



CHƯƠNG



CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MÃI SỐ LIỆU

BÀI. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

Câu 1: Khảo sát về điểm kiểm tra môn Toán của học sinh lớp 12A ta có mẫu số liệu như sau:

Điểm	$[0; 3,5)$	$[3,5; 5)$	$[5; 6,5)$	$[6,5; 8)$	$[8; 10]$
Số học sinh	3	8	10	14	5

- a) Có 40 bạn tham gia khảo sát.
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 10.
c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{77}{16}$.
d) Khoảng tứ phân vị bằng $\frac{209}{28}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

Số học sinh tham gia khảo sát là $3+8+10+14+5=40$.

Khoảng biến thiên là $10-0=10$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 3,5 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 40 - 3}{8} (5 - 3,5) = \frac{77}{16}$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 6,5 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 40 - 21}{14} (8 - 6,5) = \frac{209}{28}$.

Suy ra khoảng tứ phân vị là $\frac{209}{28} - \frac{77}{16} = \frac{297}{112}$.

Câu 2: Khảo sát về thời gian sử dụng điện thoại trong 1 ngày của một nhóm học sinh, ta thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	$[0; 60)$	$[60; 120)$	$[120; 180)$	$[180; 240)$	$[240; 300]$
Số học sinh	8	10	12	6	4

- a) Có 40 bạn tham gia khảo sát.
b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 60.
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là 72.
d) Khoảng tứ phân vị bằng 110.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Số học sinh tham gia khảo sát là $8+10+12+6+4=40$.

Khoảng biến thiên là $300-0=300$.

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 60 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 40 - 8}{10} (120 - 60) = 72$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 180 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 40 - 30}{6} (240 - 180) = 180$.

Suy ra khoảng tứ phân vị là $180 - 72 = 108$.

Câu 3: Khảo sát về thu nhập của công nhân 2 nhà máy, ta có bảng số liệu như sau (đơn vị: triệu đồng).

Thu nhập	[5; 8)	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)
Số người của nhà máy A	20	35	45	35	20
Số người của nhà máy B	17	23	30	23	17

a) Khoảng biến thiên thu nhập của cả hai nhà máy là 15.

b) Khoảng tứ phân vị thu nhập của nhà máy A là $\frac{81}{14}$.

c) Khoảng tứ phân vị thu nhập của nhà máy B là $\frac{119}{23}$.

d) Thu nhập của nhà máy A biến động nhiều hơn nhà máy B.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Khoảng biến thiên thu nhập của cả hai nhà máy là $20 - 5 = 15$.

*** Nhà máy A**

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 155 - 20}{35} (11 - 8) = \frac{269}{28}$.

Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 155 - 100}{35} (17 - 14) = \frac{431}{28}$.

Suy ra khoảng tứ phân vị là $\frac{431}{28} - \frac{269}{28} = \frac{81}{14} \approx 5,79$.

*** Nhà máy B**

Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 8 + \frac{\frac{1}{4} \cdot 110 - 17}{23} (11 - 8) = \frac{431}{46}$.



Tứ phân vị thứ ba là $Q_3 = 14 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 110 - 70}{23} (17 - 14) = \frac{719}{46}$.

Suy ra khoảng tứ phân vị là $\frac{719}{46} - \frac{431}{46} = \frac{144}{23} \approx 6,26$.

a) Đúng: Khoảng biến thiên thu nhập của cả hai nhà máy là 15.

b) Đúng: Khoảng tứ phân thu nhập của nhà máy A là $\frac{81}{14}$.

c) Sai: Khoảng tứ phân thu nhập của nhà máy B là $\frac{144}{23}$

d) Sai: Vì khoảng tứ phân vị của nhà máy A bé hơn nên thu nhập của công nhân nhà máy A biến động ít hơn.

Câu 4: Thống kê thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của một nhóm người chạy xe máy “Xanh XM” được cho trong bảng sau

Thu nhập (triệu đồng)	[3; 5)	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)
Số người	5	10	5	2

a) Cỡ mẫu $n = 22$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 8$.

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 7,6$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta Q = 2,5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Đúng

Cỡ mẫu: $n = 5 + 10 + 5 + 2 = 22$.

b) Đúng

Giá trị lớn nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $x_{\max} = 11$

Giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $x_{\min} = 3$

Vậy $R = x_{\max} - x_{\min} = 11 - 3 = 8$.

c) Đúng

Ta có bảng tần số ghép nhóm có tần số tích lũy như sau:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[3; 5)	5	5
[5; 7)	10	15



