



CHƯƠNG



# NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN

## BÀI. TÍCH PHÂN



### HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

**PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

**Câu 1:** Cho  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} \right) dx$ .

a)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} \right) dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} dx$ .

b)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} dx = \sqrt{3} \cdot \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = \sqrt{3} \cot x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$ .

c)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = (\cot x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$ .

d)  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} \right) dx = 2\sqrt{3} - 2$ .

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Đúng |
|---------|--------|--------|---------|
|---------|--------|--------|---------|

a) **Đúng.**  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} \right) dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} dx$ .

b) **Sai.**  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} dx = \sqrt{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\sqrt{3} \cot x \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$ .

c) **Sai.**  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx = (\tan x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$ .

d) **Đúng.**  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sqrt{3}}{\sin^2 x} \right) dx = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos^2 x} dx + \sqrt{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\sin^2 x} dx$   
 $= (\tan x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} + \sqrt{3} (-\cot x) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} = \left( \tan \frac{\pi}{3} - \tan \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{3} \left( \cot \frac{\pi}{3} - \cot \frac{\pi}{4} \right) = 2\sqrt{3} - 2$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  liên tục trên đoạn  $[0;1]$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x) dx = 3$ ,  $\int_0^1 g(x) dx = 5$ .

a)  $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = 8$ .



b)  $\int_0^1 [f(x) + 2x + 1] dx = 5.$

c)  $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx = 20.$

d)  $\int_0^1 [f(x) - g(x) - 2] dx = 4.$

**Lời giải:**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|
|---------|---------|--------|--------|

a) Đúng.  $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 g(x) dx = 3 + 5 = 8$

b) Đúng.  $\int_0^1 [f(x) + 2x + 1] dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 (2x + 1) dx = 3 + 2 = 5$

c) Sai.  $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx = 2 \int_0^1 f(x) dx + 3 \int_0^1 g(x) dx = 2.3 + 3.5 = 21$

d) Sai.  $\int_0^1 [f(x) - g(x) - 2] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx - \int_0^1 2 dx = -4$

**Câu 3:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_1^2 f(x) dx = 2, \int_1^4 [f(x) + 4x] dx = 40.$

a)  $\int_1^4 3f(x) dx = 30.$

b)  $\int_1^2 [3f(x) - 3x^2] dx = 1.$

c)  $\int_2^4 f(x) dx = 8.$

d)  $\int_2^4 \left[ \frac{1}{2} f(x) + 2x + 3 \right] dx = 26.$

**Lời giải:**

| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|
|---------|--------|---------|--------|

a) Đúng.

$$\int_1^4 [f(x) + 4x] dx = 40 \Leftrightarrow \int_1^4 f(x) dx + \int_1^4 4x dx = 40 \Leftrightarrow \int_1^4 f(x) dx + 30 = 40 \Leftrightarrow \int_1^4 f(x) dx = 10$$

b) Sai.  $\int_1^2 [3f(x) - 3x^2] dx = \int_1^2 3f(x) dx - \int_1^2 3x^2 dx = 3.2 - 7 = -1$

c) Đúng.  $\int_2^4 f(x) dx = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = 10 - 2 = 8$

d) Sai.  $\int_2^4 \left[ \frac{1}{2} f(x) + 2x + 3 \right] dx = \int_2^4 \frac{1}{2} f(x) dx + \int_2^4 (2x + 3) dx = 4 + 18 = 22$

**Câu 4:** Cho  $F(x)$  một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x - 2$  trên  $\mathbb{R}.$

a)  $F'(x) = 3x - 2.$



b)  $\int_{-2}^2 f(x) dx = F(2) + F(-2).$

c)  $\int_1^2 f'(x) dx = 3.$

d)  $\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2}.$

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|
|---------|--------|---------|--------|

a) **Đúng**.  $F(x)$  một nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 3x - 2$  trên  $\mathbb{R}$  nên  $F'(x) = f(x) = 3x - 2$

b) **Sai**.  $\int_{-2}^2 f(x) dx = F(2) - F(-2)$

c) **Đúng**.  $\int_1^2 f'(x) dx = \int_1^2 3 dx = 3x \Big|_1^2 = 3$

d) **Sai**.  $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (3x - 2) dx = \left( \frac{3x^2}{2} - 2x \right) \Big|_0^1 = -\frac{1}{2}$

**Câu 5:** Cho hàm số  $f(x) = x^2$ .

a) Hàm số  $F(x) = \frac{x^3}{3}$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

b)  $\int_0^2 f(x) dx = \frac{8}{3}.$

c)  $\int_3^3 f(x) dx = 3.$

d) Diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành, trục tung và đường thẳng  $x = 2$  là 3.

