Leftrightarrow \vec{a} = k\vec{b} \ (k > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}. \text{ Vậy } m = 7; n = -\frac{3}{4}$$

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.

- A.** $x = 4; y = 7$ **B.** $x = -4; y = -7$ **C.** $x = 4; y = -7$ **D.** $x = -4; y = 7$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -4; 2)$, $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+1; -4)$

$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \end{cases}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1)$, $B(0; 1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

- A.** $M(4; -5; 0)$. **B.** $M(2; -3; 0)$. **C.** $M(0; 0; 1)$. **D.** $M(4; 5; 0)$.

Lời giải

Ta có $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x; y; 0)$; $\overrightarrow{AB} = (-2; 3; 1)$; $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+2; -1)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng phương, khi đó: $\frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{3} = \frac{-1}{1}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -5 \end{cases}.$$

Vậy $M(4; -5; 0)$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m; 2; m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\vec{u} = (2; -2; 1)$

Khi đó $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$ và $|\vec{v}| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}$

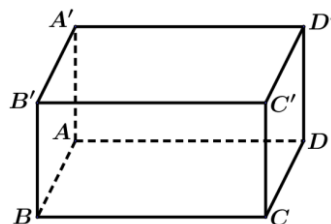
$$\text{Do đó } |\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(a; 0; 0)$; $D(0; 2a; 0)$, $A'(0; 0; 2a)$ với $a \neq 0$. Độ dài đoạn thẳng AC' là

- A.** $|a|$. **B.** $2|a|$. **C.** $3|a|$. **D.** $\frac{3}{2}|a|$.

Lời giải



Ta có $\overrightarrow{AB} = (a; 0; 0)$; $\overrightarrow{AD} = (0; 2a; 0)$; $\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 2a)$.

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC'} = (a; 2a; 2a)$.

$$\text{Suy ra } AC = |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{a^2 + (2a)^2 + (2a)^2} = 3|a|.$$

Vậy độ dài đoạn thẳng $AC' = 3|a|$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Tìm m, n để các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng.

A. $m = 7; n = -\frac{3}{4}$. **B.** $m = 7; n = -\frac{4}{3}$. **C.** $m = 4; n = -3$. **D.** $m = 1; n = 0$.

Lời giải

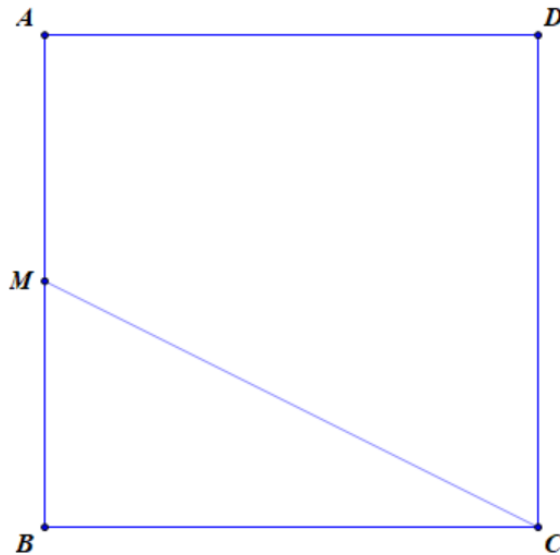
Các vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ cùng hướng khi và chỉ khi tồn tại số thực dương k sao cho $\vec{a} = k\vec{b}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 3k \\ 3 = k(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m-1 = 6 \\ 3 = 2(-2n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = k \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases}.$$

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình vuông $ABCD$, $B(3; 0; 8)$, $D(-5; -4; 0)$. Biết đỉnh A thuộc mặt phẳng (Oxy) và có tọa độ là những số nguyên, khi đó $|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}|$ bằng:

A. $10\sqrt{5}$. **B.** $6\sqrt{10}$. **C.** $10\sqrt{6}$. **D.** $5\sqrt{10}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{BD} = (-8; -4; -8) \Rightarrow BD = 12 \Rightarrow AB = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}.$$

Gọi M là trung điểm $AB \Rightarrow MC = 3\sqrt{10}$.

$$|\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}| = |2\overrightarrow{CM}| = 2CM = 6\sqrt{10}.$$

Câu 51: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxyz$, Tam giác ABC với $A(1;-3;3)$; $B(2;-4;5)$, $C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;3)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng.