[7;9)	5	20
[9;11)	2	22

Khi đó: $\frac{3n}{4} = \frac{3.22}{4} = 16,5$, nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 16,5 là nhóm [7;9) Suy ra:

$$Q_3 = 7 + \frac{16,5-15}{5} \cdot 2 = 7,6.$$

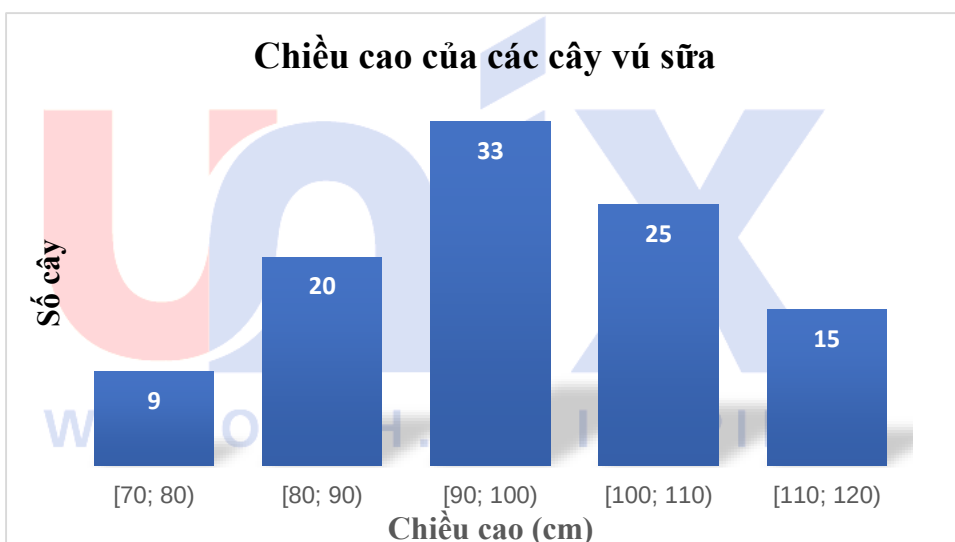
d) Đúng

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{22}{4} = 5,5$, nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 5,5 là nhóm [5;7) Suy ra:

$$Q_1 = 5 + \frac{5,5-5}{10} \cdot 2 = 5,1.$$

Vậy khoảng tứ phân vị bằng $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 7,6 - 5,1 = 2,5$.

Câu 5: Số liệu thống kê chiều cao(đơn vị tính chiều cao:cm) của tất cả các cây vú sữa trong vườn ươm của một lâm trường được thể hiện trên biểu đồ tần số sau:



a) Nếu tăng số cây của mỗi nhóm lên gấp 3 lần thì phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm mới cũng tăng gấp 3 lần.

b) Chiều cao trung bình(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của các cây vú sữa trong vườn ươm là 96,66 cm.

c) Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $n = 102$.

d) Nếu trong vườn ươm nói trên, cây vú sữa thấp nhất có chiều cao 71 cm và cây vú sữa cao nhất có chiều cao 119 cm thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho lớn hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 4 cm.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

a) Sai



Khi tăng số cây của mỗi nhóm lên gấp 3 lần thì chiều cao trung bình của các cây vú sữa không đổi; tần số của mỗi nhóm tăng gấp 3 lần, cỡ mẫu cũng tăng gấp 3 nên phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm mới không thay đổi.

b) Sai

Ta có, chiều cao trung bình(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) của các cây vú sữa trong vườn ươm là:

$$\bar{x} = \frac{9.75 + 20.85 + 33.95 + 25.105 + 15.115}{102} \approx 96,67$$

c) Đúng

Cỡ mẫu $n = 9 + 20 + 33 + 25 + 15 = 102$.

d) Đúng

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $120 - 70 = 50$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là $117 - 71 = 46$.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho lớn hơn khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là 4 cm.

Câu 6: Phòng quản lý đào tạo trường Đại học Kinh tế quốc dân thống kê số giờ làm thêm của một nhóm sinh viên năm thứ tư của trường thu được kết quả như bảng sau

Số giờ làm thêm (giờ/tuần)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)
Số sinh viên	6	12	4	2	1

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là 16,5 giờ.

b) Giá trị đại diện của nhóm $[9;12)$ là 10,5.

c) Tứ phân vị thứ ba là 15,65.

d) Nhóm chứa trung vị là $[15;18)$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------------	----------------	---------------	---------------

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là

$$\bar{x} = \frac{6 \times 10,5 + 12 \times 13,5 + 4 \times 16,5 + 2 \times 19,5 + 22,5}{25} = 14,1 \text{ giờ.}$$

b) Giá trị đại diện của nhóm $[9;12)$ là $\frac{9+12}{2} = 10,5$.

c) Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, cỡ mẫu $n = 25$, trung vị của mẫu số liệu là giá trị x_{13} . Tứ

phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2}$, do x_{19} và x_{20} đều thuộc nhóm $[15;18)$ nên nhóm này chứa Q_3 , do đó

$$Q_3 = 15 + \frac{\frac{3.25}{4} - (6+12)}{4} \cdot (18-15) = \frac{249}{16} = 15,563.$$



d) Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, cỡ mẫu $n = 25$, trung vị của mẫu số liệu là giá trị x_{13} thuộc nhóm $[12;15)$.

