



NGUYÊN HÀM – TÍCH PHÂN

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

BÀI. ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN



HỆ THỐNG BÀI TẬP CÂU HỎI 4 MỆNH ĐỀ TRẢ LỜI ĐÚNG/SAI.

PHẦN II: Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hai đường cong $(C): y = -x^3 + 12x$ và $(P): y = -x^2$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) .

a) (P) cắt (C) tại ba điểm phân biệt.

b) $S = \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$.

c) $S = \left| \int_{-3}^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right|$.

d) $S = \frac{937}{12}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng vì phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là

$$-x^3 + 12x = -x^2 \Leftrightarrow x(x^2 - x - 12) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 - x - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x = -3 \end{cases}.$$

b) Sai vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx$.

c) Sai vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \left| \int_{-3}^0 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right| + \left| \int_0^4 (x^3 - x^2 - 12x) dx \right|$.

d) Đúng vì $S = \int_{-3}^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \int_{-3}^0 |x^3 - x^2 - 12x| dx + \int_0^4 |x^3 - x^2 - 12x| dx = \frac{99}{4} + \frac{160}{3} = \frac{937}{12}$.

Câu 2: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 5x + 4$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$.

a) Diện tích $S = \int_0^3 |x^2 - 5x + 4| dx$.

b) Diện tích $S = \int_0^3 (x^2 - 5x + 4) dx$.



$$c) S = \int_0^3 |x^2 - 5x + 4| dx = \int_0^3 (x^2 - 5x + 4) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_0^3.$$

$$d) \text{ Diện tích } S = \frac{31}{6}.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$a) \text{ Đúng: diện tích } S = \int_a^b |f(x)| dx = \int_0^3 |x^2 - 5x + 4| dx.$$

$$b) \text{ Sai: ta có } x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Phương trình có một nghiệm $x = 1$ thuộc $[0; 3]$.

$$x^2 - 5x + 4 \geq 0 \text{ với mọi } x \in [0; 1] \text{ và } x^2 - 5x + 4 \leq 0 \text{ với mọi } x \in [1; 3]$$

$$S = \int_0^3 |x^2 - 5x + 4| dx = \int_0^1 (x^2 - 5x + 4) dx + \int_1^3 -(x^2 - 5x + 4) dx$$

$$c) \text{ Sai: } S = \int_0^1 (x^2 - 5x + 4) dx + \int_1^3 -(x^2 - 5x + 4) dx = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_1^3.$$

$$S = \int_0^3 |x^2 - 5x + 4| dx = \int_0^1 (x^2 - 5x + 4) dx + \int_1^3 -(x^2 - 5x + 4) dx$$

$$d) \text{ Đúng: diện tích } = \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_0^1 - \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_1^3 = \frac{11}{6} - \left(-\frac{10}{3} \right) = \frac{31}{6}.$$

Câu 3: Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi hai đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^2 - 2x - 1$, $y = g(x) = x - 1$ và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$.

$$a) \text{ Diện tích } S = \int_1^4 |x^2 - 3x - 2| dx.$$

$$b) S = \int_0^3 |x^2 - 3x| dx + \int_3^4 |x^2 - 3x| dx.$$

$$c) S = \left| \int_0^3 (x^2 - 3x) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^2 - 3x) dx \right|$$

$$d) \text{ Diện tích } S = \frac{31}{6}.$$

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
--------	--------	---------	---------

$$a) \text{ Sai: diện tích } S = \int_1^4 |x^2 - 2x - 1 - (x - 1)| dx = \int_1^4 |x^2 - 3x| dx.$$

$$b) \text{ Sai: ta có } x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Phương trình có một nghiệm $x = 3$ thuộc $[1; 4]$.

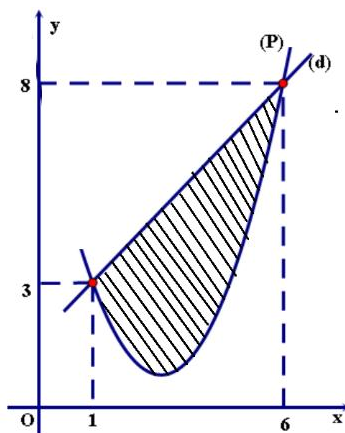
$$S = \int_1^3 |x^2 - 3x| dx + \int_3^4 |x^2 - 3x| dx$$



c) Đúng: $S = \int_1^3 |x^2 - 3x| dx + \int_3^4 |x^2 - 3x| dx = \left| \int_1^3 (x^2 - 3x) dx \right| + \left| \int_3^4 (x^2 - 3x) dx \right|$

d) Đúng: $S = \left| -\frac{10}{3} \right| + \left| \frac{11}{6} \right| = \frac{31}{6}$.

Câu 4: Cho hàm số bậc hai $y = f(x)$ có đồ thị (P) và đường thẳng d cắt (P) tại hai điểm như trong hình bên. Biết rằng hình phẳng giới hạn bởi (P) và d có diện tích $S = \frac{125}{9}$.



a) Phương trình đường thẳng d là $y = x + 2$.

b) $\int_1^6 f'(x) dx = 5$.

c) $S = \int_1^6 [f(x) - (x + 2)] dx$.

d) $\int_1^6 f(x) dx = \frac{745}{18}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
----------------	----------------	---------------	---------------

a) Đúng vì đường thẳng $d: y = ax + b$.

$$d \text{ đi qua hai điểm } (1; 3) \text{ và } (6; 8) \text{ nên } \begin{cases} a + b = 3 \\ 6a + b = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow d: y = x + 2.$$

b) Đúng vì $\int_1^6 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^6 = f(6) - f(1) = 8 - 3 = 5$.

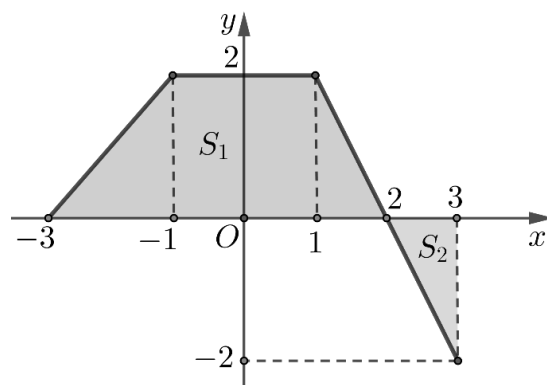
c) Sai vì diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + 2, y = f(x), x = 1, x = 6$ là

$$S = \int_1^6 [(x + 2) - f(x)] dx.$$

d) Sai vì $S = \int_1^6 [(x + 2) - f(x)] dx = \frac{125}{9} \Leftrightarrow \frac{55}{2} - \int_1^6 f(x) dx = \frac{125}{9} \Leftrightarrow \int_1^6 f(x) dx = \frac{245}{18}$.



Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3;3]$ có đồ thị như hình vẽ, Biết rằng $f(x)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = -3, x = 3$ một hình phẳng (H) gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2 .



a) $S_{(H)} = \int_{-3}^3 f(x) dx$

b) $S_2 = \left| \int_2^3 (-2x + 4) dx \right| = 1$

c) $S_1 = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$

d) $S_{(H)} = S_1 - \int_2^3 (-2x + 4) dx$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

Xét hàm số $y = f(x)$, ta có: $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x \in [-3; -1] \\ 2, & x \in [-1; 1] \\ -2x + 4, & x \in [1; 3] \end{cases}$

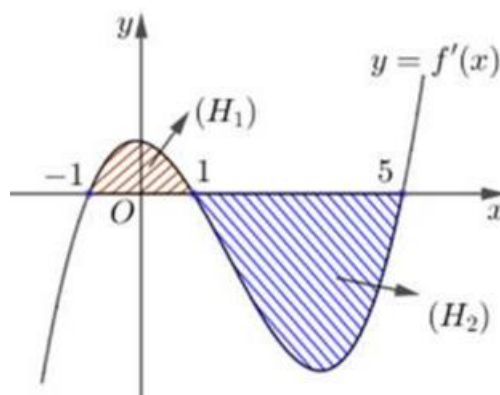
a) Sai: Ta có: $S_{(H)} = \int_{-3}^3 |f(x)| dx$.

b) Đúng: Do $f(x) = -2x + 4 \leq 0, x \in [2; 3]$ nên $S_2 = \int_2^3 |-2x + 4| dx = \left| \int_2^3 (-2x + 4) dx \right| = 1$.

c) Đúng: Dựa vào hình vẽ, ta có: $S_1 = \int_{-3}^2 |f(x)| dx = \int_{-3}^{-1} (x + 3) dx + \int_{-1}^1 2 dx + \int_1^2 (-2x + 4) dx$.

d) Đúng: Ta có: $S_{(H)} = \int_{-3}^3 |f(x)| dx = S_1 + S_2 = S_1 - \int_2^3 (-2x + 4) dx$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết $f(-1) = -\frac{43}{4}$, diện tích hình phẳng $(H_1), (H_2)$ lần lượt bằng 20 và 128.

a) Giá trị của $\int_{-1}^5 f'(x) dx$ bằng 148.



b) Giá trị của $f(5)$ bằng $-\frac{475}{4}$.

c) Giá trị của $f(2)$ bằng -4 .

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = -\frac{3}{2}x^2 + 15x$, trục tung và đường thẳng $x = 5$ bằng $\frac{625}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
--------	---------	---------	---------

a) Sai.

Dựa vào đồ thị ta có: $S_{(H_1)} = 20$ nên $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 20$, $S_{(H_2)} = 128$ nên $\int_1^5 f'(x)dx = -128$. Vậy

$$\int_{-1}^5 f'(x)dx = \int_{-1}^1 f'(x)dx + \int_1^5 f'(x)dx = 20 - 128 = -108.$$

b) Đúng.

$$\int_{-1}^5 f'(x)dx = f(x)\Big|_{-1}^5 = f(5) - f(-1) = -108 \Rightarrow f(5) = -108 + f(-1) = -108 + \left(-\frac{43}{3}\right) = -\frac{475}{3}.$$

c) Đúng.

