



CHƯƠNG



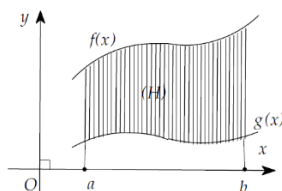
NGUYÊN HÀM TÍCH PHÂN

BÀI. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

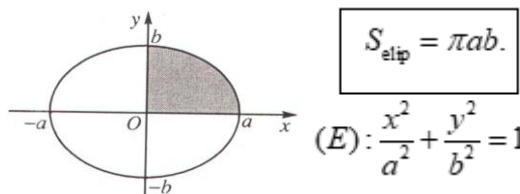
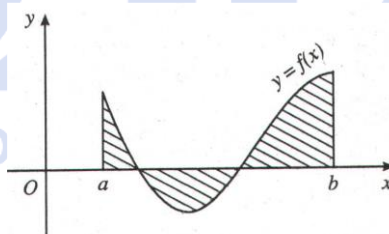
III HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.

DẠNG 1. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÌM DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

① Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): y = g(x) \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.



Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases} (C_1): y = f(x) \\ (C_2): Ox: y = 0 \\ x = a, x = b \quad (a < b) \end{cases}$ thì diện tích là $S = \int_a^b |f(x)| dx$.



② Hình thức đề thường hay cho

Hình thức 1: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x), x = a, x = b \quad (a < b)\}$

→ casio $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx =$ kết quả, so sánh với bốn đáp án.

Hình thức 2: Không cho hình vẽ, cho dạng (H): $\{y = f(x), y = g(x)\}$

Giải $f(x) = g(x)$ tìm nghiệm $x_1, \dots, x_i$, với x_1 nhỏ nhất, x_i lớn nhất → casio $\int_{x_1}^{x_i} |f(x) - g(x)| dx$.

Hình thức 3: Cho hình vẽ, sẽ giải phương trình tìm tọa độ giao điểm, chia từng diện tích nhỏ, xỏ hình từ trên xuống, ghi công thức và bấm máy tính.



Hình thức 4: Cho ba hàm trở lên, chẳng hạn $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ ta nên vẽ hình.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$. **C.** $S = -\int_a^b f(x) dx$. **D.** $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

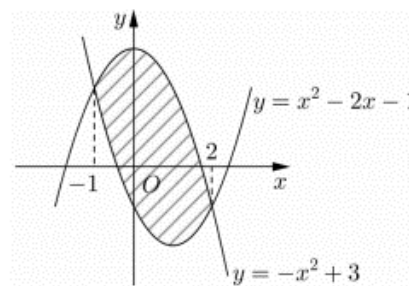
Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a$, $x = b$ được tính bởi công thức: $S = \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 2: Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$. **B.** $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. **D.** $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$.



Lời giải

Từ đồ thị ta thấy $-x^2 + 3 \geq x^2 - 2x - 1$, $\forall x \in [-1; 2]$.

Vậy diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$S = \int_{-1}^2 [(-x^2 + 3) - (x^2 - 2x - 1)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.

Câu 3: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng

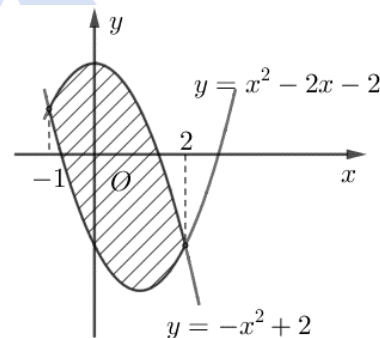
A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. **B.** $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. **D.** $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.

Lời giải

Chọn A

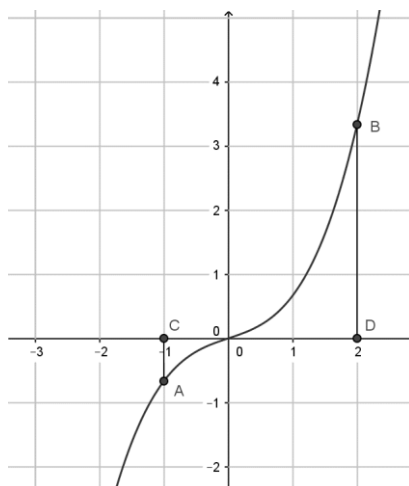
Dựa vào hình vẽ ta có diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên là:

$\int_{-1}^2 [(-x^2 + 2) - (x^2 - 2x - 2)] dx = \int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$.



Câu 4: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường

thẳng $x = -1$, $x = 2$. Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$, mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $S = b - a$