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|
|---------|---------|--------|--------|

a) **Đúng**. Hàm số  $F(x) = \frac{x^3}{3}$  có  $F'(x) = \left( \frac{x^3}{3} \right)' = x^2 = f(x)$  nên hàm số  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ . Chọn **ĐÚNG**.

b) **Đúng**.  $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3}$ . Chọn **ĐÚNG**.

c) **Sai**.  $\int_3^3 f(x) dx = 0$ . Chọn **SAI**.

d) **Sai**. Hàm số  $y = f(x) = x^2$  liên tục và không âm trên  $[0; 2]$ . Nên diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x)$ , trục hoành, trục tung  $x = 0$  và đường thẳng  $x = 2$  là:

$$S = \int_0^2 f(x) dx = \int_0^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_0^2 = \frac{8}{3}. \text{ Chọn SAI.}$$

**Câu 6:** Cho các hàm số  $f(x)$  và  $F(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa  $F'(x) = f(x), \forall x \in \mathbb{R}$ .



a)  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

b)  $\int_{2024}^{2024} f(x) dx = 2024.$

c) Nếu  $F(0) = 2, F(1) = 6$ . Khi đó:  $\int_0^1 f(x) dx = 4.$

d) Cho  $f(x) = \sin x$ . Khi đó:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 1.$

**Lời giải**

|         |        |         |         |
|---------|--------|---------|---------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|---------|--------|---------|---------|

a) **Đúng**. Theo định nghĩa tích phân. Chọn ĐÚNG.

b) **Sai**. Ta có:  $\int_{2024}^{2024} f(x) dx = 0$ . Chọn SAI.

c) **Đúng**. Ta có:  $\int_0^1 f(x) dx = F(1) - F(0) = 4$ . Chọn ĐÚNG.

d) **Đúng**. Ta có:  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$ . Chọn ĐÚNG.

**Câu 7:**

Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & \text{khi } x \geq 2 \\ x - 2 & \text{khi } x < 2 \end{cases}$ .

a)  $\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (x - 2) dx$

b)  $\int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$

c)  $\int_1^3 f(x) dx = \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_1^2 + \left( \frac{x^2}{2} - 2x \right) \Big|_2^3$

d)  $\int_1^3 f(x) dx = \frac{5}{6}$

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

a) **Đúng**

Ta có  $\int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (x - 2) dx$

b) **Đúng**

Ta có  $\int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$

c) **Sai**



Ta có  $\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 (x-2)dx + \int_2^3 (x^2-2x)dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_2^3$ .

d) Đúng

$$\int_1^3 f(x)dx = \int_1^2 (x-2)dx + \int_2^3 (x^2-2x)dx = \left(\frac{x^2}{2} - 2x\right)\Big|_1^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2\right)\Big|_2^3 = \left(-2 - \frac{-3}{2}\right) + \left(0 - \frac{-4}{3}\right) = \frac{5}{6}$$

**Câu 8:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên:

|         |           |   |   |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ | 1 | 2 | 4 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | +         | 0 | - | 0 | +         |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | 0 |   | $-\infty$ |

a)  $\int_1^2 f'(x)dx = 1$ .

b)  $\int_1^4 [3 + f'(x)]dx = f(4) + 3$ .

c)  $\int_1^2 |f'(x)|dx = f(1) - f(2)$ .

d) Nếu  $\int_1^4 |f'(x)|dx = 5$  thì  $f(4) = 3$ .

Lời giải

|        |        |         |         |
|--------|--------|---------|---------|
| a) Sai | b) Sai | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|--------|---------|---------|

a) Sai

$$\int_1^2 f'(x)dx = f(2) - f(1) = -1 - 0 = -1.$$

b) Sai

$$\int_1^4 [3 + f'(x)]dx = f(4) + 9.$$

c) Đúng

$$\int_1^2 |f'(x)|dx = -\int_1^2 f'(x)dx = f(1) - f(2).$$

d) Đúng

Từ đồ thị, ta có bảng xét dấu  $f'(x)$  như sau:

$$5 = \int_1^4 |f'(x)|dx = \int_1^2 |f'(x)|dx + \int_2^4 |f'(x)|dx \Leftrightarrow 5 = -\int_1^2 f'(x)dx + \int_2^4 f'(x)dx$$

$$\Leftrightarrow 5 = -f(x)\Big|_1^2 + f(x)\Big|_2^4 \Leftrightarrow 5 = -[f(2) - f(1)] + [f(4) - f(2)]$$

$$\Leftrightarrow 5 = -2f(2) + f(1) + f(4) \Leftrightarrow 5 = -2(-1) + 0 + f(4) \Leftrightarrow f(4) = 3.$$

**Câu 9:** Cho hàm số  $f(x) = ax^2 + bx + 1 (a, b \in \mathbb{R})$  thỏa mãn  $\int_0^1 f(x)dx = 4$  và  $\int_1^2 f(x)dx = 14$ .



- a)  $\int_2^1 f(x)dx = -14.$
- b)  $\int_0^2 f(x)dx = 18.$
- c)  $a + b = 6.$
- d)  $\int_0^3 f(x)dx = 44$

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|
|---------|---------|--------|--------|

**a) Đúng**

$$\int_2^1 f(x)dx = -\int_1^2 f(x)dx = -14.$$

**b) Đúng**

Ta có:  $\int_0^1 f(x)dx = 1, \int_1^2 f(x)dx = 14.$

Suy ra  $\int_0^2 f(x)dx = \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = 1 + 14 = 15$

**c) Sai**

Ta có:  $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 (ax^2 + bx + 1)dx = \left( \frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{a}{3} + \frac{b}{2} + 1 = 4 \Rightarrow \frac{a}{3} + \frac{b}{2} = 3$

$\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 (ax^2 + bx + 1)dx = \left( \frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} + x \right) \Big|_1^2 = \frac{7a}{3} + \frac{3b}{2} + 1 = 14. \Rightarrow \frac{7a}{3} + \frac{3b}{2} = 13$

(2) Từ (1), (2) suy ra  $a = 3, b = 4$ . Vậy  $a + b = 7$ .