Xét

$$f'(x) = a(x+1)(x-1)(x-5)$$

$$S_{(H_1)} = \int_{-1}^1 f'(x)dx = \int_{-1}^1 a(x+1)(x-1)(x-5)dx = a \int_{-1}^1 (x+1)(x-1)(x-5)dx = a \cdot \frac{20}{3} = 20 \Rightarrow a = 3.$$

$$\text{Suy ra } f'(x) = 3(x+1)(x-1)(x-5) = 3x^3 - 15x^2 - 3x + 15.$$

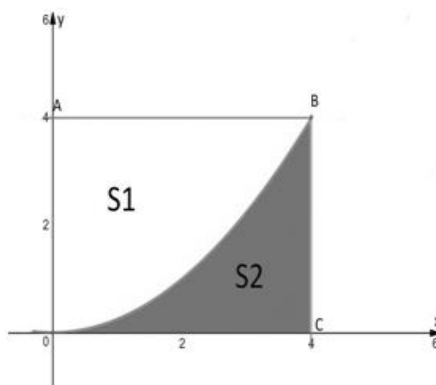
$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^3 - 15x^2 - 3x + 15)dx = \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x + C.$$

$$\text{Mà } f(-1) = -\frac{43}{4} \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x. \text{ Vậy } f(2) = -4.$$

d) Đúng.

$$\text{Ta có: } S = \int_0^5 \left(\frac{3}{4}x^4 - 5x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 15x \right) - \left(-\frac{3}{2}x^2 + 15x \right) dx = \int_0^5 \left| \frac{3}{4}x^4 - 5x^3 \right| dx = \frac{625}{2}.$$

Câu 7: Hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích của phần không bị tô đậm và bị tô đậm như hình vẽ bên



a) Diện tích của hình vuông $OABC$ bằng 4.



b) $S_2 = \frac{1}{4} \int_0^4 x^2 dx$.

c) $S_1 = \frac{32}{3}$.

d) Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng $\frac{3}{2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai.

Diện tích của hình vuông $OABC$ bằng $4.4 = 16$.

b) Đúng

Gọi S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) có phương trình $y = \frac{1}{4}x^2$ và đường

thẳng $x=0; x=4$. Khi đó $S_2 = \frac{1}{4} \int_0^4 x^2 dx$.

c) Đúng

Gọi S_1 là diện tích của phần không bị gạch như hình vẽ.

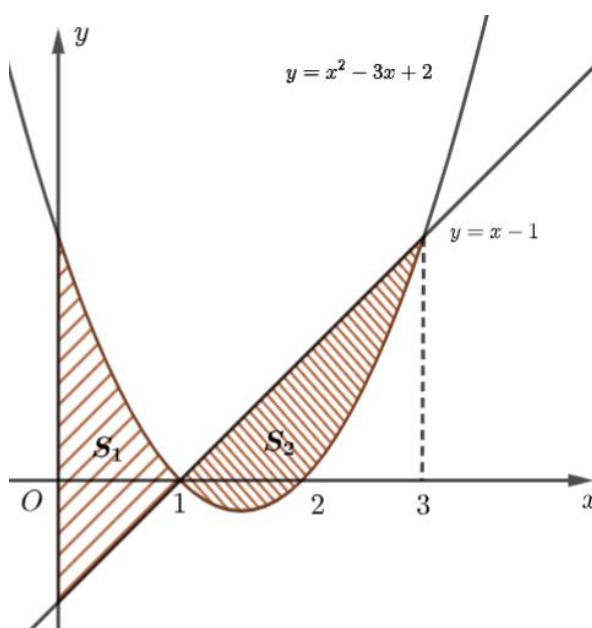
Dựa vào hình vẽ ta có : $S_2 = \int_0^4 \frac{1}{4} x^2 dx = \frac{x^3}{12} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$

Diện tích của hình vuông $OABC$ bằng $4.4 = 16$, khi đó diện tích $S_1 = S_{OABC} - S_2 = 16 - \frac{16}{3} = \frac{32}{3}$.

d) Sai

Ta có : Diện tích $S_1 = \frac{32}{3}$, $S_2 = \frac{16}{3} \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{32}{3}}{\frac{16}{3}} = 2$.

Câu 8: Cho đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ và $S_1; S_2$ là phần diện tích phần được tô như trong hình dưới.





a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ là

$$\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx.$$

b) $S_1 = \frac{4}{3}.$

c) $S_1 = S_2.$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$; $y = x - 1$; $x = 0$; $x = 3$ là

$$\int_0^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = 1.$$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

a) Sai. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$ và $y = x - 1$ là

$$\int_1^3 (x - 1 - (x^2 - 3x + 2)) dx = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx.$$

b) Đúng. $S_1 = \int_0^1 (x^2 - 3x + 2 - (x - 1)) dx = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3} - 2 + 3 = \frac{4}{3}.$

c) Đúng.

$$S_2 = \int_1^3 (x - 1 - (x^2 - 3x + 2)) dx = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = \left(-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right) \Big|_1^3$$

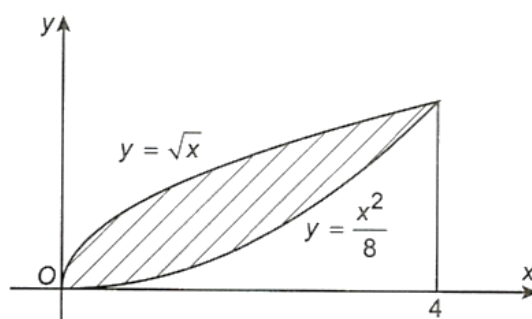
$$= -9 + 18 - 9 - \left(-\frac{1}{3} + 2 - 3 \right) = \frac{4}{3}$$

Vậy $S_1 = S_2.$

d) Sai. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$; $y = x - 1$; $x = 0$; $x = 3$

$$\text{là } \int_0^3 |-x^2 + 4x - 3| dx = S_1 + S_2 = \frac{8}{3}.$$

Câu 9: Xét hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = \frac{x^2}{8}$, $x = 0$, $x = 4$.



a) Diện tích hình phẳng là $\frac{8}{3}.$

b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$ quanh trục Ox là $V_1 = 8\pi$



- c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{8}, y = 0, x = 0, x = 2$ quanh trục Ox là $V_2 = \frac{16\pi}{5}$
- d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng xung quanh trục Ox là $V = \frac{24\pi}{5}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

- a) Nhận xét: Đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{8}$ so với trục hoành, với $x \in [0; 4]$.

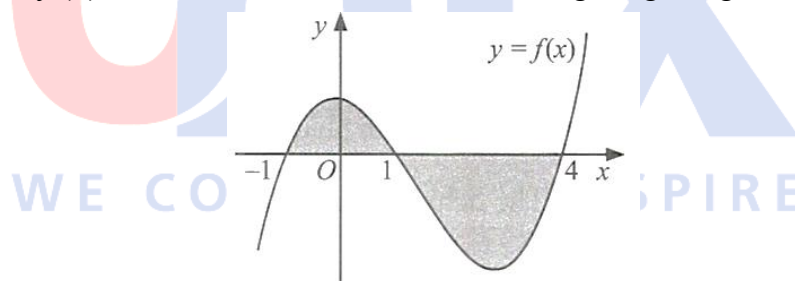
Diện tích cần tính là $S = \int_0^4 \left| \sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right| dx = \int_0^4 \left(\sqrt{x} - \frac{x^2}{8} \right) dx = \left(\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} - \frac{x^3}{24} \right) \Big|_0^4 = \frac{8}{3}$.

- b) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 4$ quanh trục Ox là $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$

- c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{8}, y = 0, x = 0, x = 2$ quanh trục Ox là $V_2 = \pi \int_0^4 \left(\frac{x^2}{8} \right)^2 dx = \pi \int_0^4 \frac{x^4}{64} dx = \pi \frac{x^5}{320} \Big|_0^4 = \frac{16\pi}{5}$

- d) Thể tích cần tính là $V = V_1 - V_2 = \frac{24\pi}{5}$

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây.



Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1, x = 4$.

- a) Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx$.
- b) Diện tích S của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.
- c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(1) > F(-1) > F(4)$.
- d) Thể tích vật thể được tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \int_{-1}^4 [f(x)]^2 dx$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

- a) Đúng.
b) Sai.



$$S = \int_{-1}^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x)| dx + \int_1^4 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx.$$

c) Đúng.

Nhận xét "diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=1, x=4$ " lớn hơn "diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=-1, x=1$ ".

Do đó $\int_1^4 |f(x)| dx > \int_{-1}^1 |f(x)| dx$, suy ra

$$|F(x)|_1^4 > |F(x)|_{-1}^1, \text{ suy ra } F(1) - F(4) > F(1) - F(-1), \text{ suy ra } F(-1) > F(4).$$

Mà $F(x)$ đồng biến trên $(-1; 1)$, nghịch biến trên $(1; 4)$, do đó $F(1) > F(-1)$.

Từ và suy ra $F(1) > F(-1) > F(4)$.

d) Sai.

$$V = \pi \int_{-1}^1 [f(x)]^2 dx + \pi \int_1^4 [f(x)]^2 dx = \pi \int_{-1}^4 [f(x)]^2 dx$$

Câu 11: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x) = 2e^{-x}$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x=1$.

a) $\int f(x) dx = 2e^{-x} + C$.

b) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{e-2}{e}$.

c) Diện tích của hình phẳng (H) bằng $2 - \frac{2}{e}$.

d) Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành bằng $2\pi - \frac{2}{e^2}$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai.

$$\int f(x) dx = \int 2e^{-x} dx = 2 \int \left(\frac{1}{e}\right)^x dx = 2 \frac{\left(\frac{1}{e}\right)^x}{\ln \frac{1}{e}} + C = -2e^{-x} + C.$$

b) Sai.

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 2e^{-x} dx = \left(-2e^{-x}\right)_0^1 = -\frac{2}{e} + 2 = \frac{2e-2}{e}.$$

c) Đúng.

$$S = \int_0^1 |f(x)| dx = \int_0^1 2e^{-x} dx = \left(-2e^{-x}\right)_0^1 = 2 - \frac{2}{e}.$$

d) Sai.

$$V = \pi \int_0^1 f^2(x) dx = \pi \int_0^1 4e^{-2x} dx = 4\pi \left(\frac{e^{-2x}}{\ln e^{-2}}\right)_0^1 = \pi \left(2 - \frac{2}{e^2}\right).$$

Câu 12: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2$ và trục hoành.

a) Hàm số $y = f(x)$ và trục hoành có đúng hai điểm chung phân biệt.



b) $\int f(x)dx = \frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{3} + C.$

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{9}{2}.$

d) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng 2,3.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng.