Câu 7: Bảng sau thể hiện mẫu số liệu ghép nhóm về học phí mà 100 sinh viên đã chi trả trong bốn năm học đại học:

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Tần số	15	25	30	15	15

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.

b) Số sinh viên đã chi trả tiền học phí từ 80 triệu trở lên là 30 sinh viên.

c) Số tiền học phí trung bình sinh viên đã chi trả từ bảng số liệu trên là 75 triệu đồng.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 64 triệu đồng.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 100 - 50 = 50$.

b) Đúng.

Số sinh viên đã trả học phí từ 80 triệu trở lên là $15 + 15 = 30$ sinh viên.

c) Sai.

Số tiền học phí trung bình sinh viên đã chi trả từ bảng số liệu trên là:

$$\frac{55.15 + 65.25 + 75.30 + 85.15 + 95.15}{100} = 74$$

d) Sai.

Nhóm	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)
Tần số	15	25	30	15	15
Tần số tích lũy	15	40	70	85	100

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$

Nhóm $[60; 70)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 25.

Nhóm $[60; 70)$ có đầu mút trái là 60, tần số là 25, độ dài là 10. Nhóm $[50; 60)$ có tần số tích lũy là 15. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 60 + \frac{25 - 15}{25} \cdot 10 = 64$$

$$\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75$$

Nhóm $[80; 90)$ là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 75.

Nhóm $[80; 90)$ có đầu mút trái là 80, tần số là 15, độ dài là 10. Nhóm $[70; 80)$ có tần số tích lũy là 70. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:



$$Q_3 = 80 + \frac{75 - 70}{15} \cdot 10 \approx 83,33$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 83,33 - 64 = 19,33.$$

Câu 8: Lương tháng của một số nhân viên một văn phòng được ghi lại như sau (đơn vị: triệu đồng):

Lương tháng (triệu đồng)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)
Số nhân viên	3	6	8	7

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 9$
 b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 10,75$
 c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 13,5$
 d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 2

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{24}$ lần lượt là số nhân viên theo thứ tự không gian.

Do $x_1, \dots, x_3 \in [6;8); x_4, \dots, x_9 \in [8;10); x_{10}, \dots, x_{17} \in [10;12); x_{18}, \dots, x_{24} \in [12;14)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{12} + x_{13})$ thuộc nhóm [10;12) nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu

$$\text{là } Q_2 = 10 + \frac{\frac{24}{2} - 9}{8} (12 - 10) = 10,75.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_6 + x_7)$ thuộc nhóm [8;10) nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là 9.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{18} + x_{19})$ thuộc nhóm [12;14) nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{là } Q_3 = 12 + \frac{\frac{3 \cdot 24}{2} - 17}{7} (14 - 12) = 13,5.$$

- a) Đúng. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 9$
 b) Đúng. Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 10,75$
 c) Sai. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 13,5$
 d) Sai. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $14 - 6 = 8$

Câu 9: Kiểm tra điện lượng của một số viên pin tiểu do một hãng sản xuất thu được kết quả sau:

Điện lượng (nghìn mAh)	[0,9;0,95)	[0,95;1,0)	[1,0;1,05)	[1,05;1,1)	[1,1;1,15)
Số viên pin	10	20	35	15	5

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 0,58$



b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 1,02$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 1,1$

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $0,05$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là số viên pin theo thứ tự không gian.

Do $x_1, \dots, x_{10} \in [0,9; 0,95); x_{11}, \dots, x_{30} \in [0,95; 1,0); x_{31}, \dots, x_{65} \in [1,0; 1,05)$.

$x_{66}, \dots, x_{80} \in [1,05; 1,1); x_{81}, \dots, x_{85} \in [1,1; 1,15)$.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{42} + x_{43})$ thuộc nhóm $[1,0; 1,05)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số

$$\text{liệu là } Q_2 = 1,0 + \frac{\frac{85}{2} - 30}{35}(1,05 - 1,0) = 1,02.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$ thuộc nhóm $[0,95; 1,0)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu là } Q_1 = 0,95 + \frac{\frac{85}{4} - 10}{20}(1,0 - 0,95) = 0,98.$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{63} + x_{64})$ thuộc nhóm $[1,0; 1,05)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{là } Q_3 = 1,0 + \frac{\frac{3.85}{4} - 30}{35}(1,05 - 1,0) = 1,048.$$

a) Sai. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu $Q_1 = 0,98$

b) Đúng. Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu $Q_2 = 1,02$

c) Sai. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu $Q_3 = 1,1$

d) Sai. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $1,15 - 0,9 = 0,25$

Câu 10: Cân nặng của lợn con giống A và giống B được thống kê như bảng sau:

Cân nặng (kg)	[1,0;1,1)	[1,1;1,2)	[1,2;1,3)	[1,3;1,4)
Số con giống A	8	28	32	17
Số con giống B	13	14	24	14

a) Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là $M_A = 1,22$

b) Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B là $M_B = 1,223$.

c) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1A} = 1,15$.

d) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1B} = 1,12$.