A. -5

B. 3

C. 1

D. -2

Lời giải

Chọn D

$$\begin{cases} 1 = \frac{1+2+a}{3} \\ c = \frac{-3-4-2}{3} \\ 3 = \frac{3+5+b}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = -3 \end{cases}$$

Vậy $a+b+c = -2$

Câu 52: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 điểm $B(1;2;-3)$, $C(7;4;-2)$ Nếu điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB}$ thì tọa độ điểm E là:

A. $\left(3; \frac{8}{3}; -\frac{8}{3}\right)$

B. $\left(\frac{8}{3}; 3; -\frac{8}{3}\right)$.

C. $\left(3; 3; -\frac{8}{3}\right)$

D. $\left(1; 2; \frac{1}{3}\right)$

Lời giải

Chọn A

Gọi $E(x; y; z)$

Ta có: $\overrightarrow{CE} = (x-7; y-4; z+2)$; $2\overrightarrow{EB} = (2-2x; 4-2y; -6-2z)$

$$\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{EB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-7 = 2-2x \\ y-4 = 4-2y \\ z+2 = -6-2z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{8}{3} \\ z = -\frac{8}{3} \end{cases}$$

Câu 53: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, tọa độ điểm M là

A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

B. $(4; 5; -9)$.

C. $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$.

D. $(1; -7; 12)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$. Vì M thuộc đoạn AB nên:

$$\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3-x = -2(2-x) \\ 1-y = -2(-3-y) \\ -2-z = -2(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \\ z = \frac{8}{3} \end{cases}$$

Câu 54: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;-2)$ và $B(3;-1;1)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB}$.

- A.** $M(9;-5;7)$. **B.** $M(9;5;7)$. **C.** $M(-9;5;-7)$. **D.** $M(9;-5;-5)$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$. Ta có: $\overrightarrow{AM} = (x; y-1; z+2)$; $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 3)$.

$$\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y-1 = -6 \\ z+2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ y = -5 \\ z = 7 \end{cases}. \text{ Vậy } M(9; -5; 7).$$

Câu 55: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{AM}{BM}$.

- A.** $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{2}$ **B.** $\frac{AM}{BM} = 2$ **C.** $\frac{AM}{BM} = \frac{1}{3}$ **D.** $\frac{AM}{BM} = 3$

Lời giải

Chọn A

$M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$; $\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1) \Rightarrow AB = \sqrt{59}$; $\overrightarrow{AM} = (x+2; -3; z-1)$ và

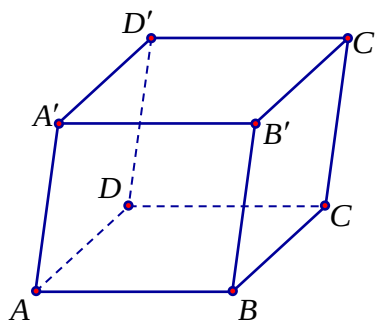
$$A, B, M \text{ thẳng hàng} \Rightarrow \overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \quad (k \in \mathbb{R}) \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = 7k \\ -3 = 3k \\ z-1 = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -9 \\ -1 = k \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0).$$

$$\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2); \overrightarrow{AM} = (-7; -3; -1) \Rightarrow BM = 2AB.$$

Câu 56: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$, $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm tam giác $A'B'C'$ là

- A.** $(1; 1; -2)$. **B.** $(2; 1; -2)$. **C.** $(1; 2; -1)$. **D.** $(2; 1; -1)$.

Lời giải



Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y-3; z)$

$ABCD$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow (x; y; z) = (3; 3; 0) \Rightarrow C(3; 3; 0)$

Ta có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3-y'; -3-z')$

$ADD'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Rightarrow (x'; y'; z') = (0; 0; -3) \Rightarrow A'(0; 0; -3)$

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0+3)$

$ABB'A'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Rightarrow (x_0; y_0; z_0) = (3; 0; -3) \Rightarrow B'(3; 0; -3)$

$$G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases} \Rightarrow G(2; 1; -2).$$

Cách 2: Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BD' . Ta có $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{DI} = 3\overrightarrow{IG} \text{ với } \begin{cases} \overrightarrow{DI} = \left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}\right) \\ \overrightarrow{IG} = \left(a - \frac{3}{2}; b - \frac{3}{2}; c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \text{ . Do đó: } \begin{cases} \frac{3}{2} = 3\left(a - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(b - \frac{3}{2}\right) \\ -\frac{3}{2} = 3\left(c + \frac{3}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = -2 \end{cases}.$$

Vậy $G(2; 1; -2)$.