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $Ox: y = 0$ là số nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{3}x^3 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \left(\frac{1}{3}x - 1 \right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

b) Đúng.

$$\int f(x)dx = \int \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) dx = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + C.$$

c) Sai.

Hoàn độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành $Ox: y = 0$ là $x = 0; x = 3.$

Vậy hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 3$ sẽ có diện tích là:

$$S = \int_0^3 |f(x)| dx = \left(\frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^3 = \frac{9}{4}$$

d) Sai.

Khối tròn xoay khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có nghĩa là khối tròn xoay sinh được khi quay $y = f(x)$ quanh trục hoành và bị giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0, x = 3.$

$$\text{Vậy thể tích khối tròn xoay đó là: } \pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^3 \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]^2 dx = \frac{81}{35} \pi \approx 7,3$$

Câu 13: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2.$

a) Công thức tính diện tích hình phẳng (H) là: $S_{(H)} = \int_0^2 (x^2 + 3) dx.$

b) Diện tích hình phẳng (H) bằng $\frac{26}{3}.$

c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox là: $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

d) Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox bằng $\frac{202}{5}.$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng. Công thức tính diện tích hình phẳng (H) là: $S_{(H)} = \int_0^2 (x^2 + 3) dx.$



b) Đúng. Diện tích hình phẳng (H) là $S_{(H)} = \int_0^2 (x^2 + 3) dx = \frac{26}{3}$.

c) Sai. Công thức tính thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

d) Đúng. Thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx = \frac{202\pi}{5}$

Câu 14: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x) = \sqrt{e^x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.

a) $\int f^2(x) dx = e^x + C$.

b) $\int f(x) dx = \sqrt{e^x} + C$.

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $S = \sqrt{e} - 1$.

d) Thể tích V của khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox bằng 1,72.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) Đúng. $\int f^2(x) dx = \int e^x dx = e^x + C$.

b) Sai. $\int f(x) dx = \int (\sqrt{e})^x dx = \frac{(\sqrt{e})^x}{\ln \sqrt{e}} = 2\sqrt{e^x} + C$.

c) Sai. $S = \int_0^1 \sqrt{e^x} dx = 2\sqrt{e} - 2$.

d) Sai. $V = \pi \int_0^1 e^x dx = \pi(e - 1) \approx 5,40$

Câu 15: Cho $f(x) = 2x - \sin x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

a) Cho $G(x) = F(x) + C$, với C là hằng số, thì $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

b) $\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C$, với C là hằng số.

c) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{9} - \frac{1}{2}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 2x - \sin x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ bằng $\int_{-1}^2 (2x - \sin x) dx$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng. Ta có: $G'(x) = (F(x) + C)' = F'(x) = f(x)$.

Do đó: $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

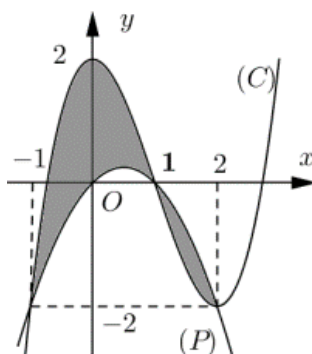
b) Sai. $\int f(x) dx = \int (2x - \sin x) dx = x^2 + \cos x + C$.



c) **Đúng.** Ta có: $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \left[x^2 + \cos x \right]_0^{\frac{\pi}{3}} = \frac{\pi^2}{9} - \frac{1}{2}.$

d) **Sai.** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = 2x - \sin x$ trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ bằng $\int_{-1}^2 |2x - \sin x| dx.$

Câu 16: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và đồ thị parabol (P) của hàm đa thức bậc hai $y = mx^2 + nx + p$ có trục đối xứng vuông góc với trục hoành.



a) Hàm số bậc ba là $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

b) Hàm số bậc hai là $y = -x^2 + x.$

c) Diện tích phần **tô đậm** là $S = \int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx.$

d) Phần **tô đậm** của hình vẽ có diện tích bằng $\frac{37}{12}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

Gọi hàm số bậc ba là $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c.$

Đồ thị (C) đi qua các điểm $(1;0), (2;-2)$ và đạt cực trị tại $x=0; x=2$ nên ta có hệ sau :

$$\begin{cases} 0 = a + b + c + d \\ -2 = 8a + 4b + 2c + d \\ 0 = c \\ 0 = 12a + 4b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 0 \\ d = 2 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số bậc ba là $y = x^3 - 3x^2 + 2.$

Gọi hàm bậc hai là $y = mx^2 + nx + p.$ Đồ thị (P) đi qua các điểm $(1;0), (2;-2), (-1;-2)$ nên ta có hệ sau :

$$\begin{cases} 0 = m + n + p \\ -2 = 4m + 2n + p \\ -2 = m - n + p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = 1 \\ p = 0 \end{cases}.$$

Suy ra hàm số bậc hai là $y = -x^2 + x.$



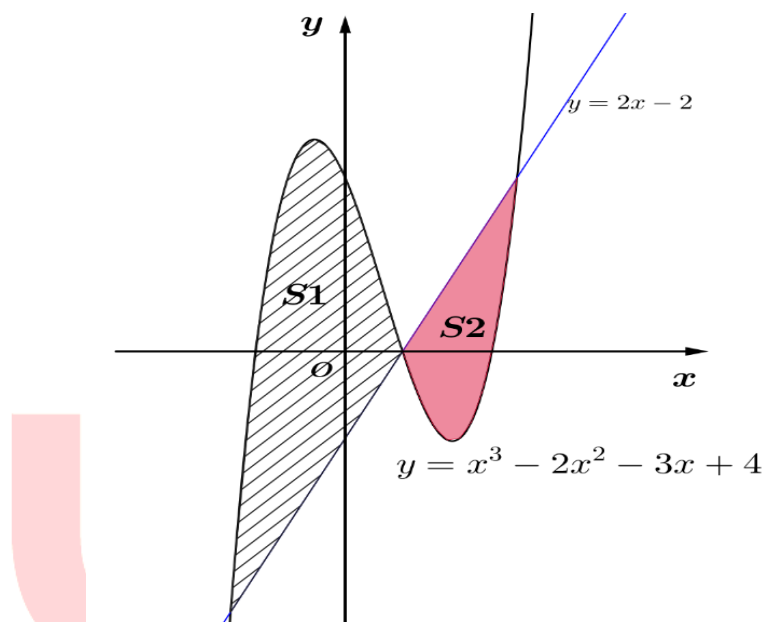
Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (P) là :

$$x^3 - 3x^2 + 2 = -x^2 + x \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Vậy diện tích phần tô đậm là : $S = \int_{-1}^2 \left| (x^3 - 2x^2 - x + 2) \right| dx$.

$$S = \left| \int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| + \left| \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx \right| = \frac{8}{3} + \frac{5}{12} = \frac{37}{12}.$$

Câu 17: Cho đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 - 3x + 4$ có đồ thị (C) và đường thẳng (d): $y = 2x - 2$.



a) Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2; -6), B(1; 0), C(3; 4)$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành, đường thẳng $x = -1; x = 2$ bằng $\frac{21}{4}$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng d bằng $\frac{253}{12}$.

d) Biết đường thẳng d cắt đồ thị (C) thành hai miền S_1 và S_2 . Khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2} = \frac{63}{16}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng: Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - 2x^2 - 3x + 4 = 2x - 2 \Leftrightarrow x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \Rightarrow y = -6 \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \\ x = 3 \Rightarrow y = 4 \end{cases}.$$

Vậy đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại ba điểm $A(-2; -6), B(1; 0), C(3; 4)$.

b) Sai: Diện tích cần tính là: $S = \int_{-1}^2 |x^3 - 2x^2 - 3x + 4| dx = \frac{97}{12}$.

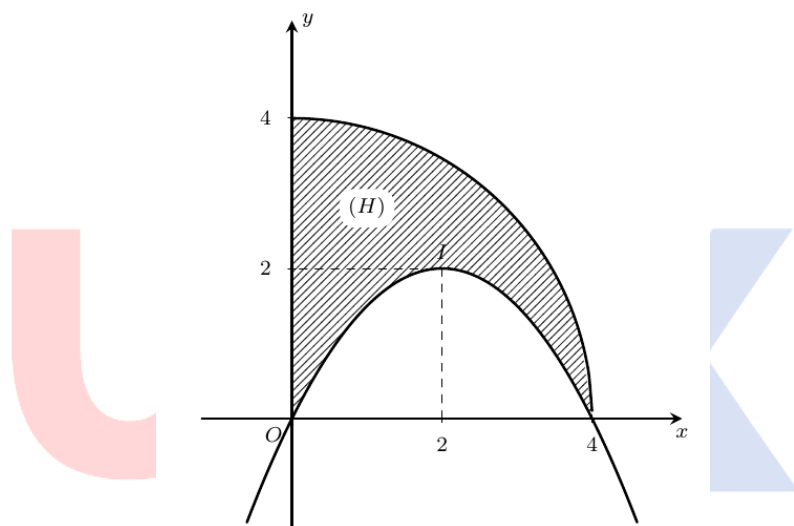


c) Đúng: Ta có $(S): \begin{cases} y = f(x) = x^3 - 2x^2 - 3x + 4 \\ y = g(x) = 2x - 2 \\ x = -2 \\ x = 3 \end{cases} \Rightarrow f(x) - g(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6.$

Diện tích $S = S_1 + S_2 = \int_{-2}^1 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx + \int_1^3 |x^3 - 2x^2 - 5x + 6| dx = \frac{63}{4} + \frac{16}{3} = \frac{253}{12}.$

d) Sai: Ta có $\frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{63}{4}}{\frac{16}{3}} = \frac{189}{64}.$

Câu 18: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn của đường tròn tâm $O(0;0)$ và bán kính bằng 4, parabol (P) có tọa độ đỉnh $I(2;2)$ và đi qua gốc tọa độ O , các đường thẳng $x=0$, $x=4$ như hình vẽ bên



a) Đường tròn có phương trình là $x^2 + y^2 = 4.$

b) Parabol có phương trình là $y = f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x.$

c) Diện tích hình phẳng (H) bằng $16\left(\pi - \frac{1}{3}\right).$

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) , trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=4$ bằng $\frac{8}{3}.$

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=4$ có phương trình là $x^2 + y^2 = 4^2.$

Chọn SAI.

b) Gọi phương trình của parabol $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Vì parabol đi qua các điểm $(0;0)$, $(4;0)$ và có đỉnh $I(2;2)$ nên ta có hệ phương trình



$$\begin{cases} c = 0 \\ -\frac{b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \\ c = 0 \end{cases}.$$

Suy ra phương trình của parabol là: $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$.