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

-Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là số lợn con giống A theo thứ tự không gian

Do $x_1, \dots, x_8 \in [1, 0; 1, 1); x_9, \dots, x_{36} \in [1, 1; 1, 2); x_{37}, \dots, x_{68} \in [1, 2; 1, 3); x_{69}, \dots, x_{85} \in [1, 3; 1, 4)$

Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A thuộc nhóm $[1, 2; 1, 3)$

$$M_A = 1, 2 + \frac{\frac{85}{2} - 36}{32} \cdot (1, 3 - 1, 2) = 1, 22$$

Gọi $y_1; y_2; y_3; \dots; y_{65}$ lần lượt là số lợn con giống B theo thứ tự không gian.

Do $y_1, \dots, y_{13} \in [1, 0; 1, 1); y_{14}, \dots, y_{27} \in [1, 1; 1, 2); y_{28}, \dots, y_{51} \in [1, 2; 1, 3); y_{52}, \dots, y_{65} \in [1, 3; 1, 4)$

Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B thuộc nhóm $[1, 2; 1, 3)$.

$$M_B = 1, 2 + \frac{\frac{65}{2} - 27}{24} \cdot (1, 3 - 1, 2) = 1, 223.$$

Vậy cân nặng trung bình của lợn con giống A nhỏ hơn giống B

-Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu giống A là $\frac{1}{2}(x_{21} + x_{22})$ thuộc nhóm $[1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân vị thứ nhất

$$\text{của mẫu số liệu là } Q_{1A} = 1, 1 + \frac{\frac{85}{4} - 8}{28} \cdot (1, 2 - 1, 1) = 1, 15.$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu giống B là $\frac{1}{2}(y_{16} + y_{17})$ thuộc nhóm $[1, 1; 1, 2)$ nên tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_{1B} = 1, 1 + \frac{\frac{65}{4} - 13}{14} \cdot (1, 2 - 1, 1) = 1, 12.$$

a) Đúng. Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống A là $M_A = 1, 22$

b) Đúng. Trung vị của mẫu số liệu lợn con giống B là $M_B = 1, 223$.

c) Đúng. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1A} = 1, 15$.

d) Đúng. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $Q_{1B} = 1, 12$.

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

a) Giá trị đại diện của nhóm $[20; 40)$ là 30.

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[20; 40)$.



c) Nhóm chứa trung vị là $[20; 40)$.

d) Khoảng biến thiên là 22.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) đúng.

b) đúng vì: Cỡ mẫu $n = 42$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$.

Do x_{11}, x_{12} đều thuộc nhóm $[20; 40)$ nên nhóm này chứa Q_1

c) sai vì trung vị M_e là $\frac{x_{21} + x_{22}}{2}$. Do x_{21}, x_{22} đều thuộc nhóm $[40; 60)$ nên nhóm này chứa trung vị.

d) sai vì khoảng biến thiên là $100 - 0 = 100$.

Câu 12: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

Nhóm	$[30; 40)$	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.		
b)	Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 60		
c)	Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$		
d)	Khoảng tứ phân vị của mẫu là 12,5		

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

+ Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

+ Khoảng biến thiên của mẫu: $90 - 30 = 60$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{40}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu: $\frac{x_{20} + x_{21}}{2} \in [50; 60)$.

Ta có: $n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{n+1} = 60$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16} (60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ có trung vị $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [40; 50)$.



Ta có: $n_i = 10; C_1 = 2; u_i = 40; u_{i+1} = 50$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} (50 - 40) = 48$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{40}$ có trung vị $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [60; 70)$.

Ta có: $n_j = 8; C_3 = 2 + 10 + 16 = 28; u_j = 60; u_{j+1} = 70$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.40}{4} - 28}{8} (70 - 60) = 62,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 62,5 - 48 = 13,5.$$

Câu 13: Một hãng xe ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[1; 2]	[3; 4]	[5; 6]	[7; 8]	[9; 10]
Số xe	17	33	25	20	5

- a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.
- b) Số trị trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = 4,76$.
- c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 4,5$.
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn 5,4.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

+ Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 100$.

+ Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = \frac{17.1,5 + 33.3,5 + 25.5,5 + 20.7,5 + 5.9,5}{100} = 4,76$.

Số lần gặp sự cố là số nguyên nên ta có thể sử dụng bảng tần số ghép nhóm sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của của mẫu số liệu là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$ với $x_{50} \in [2, 5; 4, 5), x_{51} \in [4, 5; 6, 5)$.

Suy ra tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$Q_2 = 4,5$. Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{50}$ có trung vị $\frac{x_{25} + x_{26}}{2} \in [2, 5; 4, 5)$.



Ta có: $n_m = 33; C = 17; u_{m+1} = 4,5; u_m = 2,5$.

Vì vậy, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{100}{4} - 17}{33} (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{51}, x_{52}, \dots, x_{100}$ có trung vị

$\frac{x_{75} + x_{76}}{2}$ với $x_{75} \in [4,5; 6,5), x_{76} \in [6,5; 8,5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm $Q_3 = 6,5$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 2,98; Q_2 = 4,5; Q_3 = 6,5 \Rightarrow \Delta Q = 6,5 - 2,98 = 3,52.$$

Câu 14: Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Tần số	3	8	12	12	4

a) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 38$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu bằng 8.

c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhỏ hơn 3,5.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{39}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{20} \in [4; 6)$.