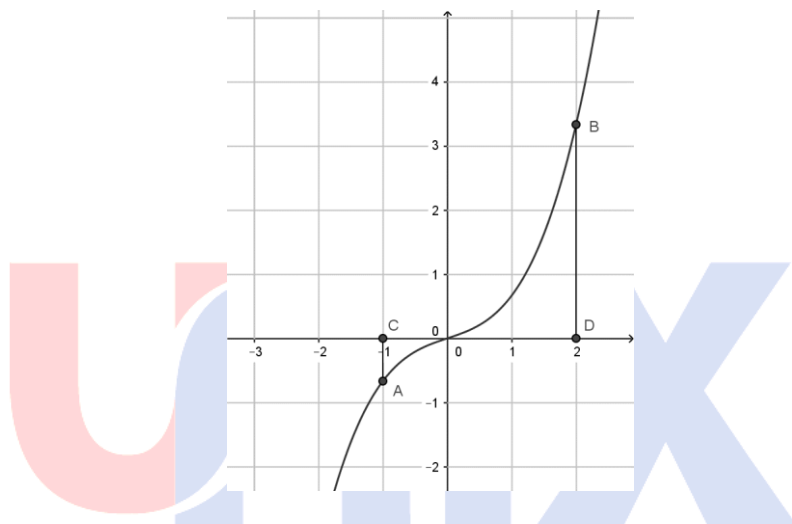
B. $S = b + a$

C. $S = -b + a$

D. $S = -b - a$

Lời giải

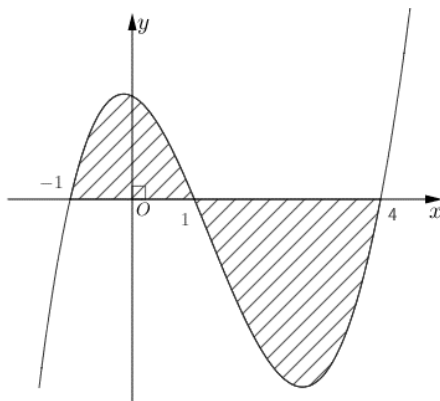
Chọn A



Ta có:

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx = -\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b.$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 4$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx.$



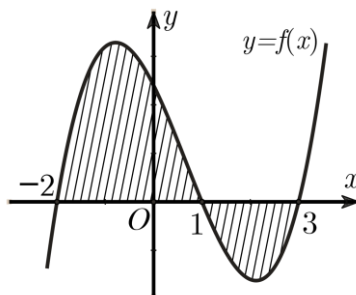
Lời giải

Chọn A

Ta có: hàm số $f(x) \geq 0 \forall x \in [-1; 1]$; $f(x) \leq 0 \forall x \in [1; 4]$, nên:

$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn B

Ta có $S = \int_{-2}^3 |f(x)| dx = S = \int_{-2}^1 |f(x)| dx + \int_1^3 |f(x)| dx.$

Do $f(x) \geq 0$ với $\forall x \in [-2; 1]$ và $f(x) \leq 0$ với $\forall x \in [1; 3]$ nên $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx.$

Câu 7: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx.$ **B.** $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx.$

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx.$ **D.** $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx.$

Lời giải

Chọn D

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0 \forall x \in [0; 1].$

Câu 8: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 4$ và $y = 2x - 4$ bằng

A. 36.

B. $\frac{4}{3}.$

C. $\frac{4\pi}{3}.$

D. $36\pi.$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị đã cho là:



$$x^2 - 4 = 2x - 4 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho là:

$$S = \int_0^2 \left| (x^2 - 4) - (2x - 4) \right| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$$

Câu 9: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 1$ và $y = x - 1$

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{13}{6}$. C. $\frac{13\pi}{6}$. D. $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm hai đường là: $x^2 - 1 = x - 1 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$

$$\text{Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường là } \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 10: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ bằng

- A. $\frac{125\pi}{6}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{125}{6}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$

$$\text{Diện tích hình phẳng: } S = \int_0^1 \left| (x^2 - 3) - (x - 3) \right| dx = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 11: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 2$ và $y = 3x - 2$ bằng

- A. $\frac{9}{2}$. B. $\frac{9\pi}{2}$. C. $\frac{125}{6}$. D. $\frac{125\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm, ta có:

$$x^2 - 2 = 3x - 2 \Rightarrow \begin{cases} x = 0. \\ x = 3. \end{cases}$$

$$\text{Như vậy, diện tích hình phẳng được giới hạn bằng } \int_0^3 |x^2 - 2 - 3x + 2| dx = \frac{9}{2}.$$

Câu 12: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 2^x dx$ B. $S = \int_0^2 2^x dx$ C. $S = \pi \int_0^2 2^{2x} dx$ D. $S = \int_0^2 2^{2x} dx$

Lời giải

Chọn B



$$S = \int_0^2 |2^x| dx = \int_0^2 2^x dx.$$

Câu 13: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 e^x dx$

B. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

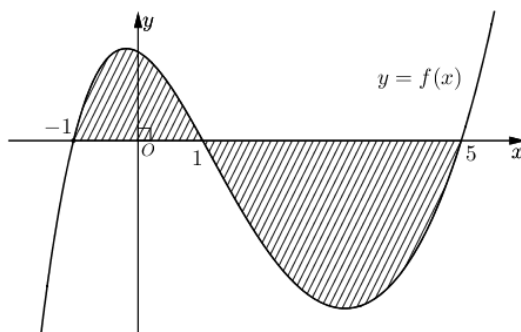
D. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$

Lời giải

Chọn A

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là: $S = \int_0^2 e^x dx$.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 5$.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

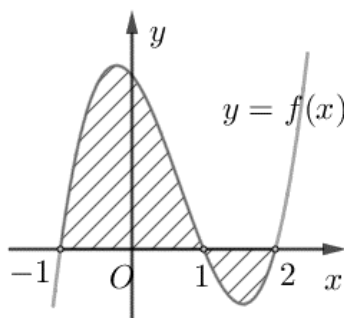
D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^5 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 2$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

B. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$



C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

Lời giải

Chọn D

$$S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx$$

Nhìn hình ta thấy hàm số $f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên đoạn $[-1;1]$ nên

$$\int_{-1}^1 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx; \text{ hàm số } f(x) \text{ liên tục và nhận giá trị âm trên đoạn } [1;2] \text{ nên}$$

$$\int_1^2 |f(x)| dx = -\int_1^2 f(x) dx$$

$$\text{Vậy } S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx$$

Câu 16: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$.