Chọn ĐÚNG.

c) Diện tích hình phẳng (H) là

$$S_H = \int_0^4 \left[\sqrt{16-x^2} - (-0,5x^2 + 2x) \right] dx \approx 7,23.$$

Chọn SAI.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P), trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = 4$ là

$$S_P = \int_0^4 (-0,5x^2 + 2x) dx = \frac{16}{3}.$$

Chọn SAI.

Câu 19: (TNTHPT-2025-MĐ-0101) Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày ($t \geq 0$) kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k \cdot y(t)$ ($t \geq 0$), trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày); $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}$ ($t \geq 0$).

a) $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.

b) $k = \frac{\ln 2}{6}$.

c) $C = 2 \ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 25$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn 0,25 mg/lít.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

$$y'(t) = k \cdot y(t) \Rightarrow \frac{y'(t)}{y(t)} = k \Rightarrow \int \frac{y'(t)}{y(t)} dt = \int k dt \Rightarrow \ln[y(t)] = kt + C \quad (\text{vì } y(t) > 0)$$

Nên $y(t) = e^{kt+C}$ nên $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.

b) Sai

Ta có: $y(6) = 2 \Rightarrow e^{6k+C} = 2 \Rightarrow 6k + C = \ln 2$ (1); $y(12) = 1 \Rightarrow e^{12k+C} = 1 \Rightarrow 12k + C = 0$ (2)

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \begin{cases} C = 2 \ln 2 \\ k = -\frac{\ln 2}{6} \end{cases}$$



c) Đúng

d) Sai

$$y(25) \approx 0,223 < 0,25 \text{ (mg/lít)}.$$

Câu 20: (TNTHPT-2025-MĐ-0102) Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày ($t \geq 0$) kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k \cdot y(t), (t \geq 0)$, trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày); $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}, (t \geq 0)$.

a) $g(t) = kt + C (t \geq 0)$ với C là một hằng số xác định.

b) $k = -\frac{\ln 2}{6}$.

c) $C = 3 \ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 20$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn 0,4 mg/lít.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng

Vì $y(t) > 0$ và $y'(t) = k \cdot y(t) \Leftrightarrow \frac{y'(t)}{y(t)} = k \Rightarrow \ln y(t) = kt + C \Leftrightarrow y(t) = e^{kt+C} \quad (1)$.

Ta có: $y(t) = e^{g(t)}, (t \geq 0)$, kết hợp với (1) suy ra $g(t) = kt + C (t \geq 0)$ với C là một hằng số xác định.

b) Đúng

Ta có: $y(t) = e^{g(t)}, (t \geq 0)$ suy ra:
$$\begin{cases} y(6) = e^{g(6)} = 2 \Leftrightarrow g(6) = \ln 2 \\ y(12) = e^{g(12)} = 1 \Leftrightarrow g(12) = 0 \end{cases}$$

Ta lại có: $g(t) = kt + C (t \geq 0)$ suy ra:
$$\begin{cases} g(6) = 6k + C = \ln 2 \\ g(12) = 12k + C = 0 \end{cases} \Rightarrow -6k = \ln 2 \Leftrightarrow k = -\frac{\ln 2}{6}.$$

c) Sai

Ta có: $g(12) = -\frac{\ln 2}{6} \cdot 12 + C = 0 \Rightarrow C = 2 \ln 2$.

d) Sai

$$y(20) = e^{g(20)} = e^{-\frac{\ln 2}{6} \cdot 20 + 2 \ln 2} \approx 0,3968 < 0,4.$$

Câu 21: (TNTHPT-2025-MĐ-0103) Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng nước tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày ($t \geq 0$) kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k \cdot y(t) (t \geq 0)$, trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng



độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày); $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}$ ($t \geq 0$).

a) $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.

b) $k = -\frac{\ln 2}{3}$.

c) $C = 4\ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 28$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc nhỏ hơn 0,2 mg/lít.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

$$y'(t) = k \cdot y(t) (t \geq 0) \Rightarrow k = \frac{y'(t)}{y(t)} \Rightarrow \int \frac{y'(t)}{y(t)} dt = \int k dt$$

Do đó $\ln y(t) = kt + C \Rightarrow y(t) = e^{kt+C}$

a) **Đúng**

vì $y(t) = e^{kt+C}$

b) **Sai**

$$y(6) = e^{6k+C} = 2 \Rightarrow 6k + C = \ln 2$$

$$y(12) = e^{12k+C} = 1 \Rightarrow 12k + C = 0$$

Ta có hệ $\begin{cases} 6k + C = \ln 2 \\ 12k + C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{\ln 2}{6} \\ C = 2\ln 2 \end{cases}$

c) **Sai**

$$C = 2\ln 2$$

d) **Đúng**

Khi đó $y(t) = e^{-\frac{\ln 2}{6}t + 2\ln 2} \Rightarrow y(28) = e^{-\frac{\ln 2}{6} \cdot 28 + 2\ln 2} \approx 0,157 < 0,2$

Câu 22: (TNTHPT-2025-MĐ-0104) Đối với ngành nuôi trồng thủy sản, việc kiểm soát lượng thuốc tồn dư trong nước là một nhiệm vụ quan trọng nhằm đáp ứng các tiêu chuẩn an toàn về môi trường. Khi nghiên cứu một loại thuốc trị bệnh trong nuôi trồng thủy sản, người ta sử dụng thuốc đó một lần và theo dõi nồng độ thuốc tồn dư trong nước kể từ lúc sử dụng thuốc. Kết quả cho thấy nồng độ thuốc $y(t)$ (đơn vị: mg/lít) tồn dư trong nước tại thời điểm t ngày ($t \geq 0$) kể từ lúc sử dụng thuốc, thỏa mãn $y(t) > 0$ và $y'(t) = k \cdot y(t)$ ($t \geq 0$), trong đó k là hằng số khác không. Đo nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại các thời điểm $t = 6$ (ngày); $t = 12$ (ngày) nhận được kết quả lần lượt là 2 mg/lít; 1 mg/lít. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}$ ($t \geq 0$).

a) $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.

b) $k = -\frac{\ln 2}{6}$.

c) $C = 4\ln 2$.

d) Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 21$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc lớn hơn 0,4 mg/lít.

Lời giải

a) **Đúng**



$$y(t) = e^{g(t)} \Rightarrow y'(t) = e^{g(t)} \cdot g'(t) = g'(t) \cdot y(t)$$

Mà $y'(t) = k \cdot y(t)$ nên suy ra $g'(t) = k$.

Do đó $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.

b) Đúng. Ta có:
$$\begin{cases} y(6) = 2 \\ y(12) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{g(6)} = 2 \\ e^{g(12)} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g(6) = \ln 2 \\ g(12) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6k + C = \ln 2 \\ 12k + C = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{\ln 2}{6} \\ C = 2 \ln 2 \end{cases}$$

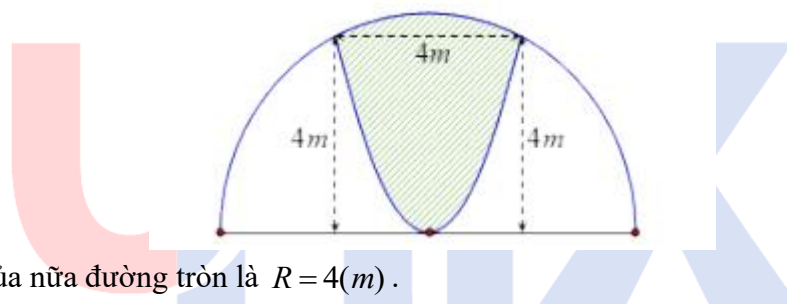
c) Sai. Theo câu b)

d) Sai. Ta có: $y(t) = e^{g(t)} = e^{-\frac{\ln 2}{6}t + 2 \ln 2}$

Nồng độ thuốc tồn dư trong nước tại thời điểm $t = 21$ (ngày) kể từ lúc sử dụng thuốc là:

$$y(21) = e^{-\frac{\ln 2}{6} \cdot 21 + 2 \ln 2} \approx 0,35 < 0,4.$$

Câu 23: Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn và cách nhau một khoảng bằng $4(m)$. Phần còn lại của khuôn viên dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng / m^2 và 100.000 đồng / m^2 .



a) Bán kính của nửa đường tròn là $R = 4(m)$.

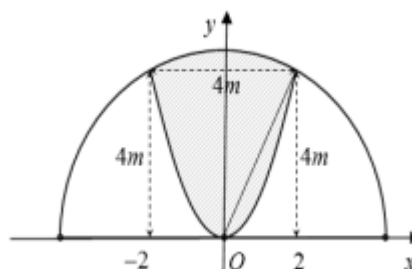
b) Diện tích của khuôn viên hình tròn được xác định bởi $S = \int_{-2}^2 \sqrt{20 - x^2} dx$.

c) Gọi S_1 là diện tích phần trồng hoa, khi đó $S_1 = 11,94 m^2$.

d) Số tiền cần dùng để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên là 3.738.574 đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------------	---------------	----------------	----------------



a) Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là $R = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$, suy ra mệnh đề sai

b) Phương trình của nửa đường tròn (C) là: $x^2 + y^2 = 20, y \geq 0 \Rightarrow y = \sqrt{20 - x^2}$.

Do đó $S = \int_{-2\sqrt{5}}^{2\sqrt{5}} \sqrt{20 - x^2} dx$, suy ra mệnh đề sai



c) Parabol (P) có đỉnh $O(0;0)$ và đi qua điểm $(2;4)$ nên có phương trình: $y = x^2$.

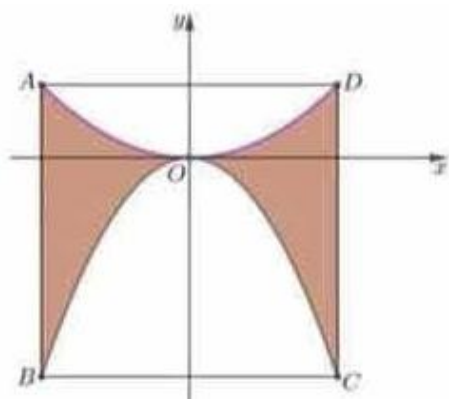
$$S_1 = \int_{-2}^2 \left[\sqrt{20-x^2} - x^2 \right] dx \approx 11,94 (m^2), \text{ suy ra mệnh đề đúng}$$

d) Gọi S_2 là diện tích phần không tô màu là: $S_2 = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (2\sqrt{5})^2 - S_1 \approx 10\pi - 11,94 (m^2)$.