Ta có: $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$.

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_e = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12} (6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{19}$ có trung vị $x_{10} \in [2; 4)$.

Ta có: $n_i = 8; C_1 = 3; x_i = 2; x_{i+1} = 4$. Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là:

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} (4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{39}$ có trung vị $x_{30} \in [6; 8)$.



Ta có: $n_j = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_j = 6; x_j = 8$.

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là: $Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.39}{4} - 23}{12} (8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04$.

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04 \Rightarrow \Delta Q = 7,04 - 3,69 = 3,35.$$

Câu 15: Một hãng ô tô thống kê lại số lần gặp sự cố về động cơ của 100 chiếc xe cùng loại sau 2 năm sử dụng đầu tiên ở bảng sau:

Số lần gặp sự cố	[0, 5; 2, 5)	[2, 5; 4, 5)	[4, 5; 6, 5)	[6, 5; 8, 5)	[8, 5; 10, 5)
Số xe	17	33	25	20	5

a) Tứ phân vị thứ nhất $Q_1 = 2,98$

b) Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 6,5$

c) Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 7,5$

d) Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 3,52$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng: $Q_1 = 2,5 + \frac{\frac{1.100}{4} - 17}{33} \cdot (4,5 - 2,5) = \frac{197}{66} \approx 2,98$.

b) Sai: Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Do $x_{50} \in [2, 5; 4, 5)$ và $x_{51} \in [4, 5; 6, 5)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_2 = 4,5$.

c) Sai: Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$.

Do $x_{75} \in [4, 5; 6, 5)$ và $x_{76} \in [6, 5; 8, 5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 6,5$.

d) Đúng: Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 3,52$

Câu 16: Bảng số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam) được ghi lại như sau

Nhóm	Tần số
[30 ; 40)	2
[40 ; 50)	10
[50 ; 60)	16
[60 ; 70)	8
[70 ; 80)	2
[80 ; 90)	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 60$



- b) Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 55$
 c) Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 62$
 d) Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 14,5$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

- a) Đúng: $R = 90 - 30 = 60$.
 b) Đúng: $Q_2 = M_e = 50 + \left(\frac{20-12}{16} \right) \cdot 10 = 55 \text{ (kg)}$.
 c) Sai: $Q_3 = 60 + \left(\frac{30-28}{8} \right) \cdot 10 = 62,5 \text{ (kg)}$.
 d) Đúng: Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 14,5$

Câu 17: Cho bảng tần số ghép nhóm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

Nhóm	Tần số
[40;45)	4
[45;50)	11
[50;55)	7
[55;60)	8
[60;65)	8
[65;70)	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 30$
 b) Tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 47$
 c) Tứ phân vị thứ ba $Q_3 = 61$
 d) Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = 6,43$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

- a) Đúng: $R = 70 - 40 = 30$.
 b) Sai: $Q_2 = r + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf_{k-1}}{n_k} \right) \cdot d = 50 + \left(\frac{20-15}{7} \right) \cdot 5 = 53,57$
 c) Sai: $Q_3 = t + \left(\frac{\frac{3n}{4} - cf_{q-1}}{n_q} \right) \cdot l = 55 + \left(\frac{30-22}{8} \right) \cdot 5 = 60$.
 e) Sai: Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 60 - 47,72 = 12,28$

Câu 18: Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau.



Chiều cao (cm) \ Lớp	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
12C	2	7	12	3	0	1
12D	5	9	8	2	1	0

- a) Chiều cao cao nhất của các bạn học sinh trong lớp 12D là 185(cm)
 b) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: 30(cm)
 c) Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: 25 (cm)
 d) Chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán bé hơn

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: $185 - 155 = 30$ (cm)

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: $180 - 155 = 25$ (cm)

Vậy nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán lớn hơn

Câu 19: Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Tần số
[10;15)	15
[15; 20)	18
[20; 25)	10
[25; 30)	10
[30; 35)	5
[35; 40)	2
	$n = 60$

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 30$
 b) Số phần tử của mẫu là $n = 60$
 c) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 15$
 d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta_Q = 3$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 40 - 10 = 30$

Số phần tử của mẫu là $n = 60$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 15, cf_2 = 33, cf_3 = 43, cf_4 = 53, cf_5 = 58, cf_6 = 60$



Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{60}{4} = 15$ suy ra nhóm 1 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 15. Xét nhóm 1 là nhóm $[10;15]$ có $s = 10, h = 5, n_1 = 15$

Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{15 - cf_0}{n_1} \right) \cdot h = 10 + \left(\frac{15 - 0}{15} \right) \cdot 5 = 15$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 60}{4} = 45$ mà $43 < 45 < 53$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 45. Xét nhóm 4 là nhóm $[25;30]$ có $t = 25, \neq 5, n_4 = 10$ và nhóm 3 là nhóm $[20;25]$ có $cf_3 = 43$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{45 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 25 + \left(\frac{45 - 43}{10} \right) \cdot 5 = 26$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = 26 - 15 = 9$

Câu 20: Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố.