A. $\frac{37}{12}$

B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{81}{12}$

D. 13

Lời giải

Chọn A

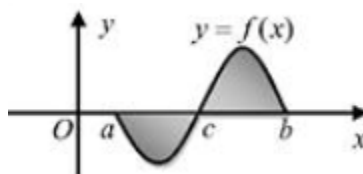
$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm } x^3 - x = x - x^2 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - x$ và đồ thị hàm số $y = x - x^2$ là:

$$S = \int_{-2}^1 |x^3 - x - (x - x^2)| dx = \left| \int_{-2}^0 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right| + \left| \int_0^1 (x^3 + x^2 - 2x) dx \right|$$

$$= \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_{-2}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 \right) \right|_0^1 = \left| -\left(\frac{16}{4} - \frac{8}{3} - 4 \right) \right| + \left| \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} - 1 \right) \right| = \frac{37}{12}.$$

Câu 17: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$. Hỏi cách tính S nào dưới đây đúng?



A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|.$

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

Lời giải.

Chọn B

Câu 18: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S .



A. $S = 4$.

B. $S = 8$.

C. $S = 2$.

D. $S = 0$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là $x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$.

$$\text{Vậy } S = \left| \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx \right| + \left| \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \right| = 4 + 4 = 8.$$

Câu 19: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = \int_0^2 3^x dx$.

B. $S = \pi \int_0^2 3^{2x} dx$.

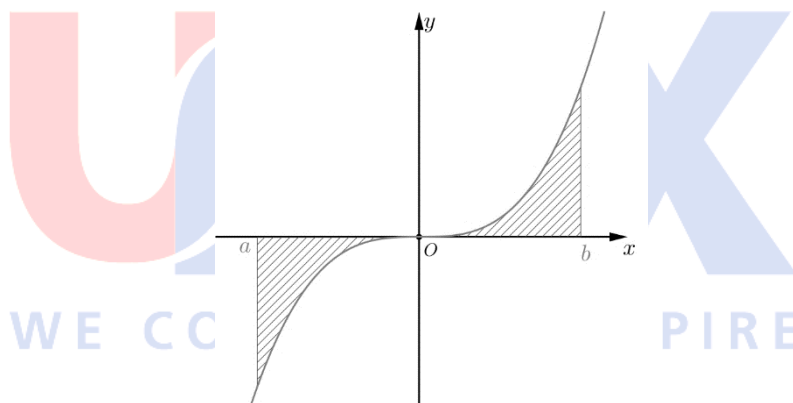
C. $S = \pi \int_0^2 3^x dx$.

D. $S = \int_0^2 3^{2x} dx$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng đã cho được tính bởi công thức $S = \int_0^2 3^x dx$

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = f(x)$, trục hoành, hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Giả sử S_D là diện tích hình phẳng D . đúng trong các phương án A, B, C, D cho dưới đây?



A. $S_D = \int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

B. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx$.

C. $S_D = \int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

D. $S_D = -\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx$.

Lời giải

Ta có $S_D = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^0 |f(x)| dx + \int_0^b |f(x)| dx$.

Vì $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; 0]$, $f(x) \geq 0, \forall x \in [0; b]$ nên:

$$S_D = \int_a^0 (-f(x)) dx + \int_0^b f(x) dx = -\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$$

Câu 21: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (x-2)^2 - 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ bằng



A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{7}{3}$.

Lời giải

Ta có: $S = \int_1^2 |(x-2)^2 - 1| dx = \int_1^2 |x^2 - 4x + 3| dx = \int_1^2 (x^2 - 4x + 3) dx = \frac{2}{3}$.

Câu 22: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. **B.** $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$. **C.** $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. **D.** $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Lời giải

Theo lý thuyết thì diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$, $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Câu 23: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox

A. 11.

B. $\frac{34}{3}$.

C. $\frac{31}{3}$.

D. $\frac{32}{3}$.

Lời giải

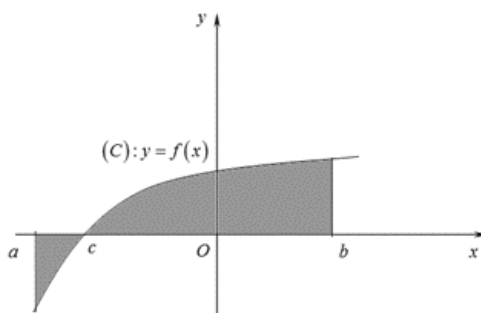
Chọn D

Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 4x - x^2$ và trục Ox .

Xét phương trình $4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$.

Ta có $S = \int_0^4 |4x - x^2| dx = \left| \int_0^4 (4x - x^2) dx \right| = \left| \left(2x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^4 \right| = \frac{32}{3}$.

Câu 24: Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) tính theo công thức nào dưới đây ?



A. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

B. $S = \int_a^b f(x) dx$.

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$.

Lời giải



Diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là $S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_a^c |f(x)| dx + \int_c^b |f(x)| dx = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$.

Câu 25: Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, $x = -1$, $x = 2$ và trục hoành.

- A.** $S = 6$. **B.** $S = 16$. **C.** $S = \frac{13}{6}$. **D.** $S = 13$.

Lời giải

Ta có: $S = \int_{-1}^2 |x^2 + 1| dx = \int_{-1}^2 (x^2 + 1) dx = 6$.

Câu 26: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 5$, $y = 6x$, $x = 0$, $x = 1$. Tính S .