**d) Sai**

Ta có:  $f(x) = 3x^2 - 4x + 1$  nên  $\int_0^3 (3x^2 + 4x + 1)dx = 48.$

**Câu 10:** Cho  $f, g$  là hai hàm liên tục trên đoạn  $[1; 3]$  thoả:  $\int_1^3 [f(x) + 3g(x)]dx = 10,$

$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx = 6.$

a)  $\int_1^3 f(x)dx + 3\int_1^3 g(x)dx = 10$

b)  $\int_1^3 f(x)dx - \int_1^3 g(x)dx = 6$

c)  $\int_1^3 [f(x) + g(x)]dx = 6.$

d)  $\int_1^3 [2f(x) + g(x)]dx = 8.$

**Lời giải**



|         |        |         |        |
|---------|--------|---------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|

$$\int_1^3 [f(x) + 3g(x)] dx = 10 \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx + 3 \int_1^3 g(x) dx = 10 \quad (1).$$

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)] dx = 6 \Leftrightarrow 2 \int_1^3 f(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = 6 \quad (2).$$

$$\text{Đặt } X = \int_1^3 f(x) dx, Y = \int_1^3 g(x) dx.$$

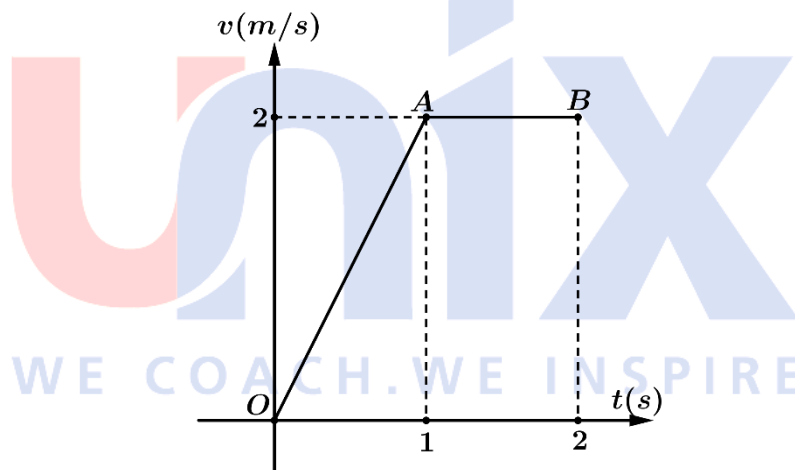
$$\text{Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình: } \begin{cases} X + 3Y = 10 \\ 2X - Y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} X = 4 \\ Y = 2 \end{cases}.$$

$$\text{Do đó ta được: } \int_1^3 f(x) dx = 4 \text{ và } \int_1^3 g(x) dx = 2.$$

$$\text{Vậy } \int_1^3 [f(x) + g(x)] dx = 4 + 2 = 6.$$

$$\text{Và } \int_1^3 [2f(x) + g(x)] dx = 8 + 2 = 10.$$

**Câu 11:** Một vật chuyển động với vận tốc được cho bởi đồ thị trong hình sau:



a) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}.$

b) Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$

c) Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t) dt$

d) Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là  $3m$ .

**Lời giải**

|         |         |        |         |
|---------|---------|--------|---------|
| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Đúng |
|---------|---------|--------|---------|

a) Đúng: Vận tốc của vật tại thời điểm  $t$  được xác định bởi  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}.$

Ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm  $OA$  là  $y = 2x$ , đường thẳng đi qua hai điểm  $A, B$  là  $y = 2$ .



Do đó ta có công thức hàm vận tốc là:  $v(t) = \begin{cases} 2t & \text{khi } 0 \leq t \leq 1 \\ 2 & \text{khi } t > 1 \end{cases}$ .

Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ a giây đến b giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_a^b v(t) dt$ .

b) Đúng: Quãng đường vật đi được trong 1 giây đầu tiên được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_0^1 v(t) dt$ .

c) Sai: Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t) dt$ .

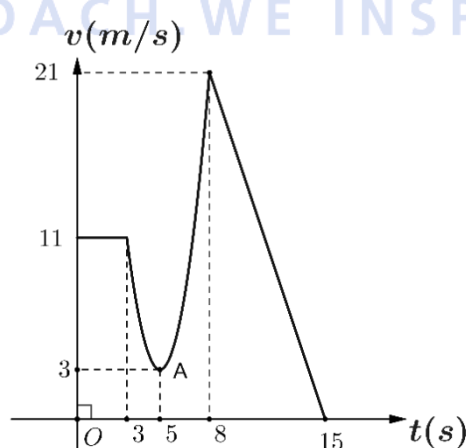
Do đó quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 2 giây được xác định bởi công thức  $s(t) = \int_1^2 v(t) dt$ .

d) Đúng: Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là 3m.