Nhóm	Tần số
$[20;30)$	25
$[30;40)$	20
$[40;50)$	20
$[50;60)$	15
$[60;70)$	14
$[70;80)$	6
	$n = 100$

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 60$

b) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 35$

c) Tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = \frac{160}{3}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta_Q = \frac{65}{3}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 80 - 20 = 60$

Số phần tử của mẫu là $n = 100$

Tần số tích lũy của các nhóm lần lượt là $cf_1 = 25, cf_2 = 45, cf_3 = 65, cf_4 = 80, cf_5 = 94, cf_6 = 100$

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{100}{4} = 25$ suy ra nhóm 1 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 25. Xét nhóm 1 là nhóm $[20;30]$ có $s = 20, h = 10, n_1 = 25$



Ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = s + \left(\frac{25 - cf_0}{n_1} \right) \cdot h = 20 + \left(\frac{25 - 0}{25} \right) \cdot 10 = 30$

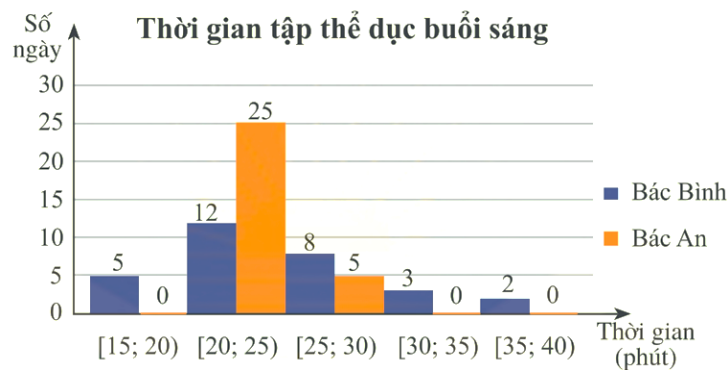
Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 100}{4} = 75$ mà $65 < 75 < 80$ suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng

80. Xét nhóm 4 là nhóm $[50; 60]$ có $t = 50, l = 10, n_4 = 15$ và nhóm 3 là nhóm $[40; 50]$ có $cf_3 = 65$

Ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = t + \left(\frac{75 - cf_3}{n_4} \right) \cdot l = 50 + \left(\frac{75 - 65}{15} \right) \cdot 10 = \frac{170}{3}$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $Q_3 - Q_1 = \frac{170}{3} - 30 = \frac{80}{3}$

Câu 21: Biểu đồ dưới đây thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.



a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là 25 (phút).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An là: $\Delta_Q = 2$

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là: $Q_3' = \frac{455}{16}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An lớn hơn bác Bình

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

Ta có bảng sau

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Bác Bình	5	12	8	3	2
Bác An	0	25	5	0	0

Cỡ mẫu $n = 30$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; \dots; x_{25} \in [20; 25); x_{26}; \dots; x_{30} \in [25; 30)$;



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{25} (25 - 20) = \frac{43}{2}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\text{là: } Q_3 = 20 + \frac{\frac{3.30}{4}}{25} (25 - 20) = \frac{49}{2}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2; \dots; y_5 \in [15; 20); y_6; \dots; y_{17} \in [20; 25); y_{18}; \dots; y_{25} \in [25; 30); y_{26}; y_{27}; y_{28} \in [30; 35);$

$y_{29}; y_{30} \in [35; 40)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_8 \in [20; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q'_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{12} (25 - 20) = \frac{185}{8}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{23} \in [25; 30)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\text{là: } Q'_3 = 25 + \frac{\frac{3.30}{4} - (5 + 12)}{8} (30 - 25) = \frac{455}{16}$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình lớn hơn bác An

Câu 22: Hằng ngày ông Thăng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thăng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

a) Cỡ mẫu $n = 100$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = \frac{683}{38}$.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{515}{114}$

d) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thăng đi hết hơn 29 phút. Thời gian của lần đi đó là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng.

Ta có: $x_1, \dots, x_{22} \in [15; 18); x_{23}, \dots, x_{60} \in [18; 21); x_{61}, \dots, x_{87} \in [21; 24); x_{88}, \dots, x_{95} \in [24; 27);$
 $x_{96}, \dots, x_{99} \in [27; 30); x_{100} \in [30; 33)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [18; 21)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = 18 + \frac{\frac{100}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [21; 24)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{68}{3} - \frac{693}{38} = \frac{505}{114}$$

d) Trong lần duy nhất ông Thắng đi hết hơn 29 phút, thời gian đi của ông thuộc nhóm $[30; 33)$. Vì

$$Q_3 + 1,5\Delta_Q = \frac{6683}{228} < 30 \text{ nên thời gian của lần ông Thắng đi hết hơn 29 phút là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.}$$