- A.** $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{7}{3}$ **C.** $\frac{8}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 + 5 = 6x \Leftrightarrow x = 5; x = 1$.

Diện tích hình phẳng cần tìm: $S = \int_0^1 |x^2 - 6x + 5| dx = \frac{7}{3}$.

Câu 27: Gọi diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $(C): y = \frac{-3x-1}{x-1}$ và hai trục tọa độ là S .
 Tính S ?

- A.** $S = 1 - \ln \frac{4}{3}$ **B.** $S = 4 \ln \frac{4}{3}$ **C.** $S = 4 \ln \frac{4}{3} - 1$ **D.** $S = \ln \frac{4}{3} - 1$

Lời giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành là nghiệm của phương trình $\frac{-3x-1}{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$.

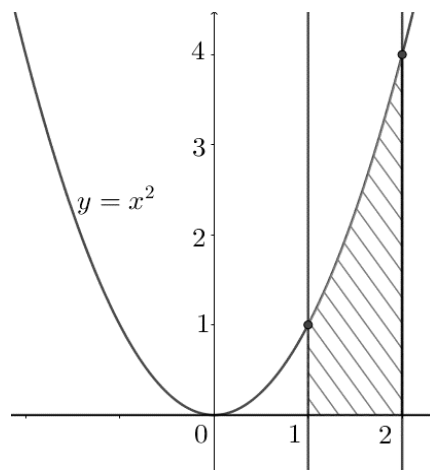
Do đó diện tích hình phẳng là

$$S = \left| \int_{-\frac{1}{3}}^0 \frac{-3x-1}{x-1} dx \right| = \left| \int_{-\frac{1}{3}}^0 \left(3 + \frac{4}{x-1} \right) dx \right| = \left| \left(3x + 4 \ln |x-1| \right) \right|_{-\frac{1}{3}}^0 = 4 \ln \frac{4}{3} - 1.$$

Câu 28: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 2$ bằng

- A.** $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** 1.

Lời giải



Ta có $S = \int_1^2 |x^2| dx = \int_1^2 x^2 dx = \frac{7}{3}$.

Câu 29: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $(H): y = \frac{x-1}{x+1}$ và các trục tọa độ.

Khi đó giá trị của S bằng

A. $2\ln 2 - 1$.

B. $\ln 2 + 1$.

C. $\ln 2 - 1$.

D. $2\ln 2 + 1$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (H) và trục hoành $\frac{x-1}{x+1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (H) và các trục tọa độ là

$$S = \int_0^1 \left| \frac{x-1}{x+1} \right| dx = \int_0^1 \frac{-x+1}{x+1} dx = \int_0^1 \left(-1 + \frac{2}{x+1} \right) dx = \left(-x + 2\ln|x+1| \right) \Big|_0^1 = 2\ln 2 - 1.$$

Câu 30: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ là

A. 8.

B. 5.

C. 4.

D. 10.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm là $-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích hình phẳng là } S &= \left| \int_0^2 \left[(2x^2 - 4x + 1) - (-x^2 + 2x + 1) \right] dx \right| \\ &= \left| \int_0^2 (3x^2 - 6x) dx \right| = \left| \left(x^3 - 3x^2 \right) \Big|_0^2 \right| = 4. \end{aligned}$$

Câu 31: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = x^2 + 2x$, $y = x + 2$.

A. $\frac{7}{2}$.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{5}{2}$.

D. $\frac{11}{2}$.

Lời giải

$$\text{Xét phương trình: } x^2 + 2x = x + 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là:



$$S = \int_{-2}^1 |x^2 + x - 2| dx = \left| \int_{-2}^1 (x^2 + x - 2) dx \right| = \left| \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x \right) \right|_{-2}^1 = \left| -\frac{7}{6} - \frac{10}{3} \right| = \frac{9}{2}.$$

Câu 32: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 3x - 2$. Tính diện tích hình phẳng (H)

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 1

D. $\frac{1}{6}$

Lời giải

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường là:

$$S = \int_1^2 |x^2 - (3x - 2)| dx = \left| \int_1^2 (x^2 - 3x + 2) dx \right| = \frac{1}{6}.$$

Câu 33: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = 4x - x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ bằng

A. 4.

B. $\frac{20}{3}$.

C. $\frac{4}{3}$.

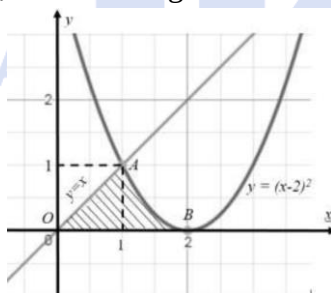
D. $\frac{16}{3}$

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $4x - x^2 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (2x - x^2) dx = \left(x^2 - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 = \frac{4}{3}.$

Câu 34: Tính diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên.



A. $\frac{5}{6}$.

B. $\frac{5\pi}{6}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{8\pi}{15}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm

$$x = (x - 2)^2 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị, khi đó diện tích hình phẳng cần tìm là

$$S = \int_0^1 x dx + \int_1^2 (x - 2)^2 dx = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Vậy $S = \frac{5}{6}.$



Câu 35: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$, $y = 0$, $x = -10$, $x = 10$.