Quãng đường mà vật đi được trong 2 giây đầu tiên là:

$$s(t) = \int_0^2 v(t) dt = \int_0^1 2t dt + \int_1^2 2 dt = t^2 \Big|_0^1 + 2t \Big|_1^2 = 1 + 2 = 3m.$$

**Câu 12:** Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc  $v(t)$  (m/s) có dạng đường thẳng khi  $0 \leq t \leq 3$ (s) và  $8 \leq t \leq 15$ (s) và  $v(t)$  có dạng đường Parabol khi  $3 \leq t \leq 8$ (s) (như hình vẽ)



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm  $t = 15$  là  $v(15) = 21$ (m/s).

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là:  $S_1 = \int_0^3 11 dt$ (m)

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng 73,5(m)

d) Vận tốc trung bình  $v_{tb}$  của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn  $v_{tb} < 7$  (m/s).



**Lời giải**

|               |                |                |               |
|---------------|----------------|----------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|----------------|----------------|---------------|

a) Sai: Dựa vào đồ thị  $v(t)$

b) Đúng: Trong 3 giây đầu tiên, vận tốc của chuyển động là  $v(t) = 11(m/s)$ .

Do đó quãng đường chất điểm chuyển động trong 3 giây đầu tiên là:  $S_1 = \int_0^3 11dt (m)$

c) Đúng: Trong khoảng thời gian từ 8 đến 15 giây, đồ thị  $v(t)$  là một đường thẳng đi qua hai điểm  $(8;21)$  và  $(15;0)$ . Ta có:  $v(t) = at + b$ .

Từ giả thiết ta có hệ:  $\begin{cases} 8a + b = 21 \\ 15a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 45 \end{cases}$ .

Do đó  $v(t) = -3t + 45 (8 \leq t \leq 15)$ .

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_2 = \int_8^{15} (-3t + 45)dt = -\frac{3t^2}{2} \Big|_8^{15} + 45t \Big|_8^{15} = \frac{147}{2} = 73,5(m).$$

d) Sai: Trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây đồ thị  $v(t)$  là một Parabol đi qua các điểm có tọa độ lần lượt là  $(3;11), (5;3), (8;21)$  có phương trình dạng:  $v(t) = at^2 + bt + c$ .

Từ giả thiết ta có:  $\begin{cases} 9a + 3b + c = 11 \\ 25a + 5b + c = 3 \\ 64a + 8b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -20 \\ c = 53 \end{cases}$

Do đó:  $v(t) = 2t^2 - 20t + 53 (3 \leq t \leq 8)$ .

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_3 = \int_3^8 v(t)dt = \int_3^8 (2t^2 - 20t + 53)dt = \left( \frac{2t^3}{3} - 10t^2 + 53t \right) \Big|_3^8 = \frac{115}{3} (m)$$

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian này là:  $v_{tb} = \frac{S_3}{5} = \frac{23}{3} \approx 7,67(m/s)$ .

**Câu 13:** Một ô tô đang chạy với vận tốc  $18(m/s)$  thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = 18 - 36t(m/s)$ , trong đó  $t$  là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu hãm phanh.

a) Thời gian kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là 1,5 giây.

b) Quãng đường xe đi được sau 0,3 giây kể từ lúc hãm phanh là 3 mét.

c) Quãng đường kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là 4,5 mét.

d) Gia tốc tức thời của chuyển động này là  $36(m/s^2)$ .

**Lời giải**

|               |               |                |               |
|---------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|---------------|----------------|---------------|

a) Lúc hãm phanh thì  $v(t_1) = 0 \Rightarrow 18 - 36t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 0,5$  giây. Suy ra mệnh đề sai.

b) Quãng đường xe đi được sau 0,3 giây kể từ lúc hãm phanh là

$$s = \int_0^{0,3} (18 - 36t)dt = (18t - 18t^2) \Big|_0^{0,3} = 3,78. \text{ Suy ra mệnh đề sai.}$$

c) Với  $t_1 = 0,5$  giây thì quãng đường kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là



$$s_1 = \int_0^{0.5} (18 - 36t) dt = \left( 18t - 18t^2 \right) \Big|_0^{0.5} = 4,5. \text{ Suy ra mệnh đề đúng.}$$

d) Gia tốc tức thời của chuyển động này là  $a = v'(t) = -36(m/s^2)$ . Suy ra mệnh đề sai.

**Câu 14:** Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc  $v_1(t) = 2t(m/s)$ , trong đó thời gian  $t$  tính bằng giây. Sau khi chuyển động được 12 giây thì ô tô gặp chướng ngại vật và người tài xế phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v_2(t)$  và gia tốc là  $a = -8(m/s^2)$  cho đến khi dừng hẳn.

- Quãng đường ô tô chuyển động nhanh dần đều là 144 m.
- Vận tốc của ô tô tại thời điểm người tài xế phanh gấp là  $24m/s$ .
- Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là 3 giây.
- Tổng quãng đường ô tô chuyển động từ lúc xuất phát đến khi dừng hẳn là 168 m.