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:

$$150000 \cdot 11,94 + 100000 \cdot (10\pi - 11,94) \approx 3.738.593 \text{ suy ra mệnh đề đúng.}$$

Câu 24: Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình. Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng $4cm$, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O . Với hệ trục tọa độ Oxy thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 một triệu đồng/ $1cm^2$, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/ $1cm^2$, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = \frac{1}{16}x^2$.

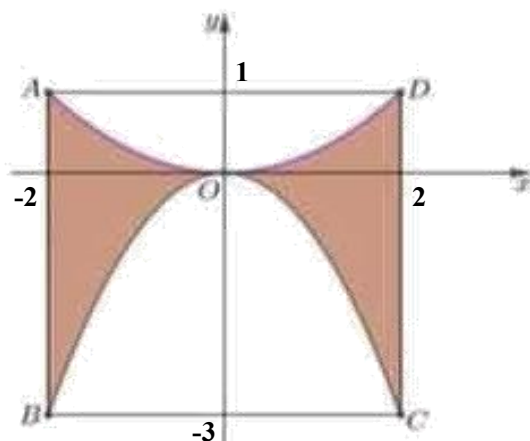
b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = -\frac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5cm^2$.

d) Chi sản xuất 1 chiếc huy hiệu trên nhỏ hơn 9. triệu đồng.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------



a, Sai

Gọi Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y = ax^2$.



Vì Parabol đi qua điểm $A(-2;1)$ nên ta có: $1 = a(-2)^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{4}x^2$

b, Đúng

Gọi Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y = a'x^2$.

Vì Parabol đi qua điểm $C(2;-3)$ nên ta có: $-3 = a'.2^2 \Leftrightarrow a' = \frac{-3}{4} \Rightarrow y = \frac{-3}{4}x^2$

c, Sai

Diện tích phần tô đậm chứa đường cong BOC

$$S_1 = \int_{-2}^0 \frac{3}{4}x^2 dx + \int_0^2 \frac{3}{4}x^2 dx = 4(cm^2).$$

d, Sai

Diện tích phần tô đậm chứa đường cong AOD

$$S_2 = \int_{-2}^0 \frac{1}{4}x^2 dx + \int_0^2 \frac{1}{4}x^2 dx = \frac{10}{3}(cm^2).$$

Diện tích hình vuông $ABCD$

$$S_{hv} = 4.4 = 16(cm^2).$$

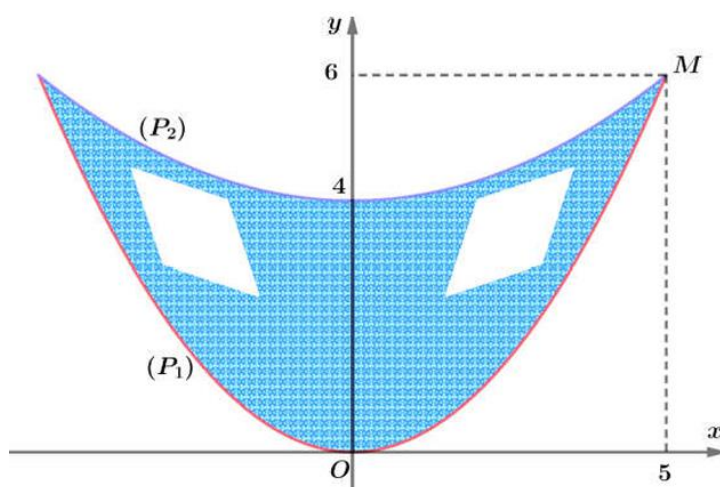
Diện tích phần không tô đậm

$$S_k = 16 - \left(\frac{10}{3} + 4\right) = \frac{26}{3}(cm^2).$$

Tổng chi phí để làm chiếc huy hiệu

$$T = 1000000 \cdot \frac{22}{3} + 300000 \cdot \frac{26}{3} \approx 9.933.000(cm^2).$$

Câu 25: Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy , là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0;4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5;6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt.



a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: $16cm^2$.

b) Phương trình của parabol $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$.



c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2) là: $\frac{40}{3}$.

d) Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là 224cm^2 .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Diện tích hai hình thoi bằng $2 \cdot \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 2 \cdot 8 = 16 \text{ cm}^2$.

b) Đúng

Gọi $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Vì trục Oy làm trục đối xứng nên $x = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$.

Vì $O(0;0); M(5;6) \in (P_1)$ nên $\begin{cases} c = 0 \\ 6 = a \cdot 5^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = \frac{6}{25} \end{cases}$

Do đó $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$.

Gọi $(P_2): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), tương tự $b = 0$

Vì $(0;4); M(5;6) \in (P_2)$ nên $\begin{cases} 4 = 0 + c \\ 6 = a \cdot 5^2 + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = \frac{2}{25} \end{cases}$

Vậy $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$

c) Sai.

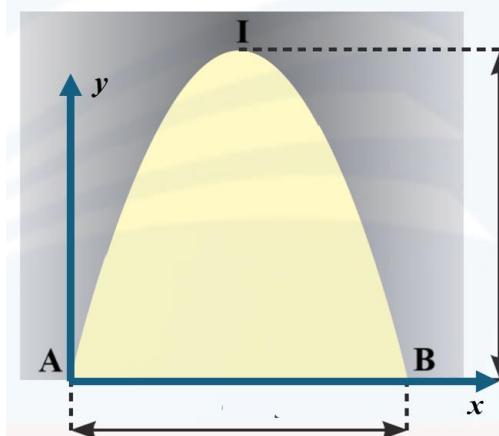
Vì mặt nạ đối xứng qua Oy và mỗi đơn vị trên trục là 3cm nên ta có:

$$S = 9 \cdot 2 \cdot \int_0^5 \left(\frac{6}{25}x^2 - \left(\frac{2}{25}x^2 + 4 \right) \right) dx = 240.$$

d) Đúng.

Diện tích giấy là $240 - 16 = 224 \text{ cm}^2$.

Câu 26: Mặt cắt của một cửa hầm có dạng là hình phẳng giới hạn bởi một parabol và đường thẳng nằm ngang như hình dưới đây. Biết khoảng cách giữa hai chân hầm 38m và chiều cao của hầm là 4m .





Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với chân hàm thứ nhất A là gốc tọa độ, chân hàm thứ hai ở vị trí B .

a) $A(0;0)$, $B(38;0)$.

b) $I(19;4)$.

c) Parabol có phương trình $y = -\frac{4}{361}x^2 + \frac{7}{19}x - 2$.

d) Diện tích cửa hầm bằng $\frac{304}{3}(m^2)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ khi đó ta có: $A(0;0)$, $B(38;0)$.

b) Đúng

$I(19;4)$.

c) Sai

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ khi đó ta có

Nên parabol có phương trình dạng $y = a(x-19)^2 + 4$.

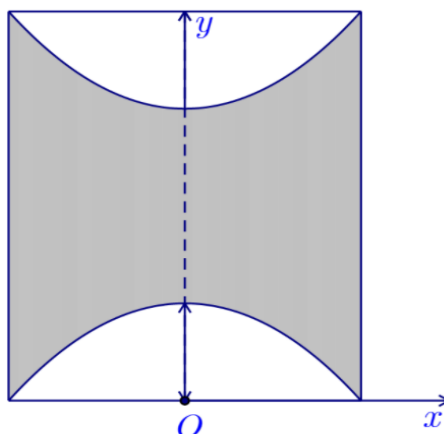
Do (P) đi qua $A(0,0)$ nên ta có $0 = a(0-19)^2 + 4 \Rightarrow a = -\frac{4}{361}$

Nên phương trình parabol là: $y = -\frac{4}{361}x^2 + \frac{8}{19}x$.

d) Đúng

Diện tích của hầm bằng $S = \int_0^{38} \left| -\frac{4}{361}x^2 + \frac{8}{19}x \right| dx = \frac{304}{3}(m^2)$

Câu 27: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng $68(m)$ và chiều dài $94(m)$. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng $36(m)$. Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ dưới đây:



a) Diện tích khu sinh hoạt cộng đồng hình chữ nhật là $6392(m^2)$.

b) Phương trình của parabol của mảnh đất trồng hoa là $y = -\frac{143}{4624}x^2 + 36$.

c) Phần diện tích trồng hoa là $3216(m^2)$.



d) Diện tích của phần sân chơi là $3128(m^2)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng

Diện tích của hình chữ nhật là: $S = 68.94 = 6392(m^2)$

b) Sai

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.

Phương trình parabol (P) bên dưới có dạng: $y = ax^2 + b, a \neq 0$ (vì đỉnh parabol thuộc trục tung).

$$\text{Ta có } \begin{cases} y(0) = 36 \\ y(34) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 36 \\ a \cdot 34^2 + b = 0 \end{cases}$$

Giải phương trình, ta tìm được $a = -\frac{9}{289}, b = 36$.

Phương trình Parabol (P) dưới là $y = -\frac{9}{289}x^2 + 36$.

c) Sai

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và trục hoành.

$$\text{Diện tích của phần trồng hoa bằng } S_1 = 2 \int_0^{34} \left| -\frac{9}{289}x^2 + 36 \right| dx = 1632m^2.$$

d) Đúng

Diện tích của phần sân chơi là: $S_2 = 6392 - 2 \cdot 1632 = 3128(m^2)$.