- A.** $S = \frac{2000}{3}$. **B.** $S = 2008$. **C.** $S = 2000$. **D.** $S = \frac{2008}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $(C): y = x^2 - 2x$ và $(d): y = 0$ là:

$$x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

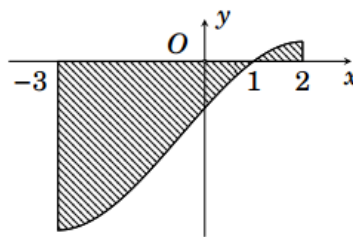
Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$
VT		$+$	$-$	$+$

$$\begin{aligned} \text{Diện tích cần tìm: } S &= \int_{-10}^{10} |x^2 - 2x| dx = \int_{-10}^0 (x^2 - 2x) dx - \int_0^2 (x^2 - 2x) dx + \int_2^{10} (x^2 - 2x) dx \\ &= \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_{-10}^0 - \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_0^2 + \left(\frac{x^3}{3} - x^2 \right) \Big|_2^{10} = \frac{1300}{3} + \frac{4}{3} + \frac{704}{3} = \frac{2008}{3}. \end{aligned}$$

Câu 36: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = -3$, $x = 2$. Đặt $a = \int_{-3}^1 f(x) dx$, $b = \int_1^2 f(x) dx$. Mệnh đề nào sau đây là đúng.



- A.** $S = a + b$. **B.** $S = a - b$. **C.** $S = -a - b$. **D.** $S = b - a$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } S = \int_{-3}^2 |f(x)| dx = \int_{-3}^1 |f(x)| dx + \int_1^2 |f(x)| dx = -\int_{-3}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -a + b.$$

Câu 37: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ là:

- A.** $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{5}{3}$ **C.** $\frac{3}{2}$ **D.** $\frac{23}{15}$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét phương trình } x^2 = x \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = 2x$ là:

$$S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \left| \int_0^1 (x^2 - x) dx \right| = \frac{4}{3}$$

Câu 38: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ là



A. 8

B. 5

C. 4

D. 10

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm hai đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$, $y = 2x^2 - 4x + 1$ là:

$$-x^2 + 2x + 1 = 2x^2 - 4x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng đã cho là $\int_0^2 |3x^2 - 6x| dx = \int_0^2 (6x - 3x^2) dx = (3x^2 - x^3) \Big|_0^2 = 4$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 7 - 4x^3 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4 - x^2 & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$ và các đường thẳng $x = 0, x = 3, y = 0$.

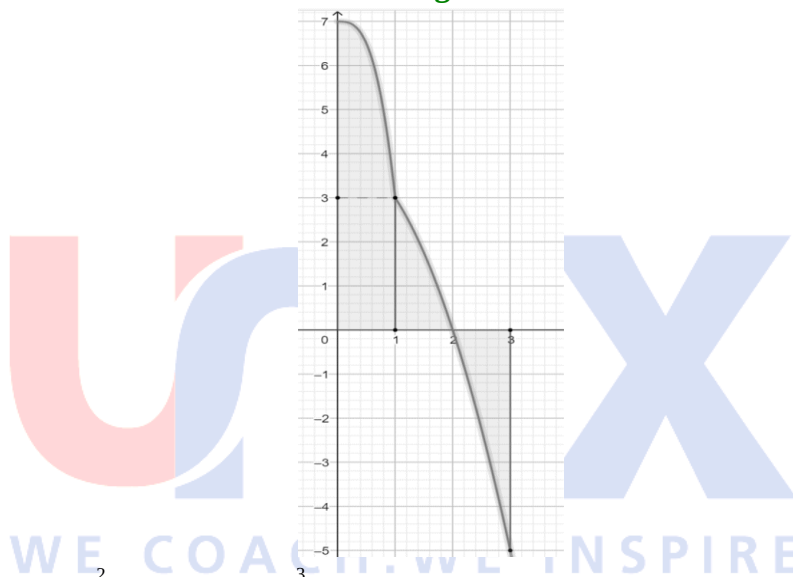
A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{20}{3}$.

C. 10.

D. 9.

Lời giải



$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 (7 - 4x^3) dx + \int_1^2 (4 - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 4) dx \\ &= \left[7x - x^4 \right]_0^1 + \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_1^2 + \left[\frac{x^3}{3} - 4x \right]_2^3 = 6 + 4 - \frac{7}{3} - 3 - \frac{8}{3} + 8 = 10. \end{aligned}$$

Câu 40: Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

A. $S = \frac{937}{12}$

B. $S = \frac{343}{12}$

C. $S = \frac{793}{4}$

D. $S = \frac{397}{4}$

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm 2 đường cong:

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ x = 4 \end{cases}.$$

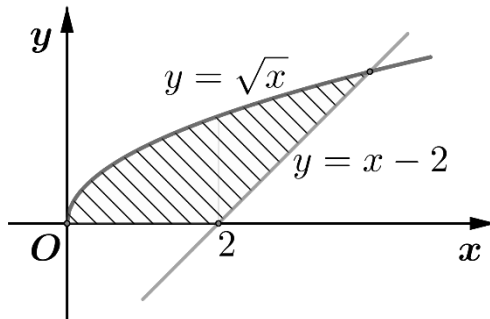
$$\Rightarrow \text{Diện tích cần tìm là: } S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$$



$$= \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| = \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_{-3}^0 + \left| \left(\frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{3} - 6x^2 \right) \right|_0^4$$

$$= \left| \frac{-99}{4} \right| + \left| \frac{-160}{3} \right| = \frac{937}{12}.$$

Câu 41: Tính diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ sau:



A. $\frac{10}{3}$.

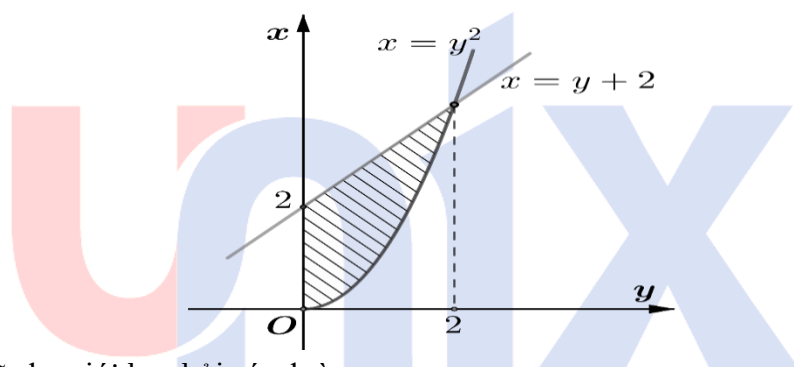
B. 4.