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Đúng | d) Sai |
|---------|---------|---------|--------|
|---------|---------|---------|--------|

a) Đúng.

$$\int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

b) Đúng.

$$v_1(12) = 2.12 = 24(m/s).$$

c) Đúng.

$$v_2(t) = 24 - 8(t - 12) = 120 - 8t; v_2(t) = 0 \Leftrightarrow t = 15.$$

Thời gian từ lúc ô tô giảm tốc độ cho đến khi dừng hẳn là  $15 - 12 = 3$  (giây).

d) Sai.

$$S = \int_0^{15} |v(t)| dt = \int_0^{12} v_1(t) dt + \int_{12}^{15} v_2(t) dt; S_1 = \int_0^{12} v_1(t) dt = \int_0^{12} 2t dt = t^2 \Big|_0^{12} = 144$$

$$S_2 = \int_{12}^{15} v_2(t) dt = \int_{12}^{15} (120 - 8t) dt = \left( 120t - 4t^2 \right) \Big|_{12}^{15} = 36$$

$$\text{Vậy } S = S_1 + S_2 = 144 + 36 = 180(m).$$

**Câu 15:** Một vật chuyển động với gia tốc  $a(t) = 2 \cos t(m/s^2)$ .

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số  $v(t) = 2 \sin t(m/s)$ .

b) Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là  $1m/s$ .

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0(s)$  đến thời điểm  $t = \pi(s)$  là  $4m$ .

d) Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}(s)$  đến thời điểm  $t = \frac{3\pi}{4}(s)$  là  $2m$ .

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Sai | c) Đúng | d) Sai |
|---------|--------|---------|--------|
|---------|--------|---------|--------|

- Ta có  $v(t) = \int a(t) dt = \int 2 \cos t dt = 2 \sin t + C$ . Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có  $v(0) = 0$  hay  $C = 0$ . Vậy  $v(t) = 2 \sin t$ .



- Vận tốc của vật tại thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}$  là  $v\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2(m/s)$ .

- Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = 0(s)$  đến thời điểm  $t = \pi(s)$  là:

$$\int_0^{\pi} |v(t)| dt = \int_0^{\pi} |2 \sin t| dt = \int_0^{\pi} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_0^{\pi} = -2 \cos \pi - (-2 \cos 0) = 4(m).$$

- Quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t = \frac{\pi}{2}(s)$  đến thời điểm  $t = \frac{3\pi}{4}(s)$  là:

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} |v(t)| dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} |2 \sin t| dt = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} 2 \sin t dt = -2 \cos t \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} = -2 \cos \frac{3\pi}{4} - \left(-2 \cos \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}(m).$$

**Câu 16:** Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian  $t$  bằng  $v(t) = 10t(m/s)$ .

a) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 50 m.

b) Gia tốc chuyển động của ô tô là  $a = 10(m/s^2)$ .

c) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ 5 giây đến 10 giây là 375m.

d) Giả sử ô tô đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc  $a = -40(m/s^2)$ . Khi đó, quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 625 m.

**Lời giải**

| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|
|--------|---------|---------|---------|

a) Ta có:  $s = \int_0^5 |v(t)| dt = \int_0^5 10t dt = 5t^2 \Big|_0^5 = 125(m)$ . Suy ra mệnh đề sai.

b) Ta có:  $a = v'(t) = 10(m/s^2)$ . Suy ra mệnh đề đúng.

c) Ta có:  $s = \int_5^{10} |v(t)| dt = \int_5^{10} 10t dt = 5t^2 \Big|_5^{10} = 500 - 125 = 375(m)$ . Suy ra mệnh đề đúng.

d) Tại thời điểm  $t = 10s \Rightarrow v = 100(m/s)$ .

Khi đó  $v_0(t) = \int a dt = -40t + C$ , mà  $v_0(10) = 100 \Rightarrow -40.10 + C = 100 \Rightarrow C = 500$

Khi ô tô dừng hẳn thì  $v_0(t) = -40t + 500 = 0 \Rightarrow t = 12,5(s)$

Ta có:  $s_1 = \int_0^{10} |v(t)| dt = \int_0^{10} 10t dt = 5t^2 \Big|_0^{10} = 500(m)$

$s_2 = \int_{10}^{12,5} |v_0(t)| dt = \int_{10}^{12,5} (-40t + 500) dt = \left(-20t^2 + 500t\right) \Big|_{10}^{12,5} = 125(m)$

Vậy quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là

$s = s_1 + s_2 = 625(m)$ .

Suy ra mệnh đề đúng

**Câu 17:** Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian  $t(s)$  là  $a(t) = 2t - 7(m/s^2)$ . Biết vận tốc đầu bằng 6 (m/s).

a) Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t(s)$  xác định bởi  $v(t) = t^2 - 7t + 10$ .

b) Tại thời điểm  $t = 7(s)$ , vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).



- c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 7$  là 18 m.  
 d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là  $t = 7$  (s).

**Lời giải**

|               |                |               |               |
|---------------|----------------|---------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|----------------|---------------|---------------|

a) Sai: Vận tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm  $t$ (s) xác định bởi  $v(t) = t^2 - 7t + 10$ .

Ta có  $v(t) = \int a(t)dt = \int (2t - 7)dt = t^2 - 7t + C$ .

$v(0) = 6 \Rightarrow C = 6$ .

Vậy  $v(t) = t^2 - 7t + 6$  (m/s).

b) Đúng: Tại thời điểm  $t = 7$  (s), vận tốc của chất điểm là 6 (m/s).