Câu 28: Các nhà kinh tế sử dụng đường cong Lorenz để minh họa sự phân phối thu nhập trong một quốc gia. Gọi x là đại diện cho phần trăm số gia đình trong một quốc gia và y là phần trăm tổng thu nhập, mô hình $y = x$ sẽ đại diện cho một quốc gia mà các gia đình có thu nhập như nhau. Đường cong Lorenz $y = f(x)$, biểu thị sự phân phối thu nhập thực tế. Diện tích giữa hai mô hình này, với $0 \leq x \leq 100$, biểu thị “sự bất bình đẳng về thu nhập” của một quốc gia. Năm 2005, đường cong Lorenz của Hoa Kỳ có thể được mô hình hóa bởi hàm số

$$y = (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2, 0 \leq x \leq 100,$$

Trong đó x được tính từ các gia đình nghèo nhất đến giàu có nhất

Theo R.Larson, Brief Calculus: An Applied Approach, 8th edition, Cengage Learning, 2009

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tính theo thứ tự từ các gia đình nghèo nhất đến giàu nhất, tổng thu nhập thực tế của 60% các gia đình đầu tiên chiếm chưa đến 30% so với tổng thu nhập của toàn bộ các gia đình.

b) Nếu sắp xếp các gia đình theo thứ tự từ nghèo nhất đến giàu nhất, rồi chia thành 10 nhóm bằng nhau từ 1 đến 10, tổng thu nhập của các gia đình trong nhóm 3 chiếm khoảng 8,56% tổng thu nhập của toàn bộ các gia đình.

c) Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 được xác định bởi công thức:

$$\int_0^{100} \left[x - (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 \right] dx$$

d) Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 đã vượt quá 2000.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------



a) Đúng: Tính theo thứ tự từ các gia đình nghèo nhất đến giàu nhất, tổng thu nhập của 60% các gia đình của đầu tiên chiếm tỷ lệ trong tổng thu nhập là: $f(60) = 27,321529(\%)$.

b) Sai: Nếu sắp xếp các gia đình theo thứ tự từ nghèo nhất đến giàu nhất, rồi chia thành 10 nhóm bằng nhau từ 1 đến 10, tổng thu nhập của các gia đình trong nhóm 3 chiếm khoảng 8,56% tổng thu nhập của toàn bộ các gia đình.

Nếu sắp xếp các gia đình theo thứ tự từ nghèo đến giàu, rồi chia thành 10 nhóm bằng nhau, mỗi nhóm chiếm 10% số gia đình của Hoa Kỳ.

Tổng thu nhập của 30% số gia đình chiếm tỷ lệ trong tổng thu nhập của tất cả các gia đình là: $f(30) = 8,561476(\%)$.

Tổng thu nhập của 20% số gia đình chiếm tỷ lệ trong tổng thu nhập của tất cả các gia đình là: $f(20) = 5,774409(\%)$.

$\Rightarrow$ Tỷ lệ của tổng thu nhập các gia đình nhóm thứ 3 so với toàn bộ các gia đình là:

$$f(30) - f(20) = 2,787067(\%).$$

c) Sai: Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 được xác định bởi công thức:

$$\int_0^{100} \left[x - (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 \right] dx.$$

Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kỳ vào năm 2005 là diện tích hình phẳng S giới hạn bởi hai đồ thị:

$$\begin{cases} y = x \\ y = (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 \end{cases} \Rightarrow S = \int_0^{100} \left| (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 - x \right| dx.$$

Cách 1:

Sử dụng máy tính cầm tay, ta thấy phương trình $(0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 - x = 0$ có hai nghiệm $x = a; x = b$ ($a < b$) thuộc $[0; 100]$.

Xét dấu biểu thức $g(x) = (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 - x$ ta được:

x	0	a	b	100	
$g(x)$	+	0	-	0	+

$$\text{Suy ra: } S = \int_0^{100} |g(x)| dx = \int_0^a |g(x)| dx + \int_a^b |g(x)| dx + \int_b^{100} |g(x)| dx.$$

$$= \left| \int_0^a g(x) dx \right| + \left| \int_a^b g(x) dx \right| + \left| \int_b^{100} g(x) dx \right| = \int_0^a g(x) dx - \int_a^b g(x) dx + \int_b^{100} g(x) dx.$$

Cách 2:

$$\text{Sử dụng máy tính cầm tay ta được: } S = \int_0^{100} \left| (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 - x \right| dx \approx 2068,9.$$

$$\text{Kiểm tra phép tính của đề bài, ta có: } \int_0^{100} \left[x - (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 \right] dx = 2059,3131.$$

d) Đúng: Sự bất bình đẳng về thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 đã vượt quá 2000.

Sự bất bình đẳng thu nhập của Hoa Kỳ năm 2005 là:



$$S = \int_0^{100} \left| (0,00061x^2 + 0,0218x + 1,723)^2 - x \right| dx \approx 2068,9.$$

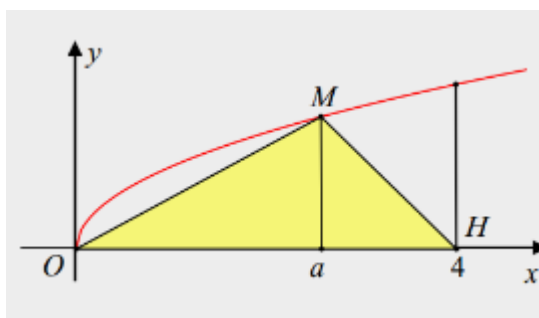
Câu 29: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành Ox và đường thẳng $x = 4$.

a) Công thức tính diện tích hình phẳng (H) là $\int_0^4 \sqrt{x} dx$.

b) Diện tích hình phẳng (H) là $\frac{19}{6}$.

c) Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, $x = 0, x = 4$ và trục hoành Ox là 8π .

d) Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $x = 4$ và trục Ox . Đường thẳng $x = a (0 < a < 4)$ cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M .



Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác MOH quanh trục Ox . Biết rằng $V = 2V_1$. Khi đó $a = 3$.

Lời giải

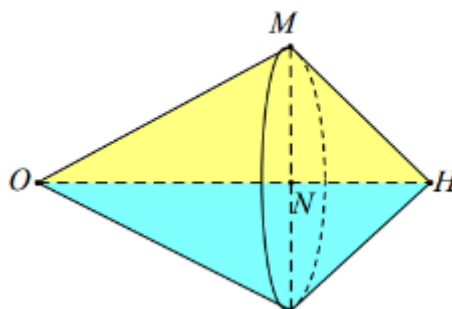
a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx$. Vậy a) Đúng.

b) $S = \int_0^4 \sqrt{x} dx = \frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}} \Big|_0^4 = \frac{16}{3}$. Vậy b) Sai

c) Ta có $V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$. Vậy c) Đúng

d) $V = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi \Rightarrow V_1 = \frac{V}{2} = 4\pi$



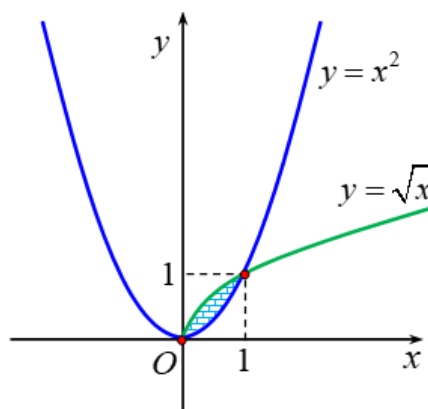
Tam giác MOH quanh trục Ox tạo nên hai khối nón chung đáy. Gọi N là hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox . Suy ra $r = MN = y_M = y(a) = \sqrt{a}$.



$$\Rightarrow V_1 = \frac{1}{3} \cdot OH \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot \pi \cdot (\sqrt{a})^2 = \frac{4\pi a}{3}. \text{ Suy ra } 4\pi = \frac{4\pi a}{3} \Rightarrow a = 3$$

Vậy d) Đúng.

Câu 30: Cho hình phẳng được tô trong hình bên dưới.



- a) Hình phẳng được tô màu trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = x^2; y = \sqrt{x}$
- b) Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là $\frac{1}{3}$.
- c) Thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục Ox là $\pi \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$.
- d) Thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục Ox bằng $\frac{3\pi}{10}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Hình phẳng được tô màu trong hình trên được giới hạn các đồ thị $y = x^2; y = \sqrt{x}$

b, Đúng

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x^4 - x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x^2+x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}.$$

Khi đó diện tích hình phẳng được giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2; y = \sqrt{x}$ là:

$$S = \int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx = \frac{1}{3}.$$

c, Sai

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x^4 - x = 0$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}.$$

Khi đó thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục Ox là

$$\pi \int_0^1 (x - x^4) dx.$$

d, Đúng



Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 = \sqrt{x} \Leftrightarrow x^4 - x = 0$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x^2+x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Khi đó thể tích của vật tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng trên quanh trục Ox là

$$\pi \int_0^1 (x - x^4) dx = \frac{3}{10} \pi.$$

Câu 31: Nghệ thuật làm gốm có lịch sử phát triển lâu đời và vẫn còn tồn tại cho đến ngày nay. Giả sử một bình gốm có mặt trong của bình là một mặt tròn xoay sinh ra khi cho phần đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5$ ($0 \leq x \leq 30$) (x, y tính theo cm) quay quanh trục hoành Ox . Bình gốm đó có độ dày thành bình không đổi là 1 cm.

a) Mặt ngoài của bình là một mặt tròn xoay sinh bởi phần đồ thị của hàm số

$$y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 6 \quad (0 \leq x \leq 30) \text{ quay quanh trục hoành } Ox.$$

b) Thể tích phần không gian bên trong bình gốm là

$$V_1 = \int_0^{30} \left(\frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5 \right)^2 dx = \frac{101586}{49} (\text{cm}^3)$$

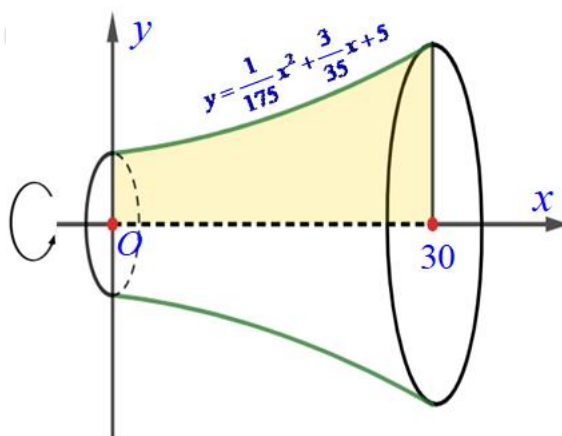
c) Thể tích của bình gốm (bao gồm cả thành bình) là

$$V_2 = \int_0^{30} \left(\frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 6 \right)^2 dx = \frac{126576}{49} (\text{cm}^3).$$

d) Thể tích của phần đất sét để làm thành bình là $V = 510 (\text{cm}^3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------



a) Đúng.