C. $\frac{13}{3}$.

D. $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Cách 1: Coi x là hàm số theo biến số y .



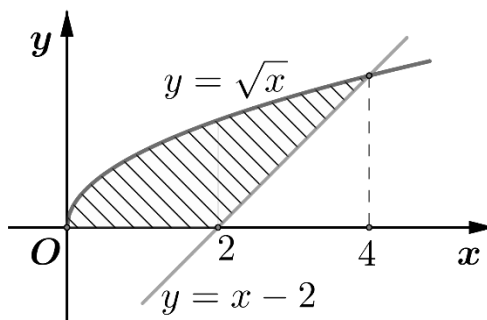
Hình phẳng đã cho giới hạn bởi các đường:

$$x = y^2; x = y + 2; y = 0.$$

$$\text{Ta có: } y^2 = y + 2 \Leftrightarrow y^2 - y - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 & (\text{loại}) \\ y = 2 & (t/m) \end{cases}$$

$$\text{Diện tích của hình phẳng cần tìm là } S = \int_0^2 |y + 2 - y^2| dy = \int_0^2 (y + 2 - y^2) dy = \frac{10}{3}$$

Cách 2:



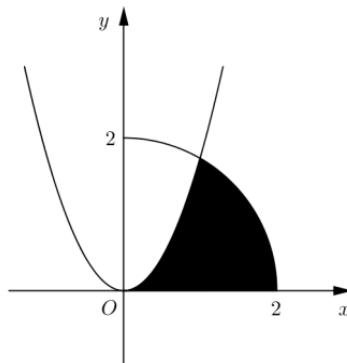
Phương trình hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$:

$$\sqrt{x} = x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x = (x - 2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 4.$$



Diện tích của hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx - \int_2^4 (x-2) dx = \frac{10}{3}$

Câu 42: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$ và trục hoành. Diện tích của (H) bằng



A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$

B. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$

C. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$

D. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm giữa parabol và cung tròn ta được $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{4-x^2} \Leftrightarrow x = \pm 1$ với $0 \leq x \leq 2$ nên ta có $x = 1$

Ta có diện tích $S = \int_0^1 \sqrt{3}x^2 dx + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} x^3 \Big|_0^1 + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{\sqrt{3}}{3} + \int_1^2 \sqrt{4-x^2} dx$

Đặt: $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$; $x = 1 \Rightarrow t = \frac{\pi}{6}$; $x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

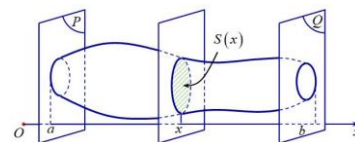
$\Rightarrow S = \frac{\sqrt{3}}{3} + 2 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$

DẠNG 2. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN ĐỂ TÌM THỂ TÍCH

① Thể tích vật thể

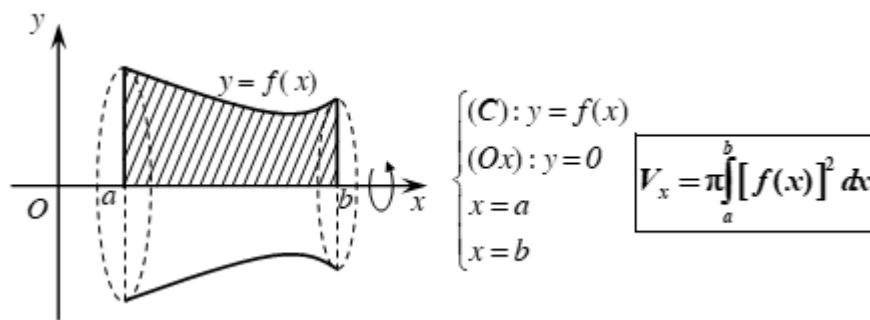
Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b , $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x , ($a \leq x \leq b$). Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi

đó, thể tích của vật thể B được xác định: $V = \int_a^b S(x) dx$.

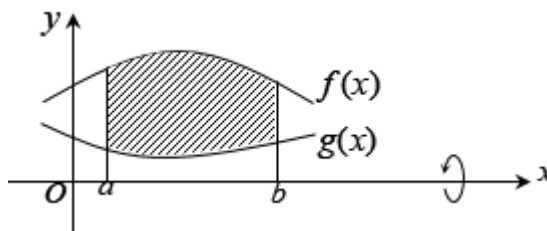


② Thể tích khối tròn xoay

a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ quanh trục Ox :



b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$



Câu 43: Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$, xung quanh trục Ox .