$v(7) = 7^2 - 7 \cdot 7 + 6 = 6$  (m/s).

c) Sai: Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 7$  là 18 m.

Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian  $1 \leq t \leq 7$  là

$$S = \int_1^7 v(t)dt = \int_1^7 (t^2 - 7t + 6)dt = \left( \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t \right) \Big|_1^7 = -18.$$

d) Sai: Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là  $t = 7$  (s).

Tọa độ của chất điểm tại thời điểm  $t$  là  $x(t) = \int v(t)dt = \int (t^2 - 7t + 6)dt = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t + C$

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của  $x(t)$  với  $t \in [0; 8]$ .

Ta có  $x'(t) = v(t) = 0$  khi  $t = 1$  hoặc  $t = 6$ .

Lại có  $x(0) = C$ ,  $x(1) = \frac{17}{6} + C$ ,  $x(6) = -18 + C$ ,  $x(8) = -\frac{16}{3} + C$ .

Vậy giá trị lớn nhất của  $x(t)$  với  $t \in [0; 8]$  đạt được khi  $t = 1$ .

**Câu 18:** Giả sử chi phí mua và bảo trì một thiết bị trong  $x$  năm có thể được mô hình hóa theo công thức

$$C = 5000 \left( 25 + 3 \int_0^x t^{\frac{1}{4}} dt \right).$$

a) Chi phí mua 1 sản phẩm là 100.000 đồng.

b) Chi phí bảo trì năm đầu tiên của 1 sản phẩm là 12.000 đồng.

c) Sau 6,5 năm thì số tiền mua một sản phẩm bằng số tiền bảo trì sản phẩm đó.

d) Nếu một nhà đầu tư có 10 triệu, thì họ có thể mua và bảo trì tối đa 30 sản phẩm trong 10 năm.

**Lời giải**

|               |                |               |               |
|---------------|----------------|---------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|----------------|---------------|---------------|

a) Chi phí mua 1 sản phẩm ứng với  $x = 0$ , sau ra  $C = 5000 \cdot 25 = 125.000$ . Suy ra mệnh đề a sai.

b) Với  $x = 1$  ta có:  $C = 5000 \left( 25 + 3 \int_0^1 t^{\frac{1}{4}} dt \right) = 137.000$ . Suy ra chi phí bảo trì năm đầu tiên của

sản phẩm là  $137.000 - 125.000 = 12.000$  đồng. Suy ra mệnh đề b đúng.

c) Gọi  $x$  là số năm mà số tiền bảo trì bằng số tiền mua sản phẩm. Khi đó tổng số tiền mua và số tiền bảo trì là  $2 \cdot 125.000 = 250.000$ .

Khi đó:



$$5000 \left( 25 + 3 \int_0^x t^{\frac{1}{4}} dt \right) = 250.000 \Leftrightarrow 25 + 3 \left( \frac{4}{5} t^{\frac{5}{4}} \Big|_0^x \right) = 50 \Leftrightarrow \frac{12}{5} x^{\frac{5}{4}} = 25 \Leftrightarrow x = \left( \frac{75}{2} \right)^{\frac{4}{5}} \approx 6.52 \text{ năm.}$$

Vậy mệnh đề c sai.

d) Số tiền mua và bảo trì 1 sản phẩm trong 10 năm là:

$$C = 5000 \left( 25 + 3 \int_0^{10} t^{\frac{1}{4}} dt \right) = 5000(25 + 24\sqrt[4]{10}) \approx 338.393,53. \text{ Ta có: } \frac{10.000.000}{338.393,53} \approx 29,55$$

Vậy với 10 triệu thì họ có thể mua và bảo trì tối đa 29 sản phẩm. Suy ra mệnh đề d sai.

**Câu 19:** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức  $P'(x) = -0,0008x + 10,4$ . Ở đây  $P(x)$  là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức

$$P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x.$$

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

**Lời giải**

|               |                |               |               |
|---------------|----------------|---------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>c) Sai</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|----------------|---------------|---------------|

a) Sai: Lợi nhuận khi bán được  $x$  đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức

$$P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x.$$

$$\text{Ta có: } P(x) = \int P'(x) dx = \int (-0,0008x + 10,4) dx = -0,0004x^2 + 10,4x.$$

b) Đúng: Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là:  $P(50) = -0,0004 \cdot 50^2 + 10,4 \cdot 50 = 519$  (triệu đồng).

c) Sai: Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là

$$\begin{aligned} P(55) - P(50) &= \int_{50}^{55} P'(x) dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4) dx = -\int_{50}^{55} 0,0008x dx + \int_{50}^{55} 10,4 dx \\ &= -0,0004x^2 \Big|_{50}^{55} + 10,4x \Big|_{50}^{55} = -0,0004(55^2 - 50^2) + 10,4(55 - 50) = 51,79 \text{ (triệu đồng).} \end{aligned}$$

d) Sai: Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 100.

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên  $a$  đơn vị sản phẩm là

$$\begin{aligned} P(a) - P(50) &= \int_{50}^a P'(x) dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4) dx = -\int_{50}^a 0,0008x dx + \int_{50}^a 10,4 dx \\ &= -0,0004x^2 \Big|_{50}^a + 10,4x \Big|_{50}^a = -0,0004(a^2 - 50^2) + 10,4(a - 50) = -0,0004a^2 + 10,4a - 519. \end{aligned}$$

Theo bài ra ta có:

$$-0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \Leftrightarrow 0,0004a^2 - 10,4a + 1036 < 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900.$$



Vậy giá trị nhỏ nhất của  $a$  là 101.