Câu 23: Giả sử kết quả khảo sát hai khu vực A và B về độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19; 22)	[22; 25)	[25; 28)	[28; 31)	[31; 34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7
Số phụ nữ khu vực B	47	40	11	2	0

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: 15 (tuổi)

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là: 12 (tuổi)

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: $\frac{61}{3}$ (tuổi)

d) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị thì phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
----------------	----------------	---------------	----------------

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A là: $34 - 19 = 15$ (tuổi)

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực B là: $31 - 19 = 12$ (tuổi)



Cỡ mẫu $n = 100$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực A được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; \dots; x_{10} \in [19; 22); x_{11}; \dots; x_{37} \in [22; 25); x_{38}; \dots; x_{68} \in [25; 28); x_{69}; \dots; x_{93} \in [28; 31); x_{94}; \dots; x_{100} \in [31; 34)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_1 = 22 + \frac{\frac{100}{4} - 10}{27} (25 - 22) = \frac{71}{3}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [28; 31)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép

$$\text{nhóm là: } Q_3 = 28 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (10 + 27 + 31)}{25} (31 - 28) = \frac{721}{25}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{388}{75}$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{100}$ là mẫu số liệu gốc về độ tuổi kết hôn của phụ nữ ở khu vực B được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2; \dots; y_{47} \in [19; 22); y_{48}; \dots; y_{87} \in [22; 25); y_{88}; \dots; y_{98} \in [25; 30); y_{99}; y_{100} \in [28; 31)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{25} + y_{26}) \in [19; 22)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q'_1 = 19 + \frac{\frac{100}{4}}{47} (22 - 19) = \frac{968}{47}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(y_{75} + y_{76}) \in [22; 25)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q'_3 = 22 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 47}{40} (25 - 22) = \frac{241}{10}$$

Có $\Delta'_Q < \Delta_Q$ nên phụ nữ ở khu vực B có độ tuổi kết hôn đồng đều hơn

Câu 24: Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

341,4	187,1	242,2	522,9	251,4	432,2	200,7	388,6	258,4	288,5
298,1	413,5	413,5	332	421	475	400	305	520	147

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: 375,9(mm)

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = \frac{1827}{100}$

c) Chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm như bảng:



Lượng mưa	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số tháng	3	7	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: 400(mm)

d) Chia mẫu số liệu trên thành 4 nhóm như bảng:

Lượng mưa	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số tháng	3	7	7	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = \frac{1000}{7}$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Sắp xếp lại mẫu số liệu theo thứ tự tăng dần:

147; 187,1; 200,7; 242,2; 251,4; 258,4; 288,5; 298,1; 305; 332; 341,4; 388,6; 400; 413,5; 413,5; 421; 432,2; 475; 520; 522,9.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: $522,9 - 147 = 375,9(mm)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là trung vị của 147; 187,1; 200,7; 242,2; 251,4; 258,4; 288,5; 298,1; 305;

$$332 \text{ nên: } Q_1 = \frac{6276}{25}$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là trung vị của 341,4; 388,6; 400; 413,5; 413,5; 421; 432,2; 475; 520;

$$522,9 \text{ nên: } Q_3 = \frac{43281}{100}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{18177}{100}$

b)

Lượng mưa	[140; 240)	[240; 340)	[340; 440)	[440; 540)
Số tháng	3	7	7	3

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $540 - 140 = 400(mm)$

Cỡ mẫu $n = 20$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là mẫu số liệu gốc về lượng mưa đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_3 \in [140; 240); x_4; \dots; x_{10} \in [240; 340); x_{11}; \dots; x_{17} \in [340; 440); x_{18}; \dots; x_{20} \in [440; 540)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6) \in [240; 340)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_1' = 240 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{7} (340 - 240) = \frac{1880}{7}$$



Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16}) \in [340; 440)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3' = 340 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (3+7)}{7} (440 - 340) = \frac{2880}{7}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = Q_3' - Q_1' = \frac{1000}{7}$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm lớn hơn mẫu số liệu; khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm nhỏ hơn mẫu số liệu

Câu 25: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8, 4; 8, 6)	[8, 6; 8, 8)	[8, 8; 9, 0)	[9, 0; 9, 2)	[9, 2; 9, 4)
Số cây	5	12	25	44	14

a) Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $1(m)$

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 10,5$

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 2,06$

d) Trong 100 cây keo trên có 1 cây cao $8,4m$. Thì chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $9,4 - 8,4 = 1(m)$

Cỡ mẫu $n = 100$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$x_1; \dots; x_5 \in [8, 4; 8, 6); x_6; \dots; x_{17} \in [8, 6; 8, 8); x_{18}; \dots; x_{42} \in [8, 8; 9, 0); x_{43}; \dots; x_{86} \in [9, 0; 9, 2);$