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$ **B.** $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ **C.** $V = \int_a^b f^2(x) dx$ **D.** $V = \pi \int_a^b f(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức:

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$ **B.** $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ **C.** $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx$ **D.** $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx$

Lời giải

Chọn B

Câu 45: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{3x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

A. $\pi \int_0^1 e^{3x} dx$. **B.** $\int_0^1 e^{6x} dx$. **C.** $\pi \int_0^1 e^{6x} dx$. **D.** $\int_0^1 e^{3x} dx$.

Lời giải

Chọn C

Ta có thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng:

$$\pi \int_0^1 (e^{3x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{6x} dx .$$

Câu 46: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{4x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng



- A. $\int_0^1 e^{4x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^{8x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$. D. $\int_0^1 e^{8x} dx$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^1 (e^{4x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{8x} dx.$$

Câu 47: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{2x}$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 e^{4x} dx$. B. $\int_0^1 e^{2x} dx$. C. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. D. $\int_0^1 e^{4x} dx$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh Ox là $V = \pi \int_0^1 (e^{2x})^2 dx = \pi \int_0^1 e^{4x} dx$.

Câu 48: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^x dx$ C. $\int_0^1 e^x dx$. D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 49: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$ B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$
 C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$ D. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

Câu 50: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$ B. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$ C. $V = \frac{\pi e^2}{3}$ D. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$

Lời giải

Chọn D



$$V = \pi \int_0^1 e^{2x} dx = \pi \frac{e^{2x}}{2} \Big|_0^1 = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$$

Câu 51: Cho hình phẳng D giới hạn với đường cong $y = \sqrt{x^2 + 1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2$

B. $V = \frac{4\pi}{3}$

C. $V = 2\pi$

D. $V = \frac{4}{3}$

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối tròn xoay được tính theo công thức:

$$V = \pi \int_0^1 \left(\sqrt{x^2 + 1} \right)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \pi \left(\frac{x^3}{3} + x \right) \Big|_0^1 = \frac{4\pi}{3}.$$

Câu 52: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = (\pi + 1)\pi$

B. $V = \pi - 1$

C. $V = \pi + 1$

D. $V = (\pi - 1)\pi$

Lời giải

Chọn A

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\sqrt{2 + \cos x} \right)^2 dx = \pi \left(2x + \sin x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi(\pi + 1).$$

Câu 53: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \sin x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = 2\pi(\pi + 1)$

B. $V = 2\pi$

C. $V = 2(\pi + 1)$

D. $V = 2\pi^2$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } V = \pi \int_0^{\pi} \left(\sqrt{2 + \sin x} \right)^2 dx = \pi \int_0^{\pi} (2 + \sin x) dx = \pi (2x - \cos x) \Big|_0^{\pi} = 2\pi(\pi + 1).$$

Câu 54: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2 + 2, y = 0, x = 1, x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

B. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$

C. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$

D. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx$

Lời giải

Chọn B



Ta có: $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx$.

Câu 55: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=1$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là $3x$ và $\sqrt{3x^2 - 2}$.

A. $V = \frac{124}{3}$

B. $V = (32 + 2\sqrt{15})\pi$

C. $V = 32 + 2\sqrt{15}$

D. $V = \frac{124\pi}{3}$

Lời giải

Chọn A

Diện tích thiết diện là: $S(x) = 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2}$

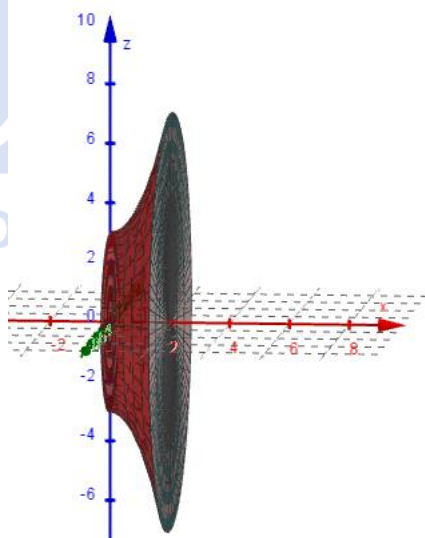
$\Rightarrow$ Thể tích vật thể là: $V = \int_1^3 3x \cdot \sqrt{3x^2 - 2} dx = \frac{124}{3}$

Câu 56: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. **B.** $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$.

Lời giải



Thể tích của vật thể được tạo nên là $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 57: Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$, xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

B. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

C. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$

D. $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$

Lời giải



Công thức tính: $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Câu 58: Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ quanh trục hoành bằng

- A.** $\frac{16\pi}{15}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{8\pi}{15}$.

Lời giải

Ta có $V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \pi \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3} \right) = \frac{8\pi}{15}$.

Câu 59: Cho miền phẳng (D) giới hạn bởi $y = \sqrt{x}$, hai đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ và trục hoành. Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (D) quanh trục hoành.