Bình gốm có mặt trong của bình là một mặt tròn xoay sinh ra khi cho phần đồ thị của hàm số

$$y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 5 \quad (0 \leq x \leq 30) \quad (x, y \text{ tính theo cm}) \text{ quay quanh trục hoành } Ox \text{ và bình gốm}$$

đó có độ dày thành bình không đổi là 1 cm nên mặt ngoài của bình là một mặt tròn xoay sinh bởi

phần đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{175}x^2 + \frac{3}{35}x + 6 \quad (0 \leq x \leq 30)$ quay quanh trục hoành Ox .

b) Sai.



Thể tích phần không gian bên trong bình gồm là

$$V_1 = \pi \int_0^{30} \left(\frac{1}{175} x^2 + \frac{3}{35} x + 5 \right)^2 dx = \frac{101586}{49} \pi (\text{cm}^3).$$

c) Sai.

Thể tích của bình gồm (bao gồm cả thành bình) là

$$V_2 = \pi \int_0^{30} \left(\frac{1}{175} x^2 + \frac{3}{35} x + 6 \right)^2 dx = \frac{126576}{49} \pi (\text{cm}^3).$$

d) Sai.

Thể tích của phần đất sét để làm thành bình là $V = V_2 - V_1 = 510\pi (\text{cm}^3)$.

Câu 32: Một máy bơm nước vào bể chứa nước. Gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 6at^2 + 2bt$ và ban đầu bể không có nước.

a) Sau 3 giây thì thể tích nước trong bể là: $\int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt$.

b) Sau 6 giây thể tích nước trong bể là $504m^3$ khi đó $432a + 36b = 504$.

c) Thể tích nước trong bể là $90m^3$ sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504m^3$. Khi đó thời gian kể từ giây thứ 3 đến giây thứ 6 thể tích nước bơm được vào bể là $180m^3$.

d) Thể tích nước trong bể là $90m^3$ sau 3 giây và sau 6 giây thì thể tích nước trong bể là $504m^3$. Khi đó thể tích nước trong bể sau khi bơm được 9 giây là $594m^3$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Ta có: $h(t) = \int_0^t (6at^2 + 2bt) dt$. Suy ra mệnh đề đúng.

b) Ta có: $\int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt = 504 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2) \Big|_0^6 = 504 \Leftrightarrow 432a + 36b = 504$

Suy ra mệnh đề đúng

c) Ta có: $\int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt = \int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt + \int_3^6 (6at^2 + 2bt) dt$
 $\Rightarrow \int_3^6 (6at^2 + 2bt) dt = \int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt - \int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt = 504 - 90 = 414 (m^3)$

Suy ra mệnh đề sai

d) Ta có: $\int_0^3 (6at^2 + 2bt) dt = 90 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2) \Big|_0^3 = 90 \Leftrightarrow 54a + 9b = 90$

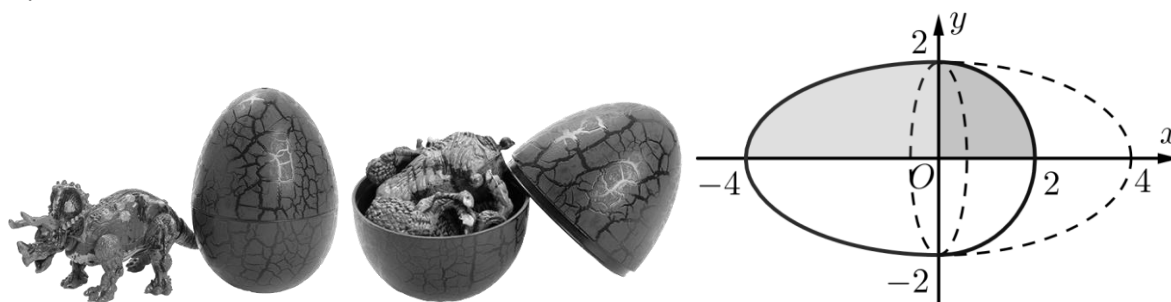
$\int_0^6 (6at^2 + 2bt) dt = 504 \Leftrightarrow (2at^3 + bt^2) \Big|_0^6 = 504 \Leftrightarrow 432a + 36b = 504$

Từ $\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ b = 6 \end{cases}$. Sau khi bơm 9 giây thì thể tích nước trong bể là:

$V = \int_0^9 (4t^2 + 12t) dt = \left(\frac{4}{3} t^3 + 6t^2 \right) \Big|_0^9 = 1458 (m^3)$. Suy ra mệnh đề sai.



Câu 33: Một cái trứng khủng long đồ chơi là một khối tròn xoay được tạo thành từ 2 mảnh ghép lại. Biết mảnh trên được tạo thành khi xoay một phần tư đường elip với trục lớn là 8 và trục nhỏ là 4 quanh trục Ox và mảnh dưới được tạo thành khi xoay một phần tư đường tròn bán kính 2 quanh trục Ox như hình sau.



- a) Thể tích phần trong của mảnh trên được tính bởi $V_1 = \frac{\pi}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx$.
- b) Thể tích phần trong của mảnh trên gấp 2 lần thể tích phần trong của mảnh dưới.
- c) Thể tích phần trong của quả trứng đồ chơi này là 16π .
- d) Diện tích thiết diện khi cắt bởi mặt phẳng qua trục của quả trứng là 3π .

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng: Mảnh trên được biểu diễn bởi elip: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \Rightarrow y^2 = 4\left(1 - \frac{x^2}{16}\right)$

Thể tích phần trong của mảnh trên được tính bởi $V_1 = \pi \int_{-4}^0 \left[4\left(1 - \frac{x^2}{16}\right)\right] dx = \frac{\pi}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx$.

b) Đúng: Thể tích phần trong mảnh trên là: $V_1 = \frac{\pi}{4} \int_{-4}^0 (16 - x^2) dx = \frac{32\pi}{3}$

Mảnh dưới được biểu diễn bởi đường tròn: $x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow y^2 = 4 - x^2$

Thể tích phần trong dưới là: $V_2 = \pi \int_0^2 (4 - x^2) dx = \frac{16\pi}{3}$.

Vậy thể tích phần trong của mảnh trên gấp 2 lần thể tích phần trong của mảnh dưới.

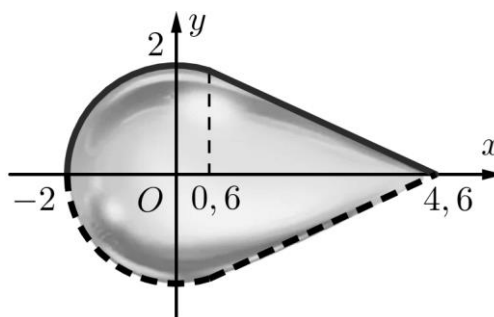
c) Đúng: Thể tích phần trong của quả trứng đồ chơi này là: $V = V_1 + V_2 = \frac{32\pi}{3} + \frac{16\pi}{3} = 16\pi$

d) Sai: Diện tích thiết diện khi cắt bởi mặt phẳng qua trục của quả trứng là 4π .

Câu 34: Người ta chế tác một giọt nước bằng thủy tinh. Biết giọt nước thủy tinh này là vật thể tròn xoay

khi xoay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{4-x^2} & (-2 \leq x \leq 0,6) \\ -\frac{\sqrt{91}}{20}x + \frac{23\sqrt{91}}{100} & (0,6 < x \leq 4,6) \end{cases}$

và trục Ox quanh trục Ox .



- a) Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 0,6$.
- b) Diện tích mặt cắt của giọt nước thủy tinh khi cắt bởi mặt phẳng qua trục được tính bởi công thức $S = 2 \int_{-2}^{4,6} f(x) dx \text{ cm}^2$.
- c) Thể tích của giọt nước thủy tinh này lớn hơn 40 cm^3 .
- d) Biết khối lượng riêng của thủy tinh là $\rho = 2,6 \text{ g/cm}^3$, khối lượng của giọt nước thủy tinh này là $102,22 \text{ g}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng: $\lim_{x \rightarrow 0,6^-} f(x) = \sqrt{4 - (0,6)^2} = \sqrt{4 - 0,36} = \sqrt{3,64} \approx 1,907$

$\lim_{x \rightarrow 0,6^+} f(x) = -\frac{\sqrt{91}}{20} \cdot 0,6 + \frac{23\sqrt{91}}{100} \approx 1,907$

Vậy hàm số $y = f(x)$ liên tục tại $x = 0,6$

b) Đúng: Diện tích mặt cắt của giọt nước thủy tinh khi cắt bởi mặt phẳng qua trục được tính bởi công thức $S = 2 \int_{-2}^{4,6} f(x) dx \text{ cm}^2$.

c) Sai: Thể tích của giọt nước thủy tinh này là:

$$V = V_1 + V_2 = \pi \int_{-2}^{0,6} (\sqrt{4 - x^2})^2 dx + \pi \int_{0,6}^{4,6} \left(-\frac{\sqrt{91}}{20}x + \frac{23\sqrt{91}}{100} \right)^2 dx = \frac{4693\pi}{375} \approx 39,32 \text{ cm}^3$$

d) Đúng: Khối lượng của giọt nước thủy tinh này là: $m = \rho \cdot V = 2,6 \cdot \frac{4693\pi}{375} \approx 102,22 \text{ g}$.

Câu 35: Một ô tô đang chạy với vận tốc $18(m/s)$ thì người lái hãm phanh. Sau khi hãm phanh ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 18 - 36t(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian được tính bằng giây kể từ lúc ô tô bắt đầu hãm phanh.

- a) Thời gian kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là $1,5$ giây.
- b) Quãng đường xe đi được sau $0,3$ giây kể từ lúc hãm phanh là 3 mét.
- c) Quãng đường kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là $4,5$ mét.
- d) Gia tốc tức thời của chuyển động này là $36(m/s^2)$.

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------

a) Sai

Lúc hãm phanh thì $v(t_1) = 0 \Rightarrow 18 - 36t_1 = 0 \Rightarrow t_1 = 0,5$ giây.

b) Sai



Quãng đường xe đi được sau 0,3 giây kể từ lúc hãm phanh là

$$s = \int_0^{0,3} (18 - 36t) dt = \left(18t - 18t^2 \right) \Big|_0^{0,3} = 3,78.$$

c) **Đúng**

Với $t_1 = 0,5$ giây thì quãng đường kể từ lúc hãm phanh đến lúc xe dừng hẳn là

$$s_1 = \int_0^{0,5} (18 - 36t) dt = \left(18t - 18t^2 \right) \Big|_0^{0,5} = 4,5.$$

d) **Sai** Gia tốc tức thời của chuyển động này là $a = v'(t) = -36 \left(m/s^2 \right)$.