$x_{87}; \dots; x_{100} \in [9, 2; 9, 4)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [8, 8; 9, 0)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu ghép nhóm là: } Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5+12)}{25} (9,0 - 8,8) = 8,86$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [9, 0; 9, 2)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{ghép nhóm là: } Q_3 = 9,0 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5+12+25)}{44} (9,2 - 9,0) = 9,15$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 9,15 - 8,86 = 0,29$

d) Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$



Hay $x > 9,15 + 1,5, 0,29 = 9,59$ hoặc $x < 8,86 - 1,5, 0,29 = 8,43$

Vậy cây cao 8,4m không phải là giá trị ngoại lệ

Câu 26: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 11 được cho ở bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 4$

b) Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng: 8,12

c) Một của mẫu số liệu là: 6,21

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 2,05$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Khoảng điểm	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)	[9;9,5)	[9,5;10)
Giá trị đại diện	6,75	7,25	7,75	8,25	8,75	9,25	9,75
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

$$R = 10 - 6,5 = 3,5$$

Số trung bình của mẫu số liệu xấp xỉ bằng:

$$(6,75 \cdot 8 + 7,25 \cdot 10 + 7,75 \cdot 16 + 8,25 \cdot 24 + 8,75 \cdot 13 + 9,25 \cdot 7 + 9,75 \cdot 4) : 82 = 8,12$$

Nhóm chứa một của mẫu số liệu là: [8;8,5)

Một của mẫu số liệu là:

$$M_0 = 8 + \frac{24 - 16}{(24 - 16) + (24 - 13)} \cdot (8,5 - 8) = 8,21$$

Gọi $x_1; x_2; x_3; \dots; x_{85}$ lần lượt là tần số theo thứ tự không gian

Do $x_1, \dots, x_8 \in [6,5;7); x_9, \dots, x_{18} \in [7;7,5); x_{19}, \dots, x_{34} \in [7,5;8); x_{35}, \dots, x_{58} \in [8;8,5); x_{59}, \dots, x_{71} \in [8,5;9); \dots$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{41} + x_{42})$ thuộc nhóm [8;8,5) nên tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu

$$\text{là } Q_2 = 8 + \frac{\frac{82}{2} - 34}{24} (8,5 - 8) = 8,15$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{20} + x_{21})$ thuộc nhóm [7,5;8) nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

$$\text{liệu là } Q_1 = 7,5 + \frac{\frac{82}{2} - 18}{16} (8 - 7,5) = 7,58$$



Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{61} + x_{62})$ thuộc nhóm $[8,5;9)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

$$\text{là } Q_3 = 8,5 + \frac{\frac{3,82}{4} - 58}{13} (9 - 8,5) = 8,63$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 1,05$

Câu 27: Một công ty cung cấp nước sạch thống kê lượng nước các hộ gia đình trong một khu vực tiêu thụ trong một tháng ở bảng sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

- Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 9,375.
- Mốt của mẫu số liệu là $M_o = 8,0625$.
- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 15
- Công ty muốn gửi một thông báo khuyến nghị tiết kiệm nước đến 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất. Khi đó công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $14,79m^3$ nước trở lên.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

Cỡ mẫu $n = 160$.

Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Lượng nước tiêu thụ (m^3)	[3;6)	[6;9)	[9;12)	[12;15)	[15;18)
Giá trị đại diện	4,5	7,5	10,5	13,5	16,5
Số hộ gia đình	24	57	42	29	8

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1}{160} (24 \cdot 4,5 + 57 \cdot 7,5 + 42 \cdot 10,5 + 29 \cdot 13,5 + 8 \cdot 16,5) = 9,375.$$

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên là nhóm $[6;9)$.

Do đó: $u_m = 6; n_m = 57; n_{m-1} = 24; n_{m+1} = 42; u_{m+1} = 9$.

$$\text{Mốt của mẫu số liệu là } M_o = 6 + \frac{(57 - 24)}{(57 - 24) + (57 - 42)} \cdot (9 - 6) = 8,0625.$$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, \dots, x_{24} \in [3;6); x_{25}, \dots, x_{81} \in [6;9); x_{82}, \dots, x_{123} \in [9;12); x_{124}, \dots, x_{152} \in [12;15); x_{153}, \dots, x_{160} \in [15;18)$.

$$\text{Cỡ mẫu } n = 160 \text{ là số chẵn nên trung vị là } M_e = \frac{1}{2}(x_{80} + x_{81}).$$



Do x_{80} và x_{81} thuộc nhóm $[6;9)$ nên trung vị của mẫu số liệu là $M_e = 6 + \frac{\frac{160}{2} - 24}{57} \cdot (9 - 6) \approx 8,95$.

d) 25% các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ cao nhất có lượng nước tiêu thụ không nhỏ hơn Q_3 , với Q_3 là tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{160}$ là $\frac{1}{2}(x_{120} + x_{121})$. Do x_{120} và x_{121} thuộc nhóm $[9;12)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $Q_3 = 9 + \frac{\frac{160.3}{4} - (24 + 57)}{42} \cdot (12 - 9) \approx 11,79$.

Vậy công ty nên gửi thông báo tiết kiệm nước đến các hộ gia đình có lượng nước tiêu thụ từ $11,79m^3$ nước trở lên.