- A.** 3π . **B.** $\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{2\pi}{3}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_1^2 x dx = \frac{\pi x^2}{2} \Big|_1^2 = \frac{3\pi}{2}.$$

Câu 60: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = 2x - x^2$, $y = 0$. Quay (H) quanh trục hoành tạo thành khối tròn xoay có thể tích là

- A.** $\int_0^2 (2x - x^2) dx$ **B.** $\pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$ **C.** $\int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$ **D.** $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$

Lời giải

Chọn B

Theo công thức ta chọn $V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx$

Câu 61: Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) xác định bởi các đường $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 3$ quanh trục Ox là

- A.** $\frac{81\pi}{35}$. **B.** $\frac{81}{35}$. **C.** $\frac{71\pi}{35}$. **D.** $\frac{71}{35}$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox là :

$$V = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right)^2 dx = \pi \int_0^3 \left(\frac{1}{9}x^6 - \frac{2}{3}x^5 + x^4 \right) dx = \frac{81\pi}{35}.$$

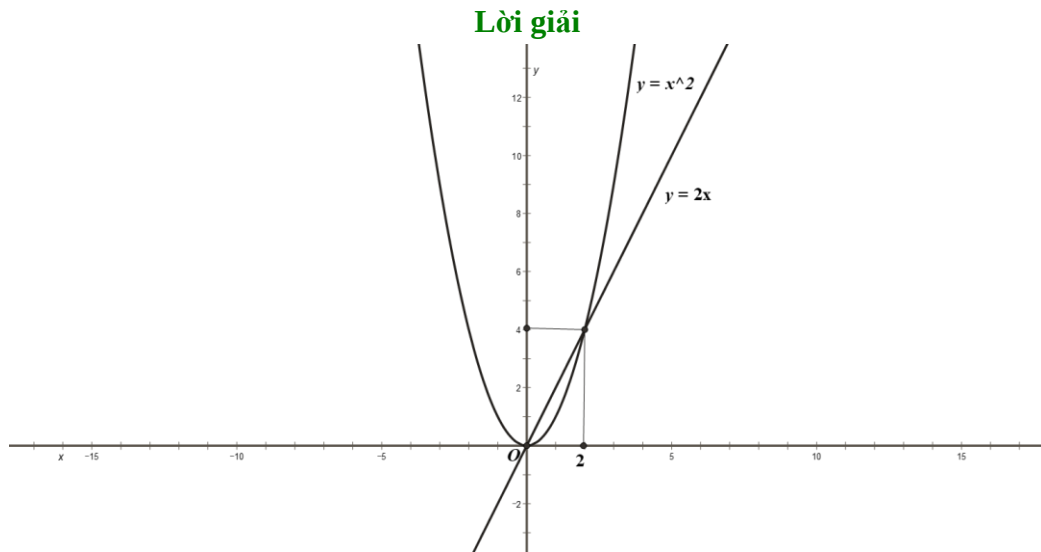
Vậy thể tích khối tròn xoay cần tính là : $V = \frac{81\pi}{35}$.

Câu 62: Thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol: $y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox bằng:

- A.** $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$. **B.** $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$.



C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. D. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.



Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị: $x^2 = 2x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Ta có: $V_{Ox} = \pi \int_0^2 (2x)^2 dx - \pi \int_0^2 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$

Câu 63: Tính thể tích của vật thể tạo nên khi quay quanh trục Ox hình phẳng D giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox bằng:

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. B. $V = \frac{13\pi}{15}$. C. $V = \frac{17\pi}{15}$. D. $V = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và trục Ox :

$$2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Khi đó:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3}x^3 - x^4 + \frac{1}{5}x^5 \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15}\pi .$$

Câu 64: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \tan x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \frac{\pi}{4}$ quay xung quanh trục Ox . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành bằng:

A. 5 B. $\pi \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$ C. $\frac{3\pi}{2}$ D. $\pi \left(\frac{1}{2} + \pi \right)$

Lời giải

Chọn B

$$V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \pi \left(\tan x - x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \pi \left(1 - \frac{\pi}{4} \right)$$

Câu 65: Cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, $y = 0$ và $x = 9$ quay xung quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành.



A. $V = \frac{7}{6}$. **B.** $V = \frac{5\pi}{6}$. **C.** $V = \frac{7\pi}{11}$. **D.** $V = \frac{11\pi}{6}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{x} - 2$ và trục hoành: $\sqrt{x} - 2 = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4.$$

Thể tích của khối tròn xoay tạo thành là:

$$\begin{aligned} V &= \pi \int_4^9 (\sqrt{x} - 2)^2 dx = \pi \int_4^9 (x - 4\sqrt{x} + 4) dx = \pi \left(\frac{x^2}{2} - \frac{8x\sqrt{x}}{3} + 4x \right) \Big|_4^9 \\ &= \pi \left(\frac{81}{2} - 72 + 36 \right) - \pi \left(\frac{16}{2} - \frac{64}{3} + 16 \right) = \frac{11\pi}{6}. \end{aligned}$$

Câu 66: Tính thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình (H) quanh Ox với (H) được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành.

A. $\frac{31\pi}{3}$. **B.** $\frac{32\pi}{3}$. **C.** $\frac{34\pi}{3}$. **D.** $\frac{35\pi}{3}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $4x - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 4$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ và trục hoành

$$\sqrt{4x - x^2} = 0 \Leftrightarrow 4x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là:

$$V = \pi \int_0^4 (\sqrt{4x - x^2})^2 dx = \pi \int_0^4 (4x - x^2) dx = \frac{32}{3} \pi.$$

Vậy thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình (H) quanh Ox là $\frac{32}{3} \pi$.

Câu 67: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $y = 2x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh Ox .

A. $V = \frac{4}{3} \pi$. **B.** $V = \frac{16}{15} \pi$. **C.** $V = \frac{16}{15}$. **D.** $V = \frac{4}{3}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) với trục hoành: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 0 \end{cases}$.

Vậy thể tích khối tròn xoay sinh ra do (H) quay quanh Ox là:

$$V = \pi \int_0^2 (2x - x^2)^2 dx = \pi \int_0^2 (4x^2 - 4x^3 + x^4) dx = \pi \left(\frac{4}{3} x^3 - x^4 + \frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^2 = \frac{16}{15} \pi.$$