**Câu 20:** Tại một nhà máy sản xuất một loại phân bón. Gọi  $P(x)$  là lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán  $x$  (tấn) sản phẩm trong một tuần. Khi đó đạo hàm  $P'(x)$  gọi là lợi nhuận cận biên, cho biết tốc độ tăng lợi nhuận theo lượng sản phẩm bán được. Giả sử lợi nhuận cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức:

$$P'(x) = 17 - 0,025x \text{ với } 0 \leq x \leq 100$$

Biết nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần.

a) Công thức lợi nhuận (tính theo triệu đồng) thu được từ việc bán  $x$  (tấn) sản phẩm trong một tuần là  $P(x) = 17x - 0,0125x^2 + C$  với  $C$  là một hằng số bất kỳ

b) Có thể tính được lợi nhuận của nhà máy thu được khi bán 120 tấn sản phẩm trong tuần.

c) Lợi nhuận nhà máy thu được khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần là 1 tỉ 256 triệu đồng.

d) Nếu nhà máy bán được từ 1,3 tấn sản phẩm trên tuần trở lên thì nhà máy luôn có lãi.

**Lời giải**

|               |               |                |               |
|---------------|---------------|----------------|---------------|
| <b>a) Sai</b> | <b>b) Sai</b> | <b>c) Đúng</b> | <b>d) Sai</b> |
|---------------|---------------|----------------|---------------|

a) Sai:  $C = -24$  không phải  $C$  bất kỳ.

$$P(x) = \int P'(x)dx = \int (17 - 0,025x)dx = 17x - 0,0125x^2 + C \text{ với } 0 \leq x \leq 100$$

Vì nhà máy lỗ 24 triệu đồng nếu không bán được lượng sản phẩm nào trong tuần nên

$$\text{Với } x=0 \text{ thì } P(x) = -24 \text{ suy ra } P(0) = -24 \Leftrightarrow C = -24 \Rightarrow P(x) = 17x - 0,0125x^2 - 24$$

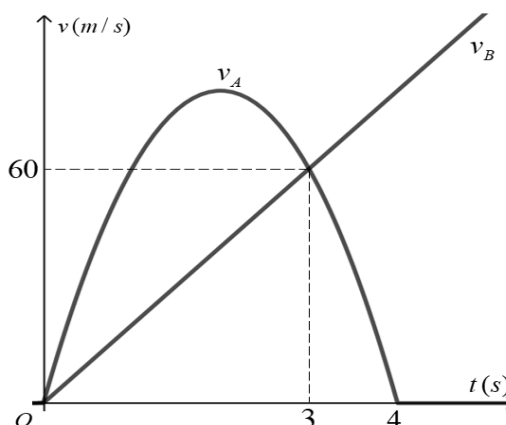
b) Sai: Chưa có công thức tính  $P'(x)$  khi  $x > 100$  Công thức  $P'(x)$  đề cho chỉ áp dụng được khi  $0 \leq x \leq 100$

c) Đúng: Khi bán 80 tấn sản phẩm trong tuần thì  $x = 80$  và  $P(80) = 1256$  triệu đồng.

d) Sai: Nhà máy chỉ bắt đầu có lãi khi  $P(x) > 0 \Rightarrow 17x - 0,0125x^2 - 24 > 0 \Rightarrow 1,41 < x < 1358,5$

Vậy nếu  $1,3 \leq x \leq 1,41$  nhà máy vẫn có thể bị lỗ.

**Câu 21:** Cho đồ thị biểu thị vận tốc của hai chất điểm  $A$  và  $B$  xuất phát cùng lúc, bên cạnh nhau và cùng trên một con đường thẳng. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc  $v_A$  của chất điểm  $A$  là một parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc  $v_B$  của chất điểm  $B$  là một đường thẳng như hình vẽ sau



a) Phương trình đường thẳng  $v_B = 20t - 3$ .

b) Phương trình parabol  $v_A = -20t^2 + 80t$ .

c) Quãng đường chất điểm  $A$  đi được trong 3 giây đầu tiên là 180m.

d) Sau khi đi được 3 giây, khoảng cách của hai chất điểm là 90m.

**Lời giải**



|        |         |         |         |
|--------|---------|---------|---------|
| a) Sai | b) Đúng | c) Đúng | d) Đúng |
|--------|---------|---------|---------|

Gọi  $v_A$  là vận tốc của chất điểm  $A$ . Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số vận tốc của chất điểm  $A$  theo thời gian có đồ thị là một parabol có dạng  $v_A(t) = at^2 + bt + c$  ( $t \geq 0$ ) ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ )

Dựa vào đồ thị ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} v_A(0) = 0 \\ v_A(3) = 60 \\ v_A(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot 0 + b \cdot 0 + c = 0 \\ a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c = 60 \\ a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 9a + 3b = 60 \\ 16a + 4b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -20 \\ b = 80 \\ c = 0 \end{cases}$$

Suy ra  $v_A(t) = -20t^2 + 80t$  ( $t \geq 0$ ).