Câu 57: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1; 3; -1)$, $B(3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB}$.

A. $M\left(\frac{5}{3}; \frac{13}{3}; 1\right)$. **B.** $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. **C.** $M\left(\frac{7}{3}; \frac{1}{3}; 3\right)$. **D.** $M(4; -3; 8)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A - 3x_B}{1-3} = 4 \\ y_M = \frac{y_A - 3y_B}{1-3} = -3 \\ z_M = \frac{z_A - 3z_B}{1-3} = 8 \end{cases} \Rightarrow M(4; -3; 8).$$

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(4; 2; 1)$, $B(-2; -1; 4)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB}$.

- A.** $M(0; 0; 3)$. **B.** $M(0; 0; -3)$. **C.** $M(-8; -4; 7)$. **D.** $M(8; 4; -7)$.

Lời giải

$$\text{Gọi điểm } M(x; y; z). \text{ Khi đó: } \overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2(-2 - x) \\ y - 2 = 2(-1 - y) \\ z - 1 = 2(4 - z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 3 \end{cases}$$

Vậy $M(0; 0; 3)$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 3; 1)$, $B(2; 1; 0)$, $C(-3; -1; 1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$

- A.** $D(8; 7; -1)$. **B.** $\begin{bmatrix} D(-8; -7; 1) \\ D(12; 1; -3) \end{bmatrix}$. **C.** $\begin{bmatrix} D(8; 7; -1) \\ D(-12; -1; 3) \end{bmatrix}$. **D.** $D(-12; -1; 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot d(A, BC) \Leftrightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot \frac{2S_{\triangle ABC}}{BC}.$$

$$\Leftrightarrow 3S_{\triangle ABC} = \frac{(AD + BC) \cdot S_{\triangle ABC}}{BC} \Leftrightarrow 3BC = AD + BC \Leftrightarrow AD = 2BC.$$

Mà $ABCD$ là hình thang có đáy AD nên $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$ (1).

$$\overrightarrow{BC} = (-5; -2; 1), \overrightarrow{AD} = (x_D + 2; y_D - 3; z_D - 1).$$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x_D + 2 = -10 \\ y_D - 3 = -4 \\ z_D - 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -12 \\ y_D = -1 \\ z_D = 3 \end{cases}.$$

Vậy $D(-12; -1; 3)$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u} = (1; 1; -2)$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .

- A.** $m = 2$. **B.** $m = 2 \pm \sqrt{6}$. **C.** $m = 2 - \sqrt{6}$. **D.** $m = 2 + \sqrt{6}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 + (\vec{u}, \vec{v}) = 45^\circ &\Leftrightarrow \cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \frac{1-2m}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{3(m^2+1)} = 1-2m \\
 &\Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \geq 0 \\ 3m^2+3=1-4m+4m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq \frac{1}{2} \\ m^2-4m-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2-\sqrt{6}.
 \end{aligned}$$

- Câu 61:** Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù?
- A.** 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3m-9}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{2m^2+6m+10}}.$$

Góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù khi và chỉ khi $\cos(\vec{a}; \vec{b}) < 0 \Leftrightarrow 3m-9 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

- Câu 62:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 5$.
 Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$
- A.** $\sqrt{19}$. **B.** -5 . **C.** 7 . **D.** $\sqrt{39}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}
 \text{Ta có : } \left(|\vec{u} + \vec{v}| \right)^2 &= \left(\vec{u} + \vec{v} \right)^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u}\vec{v} + \vec{v}^2 = |\vec{u}|^2 + 2|\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cos(\vec{u}; \vec{v}) + |\vec{v}|^2 \\
 &= 2^2 + 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) + 5^2 = 19.
 \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } |\vec{u} + \vec{v}| = \sqrt{19}.$$

- Câu 63:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$.
 Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .
- A.** $m = -6$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -4$. **D.** $m = 2$.

Lời giải

Ta có

$$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2), \quad \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0$

$$\Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 2 \cdot (m-2) - 2 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy giá trị cần tìm của m là $m = 0$.