Vậy quãng đường chất điểm  $A$  đi được trong 3 giây đầu tiên là:

$$S_A = \int_0^3 v_A(t) dt = \int_0^3 (-20t^2 + 80t) dt = 180(m).$$

Gọi  $v_B$  là vận tốc của chất điểm  $B$ . Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số vận tốc của chất điểm  $B$  theo thời gian có đồ thị là một đường thẳng có dạng  $v_B(t) = at + b$  ( $t \geq 0$ ) ( $a, b \in \mathbb{R}$ )

Dựa vào đồ thị ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} v_B(0) = 0 \\ v_B(3) = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot 0 + b = 0 \\ a \cdot 3 = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 20 \\ b = 0 \end{cases}$$

Suy ra  $v_B(t) = 20t$  ( $t \geq 0$ ).

Vậy quãng đường chất điểm  $B$  đi được trong 3 giây đầu tiên là:

$$S_B = \int_0^3 v_B(t) dt = \int_0^3 20t dt = 90(m).$$

Khi đó, khoảng cách của hai chất điểm bằng:  $|180 - 90| = 90(m)$ .

a) Sai: Phương trình đường thẳng  $v_B = 20t$ .

b) Đúng: Phương trình parabol  $v_A = -20t^2 + 80t$ .

c) Đúng: Quãng đường chất điểm  $A$  đi được trong 3 giây đầu tiên là  $180m$ .

d) Đúng: Sau khi đi được 3 giây, khoảng cách của hai chất điểm là  $90m$ .

**Câu 22:** Cho hàm số  $f(x) = x^2 + \sin x + 1$  và  $F(x)$  là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$ .

a)  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C$ .

b) Khi  $F(0) = 1$  thì  $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 1$ .

c) Một nguyên hàm của  $F(x)$  là  $G(x) = \frac{x^4}{12} + \sin x + \frac{x^2}{2} + x$ .

d)  $\int_0^a f(x) dx = \frac{a^3}{3} - \cos a + a$ .

**Lời giải**

|         |        |        |        |
|---------|--------|--------|--------|
| a) Đúng | b) Sai | c) Sai | d) Sai |
|---------|--------|--------|--------|

Ta có:  $\int f(x) dx = \int (x^2 + \sin x + 1) dx = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C$



$$F(0)=1 \Rightarrow C=2. \text{ Vậy } F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+2.$$

$$\int F(x)dx = \int \left( \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C \right) dx = \frac{x^4}{12} - \sin x + \frac{x^2}{2} + Cx + C_1$$

$$\int_0^a f(x)dx = \left( \frac{x^3}{3} - \cos x + x + C \right) \Big|_0^a = \frac{a^3}{3} - \cos a + a + 1$$

**a) Đúng:**  $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+C$

**b) Sai:** Khi  $F(0)=1$  thì  $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+2.$

**c) Sai:** Một nguyên hàm của  $F(x)$  là  $G(x)=\frac{x^4}{12}-\sin x+\frac{x^2}{2}+Cx+C_1.$

**d) Sai:**  $\int_0^a f(x)dx = \frac{a^3}{3} - \cos a + a + 1.$

**Câu 23:** Tại một nhà máy, gọi  $C(x)$  là tổng chi phí (tính theo triệu đồng) để sản xuất  $x$  tấn sản phẩm  $A$  trong một tháng. Khi đó, đạo hàm  $C'(x)$ , gọi là chi phí cận biên, cho biết tốc độ gia tăng tổng chi phí theo lượng gia tăng sản phẩm được sản xuất. Giả sử chi phí cận biên (tính theo triệu đồng trên tấn) của nhà máy được ước lượng bởi công thức  $C'(x)=5-0,06x+0,00072x^2$  với  $0 \leq x \leq 150$ . Biết rằng  $C(0)=30$  triệu đồng, gọi là chi phí cố định.

**a)**  $C(100)-C(0)=\int_0^{100} C'(x)dx.$

**b)**  $\int_0^{100} C'(x)dx = 5\int_0^{100} dx - 0,06\int_0^{100} x dx + 0,00072\int_0^{100} x^2 dx.$

**c)**  $5\int_0^{100} dx - 0,06\int_0^{100} x dx + 0,00072\int_0^{100} x^2 dx = 5\Big|_0^{100} - 0,03x\Big|_0^{100} + 0,00024x\Big|_0^{100}.$

**d)**  $C(100)=440.$

**Lời giải**

| a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai |
|---------|---------|--------|--------|
|---------|---------|--------|--------|

$$C(100)-C(0)=\int_0^{100} C'(x)dx = \int_0^{100} (5-0,06x+0,00072x^2)dx$$

$$= 5\int_0^{100} dx - 0,06\int_0^{100} x dx + 0,00072\int_0^{100} x^2 dx$$

$$= 5x\Big|_0^{100} - 0,03x^2\Big|_0^{100} + 0,00024x^3\Big|_0^{100} = 440.$$

Suy ra  $C(100)=C(0)+440=30+440=470$  (triệu đồng).

Vậy khi nhà máy sản xuất 100 tấn sản phẩm  $A$  trong tháng thì tổng chi phí là 470 triệu đồng