Câu 36: Một vật chuyển động với gia tốc $a(t) = \cos t \left(m/s^2 \right)$.

a) Tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0. Khi đó, vận tốc của vật được biểu diễn bởi hàm số $v(t) = \sin t \left(m/s \right)$.

b) Vận tốc của vật tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ là $\frac{1}{2} m/s$.

c) Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \pi$ (s) là 4m.

d) Tốc độ trung bình của vật từ thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s) đến thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ (s) là 2m.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) **Đúng**

$$\text{Ta có } v(t) = \int a(t) dt = \int \cos t dt = \sin t + C.$$

Mà tại thời điểm bắt đầu chuyển động, vật có vận tốc bằng 0 nên ta có $v(0) = 0$ hay $C = 0$. Vậy $v(t) = \sin t$

b) **Sai**

$$\text{Vận tốc của vật tại thời điểm } t = \frac{\pi}{2} \text{ là } v\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sin \frac{\pi}{2} = 1 \left(m/s \right).$$

c) **Đúng**

Quãng đường vật đi được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm $t = \pi$ (s) là

$$\int_0^{\pi} v(t) dt = \int_0^{\pi} \sin t dt = -\cos t \Big|_0^{\pi} = 2 \text{ (m)}.$$

d) **Sai**

Tốc độ trung bình của vật từ thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ (s) đến thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$ (s) là

$$\frac{1}{\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} v(t) dt = \frac{4}{\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt = -\frac{4}{\pi} \cos t \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \text{ (m)}.$$

Câu 37: Một ô tô đang chạy đều với vận tốc $x(m/s)$ thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -5t + 20 \left(m/s \right)$ trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a) Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s) .

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5s.

c) $\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C.$



d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là $400m$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng $0 (m/s)$.

b) Sai

Cho $v = 0 \Leftrightarrow -5t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 4(s)$.

c) Đúng

$$\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C.$$

d) Sai

Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là

$$S = \int_0^4 (-5t + 20) dt = 40(m).$$

Câu 38: Một quả cầu lông được đánh lên từ độ cao $2m$ với vận tốc được tính bởi công thức sau:

$$v(t) = -0,8t + 4,16 m/s.$$

a) Quả cầu đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 5,2s$.

b) Công thức tính độ cao của quả cầu theo t là $h(t) = -0,4t^2 + 4,16t$.

c) Độ cao cao nhất của quả cầu bằng $12,816m$.

d) Thời điểm quả cầu chạm đất là $t = 10,86s$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Đúng

Quả cầu đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $-0,8t + 4,16 = 0 \Rightarrow t = 5,2s$.

b) Sai

Công thức tính độ cao của quả cầu theo t là:

$$h(t) = \int (-0,8t + 4,16) dt = -0,4t^2 + 4,16t + C.$$

Với $t = 0, h = 2 \Rightarrow C = 2$

$$h(t) = -0,4t^2 + 4,16t + 2$$

c) Đúng

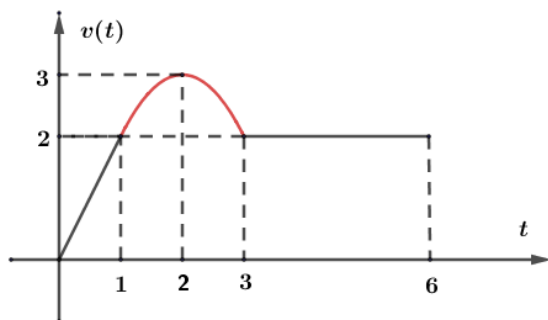
Độ cao cao nhất của quả cầu bằng $h(5,2) = -0,4 \cdot 5,2^2 + 4,16 \cdot 5,2 + 2 = 12,816m$.

d) Đúng

$$\text{Thời điểm quả cầu chạm đất là } h(t) = -0,4t^2 + 4,16t + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 10,86 \\ t = -0,46 \end{cases}$$

$$t = 10,86s$$

Câu 39: Một chất điểm chuyển động thẳng trong 6 giây với vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) là hàm số phụ thuộc vào thời gian t (đơn vị: giây) có đồ thị như hình vẽ.



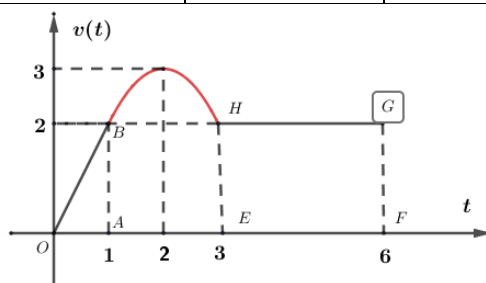
- a) Tại thời điểm $t = 2$ giây, vận tốc của chất điểm lớn nhất
 b) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây là 1 m
 c) Trong khoảng thời gian từ 1 giây đến 3 giây, đồ thị của $v(t)$ là một phần của đường parabol.

Khi đó $v(t) = -t^2 + 4t - 1$

- d) Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến 6 giây là 15 m

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------



- a) Đúng

Vì tại thời điểm $t = 2$ giây vận tốc của chất điểm là 3 m/s

- b) Đúng

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 0 giây đến 1 giây là

$$S = \int_0^1 v(t) dt = S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 = 1 \text{ (m)}$$

- c) Đúng

Gọi $v(t) = at^2 + bt + c$ với $1 \leq t \leq 3$ đi qua các điểm $(1; 2), (2; 3), (3; 2)$

Suy ra $v(t) = -t^2 + 4t - 1$

- d) Sai

$$\text{Ta có } \int_0^1 v(t) dt = 1; \int_1^3 v(t) dt = \int_1^3 (-t^2 + 4t - 1) dt = \frac{16}{3}; \int_3^6 v(t) dt = S_{EFGH} = EF \cdot EH = 3 \cdot 2 = 6$$

Quãng đường chất điểm đi được từ lúc xuất phát đến 6 giây là

$$S = \int_0^1 v(t) dt + \int_1^3 v(t) dt + \int_3^6 v(t) dt = \frac{37}{3} \text{ (m)}$$

Câu 40: Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc v_0 , sau 6 giây thì gặp chướng ngại vật nên

ô tô đi chậm dần với vận tốc $v(t) = -\frac{5}{2}t + a \text{ (m/s)}$ cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng kể từ lúc

bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn thì ô tô đi được quãng đường là 80 m

- a) Vận tốc ban đầu của ô tô là $v_0 = -15 + a$

- b) Ô tô dừng hẳn tại thời điểm $t = \frac{2a}{5}$ giây



c) Quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu đến khi dừng hẳn là 80 m. Ta có phương trình

$$6.v_0 - \frac{a^2}{5} + 6a - 45 = 80$$

d) Vận tốc ban đầu của chất điểm là $v_0 = 10 \text{ (m/s)}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng

Ta có vận tốc của chất điểm là hàm số liên tục tại $t = 6$ giây nên ta có $v_0 = v(6) = a - 15$

b) Đúng

$$\text{Ô tô dừng hẳn khi } v(t) = 0 \Rightarrow -\frac{5}{2}t + a = 0 \Rightarrow t = \frac{2a}{5}$$

c) Sai

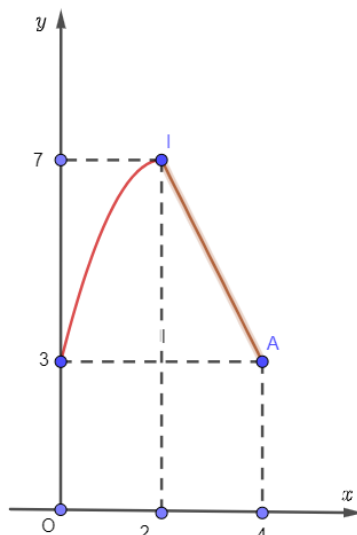
Ta có biết rằng kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn thì ô tô đi được quãng đường là 80 m

$$\text{Suy ra } S = \int_0^6 v_0 dt + \int_6^{\frac{2a}{5}} \left(-\frac{5}{2}t + a\right) dt = 80 \Rightarrow 6.v_0 + \frac{a^2}{5} - 6a + 45 = 80$$

d) Đúng

$$\text{Ta có } 6.v_0 + \frac{a^2}{5} - 6a + 45 = 80 \Rightarrow -90 + 6a + \frac{a^2}{5} - 6a + 45 = 80 \Rightarrow \frac{a^2}{5} = 125 \Rightarrow a = 25 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ (m/s)}$$

Câu 41: Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;7)$ và trục đối xứng của parabol song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là đoạn thẳng IA .



a) Phương trình vận tốc của đường parabol là: $y = -x^2 + 4x + 3$.

b) Phương trình vận tốc của đường thẳng IA là $y = -2x + 9$.

c) Quãng đường vật di chuyển trong 2 (h) đầu là $\frac{25}{3}$

d) Quãng đường vật di chuyển trong 4 (h) là $\frac{64}{3}$ (km)

Lời giải



a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng

Parabol $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ đi qua điểm $(0; 3)$ và có đỉnh $I(2; 7)$ nên ta có:

$$\begin{cases} c = 3 \\ \frac{-b}{2a} = 2 \\ 4a + 2b + c = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow y = -x^2 + 4x + 3$$

b) Sai

Đường thẳng IA đi qua $A(4; 3)$ nhận $\overrightarrow{IA} = (2; -4)$ làm vectơ chỉ phương, suy ra ta có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (4; 2)$. Do đó phương trình đường thẳng IA là:

$$4(x - 4) + 2(y - 3) = 0 \Leftrightarrow y = -2x + 11.$$

c) Sai

Quãng đường vật di chuyển được trong 2 giờ là

$$\int_0^2 (-x^2 + 4x + 3) dx = \frac{34}{3}$$

d) Đúng

Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là

$$\int_0^2 (-x^2 + 4x + 3) dx + \int_2^4 (-2x + 11) dx = \frac{64}{3}$$

Câu 42: Tại một cửa hàng phân phối xe máy SH của hãng Honda tại tỉnh X, lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0006x + 17,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0003x^2 + 17,4x$.

b) Lợi nhuận khi bán được 30 sản phẩm đầu tiên là 512,73 triệu đồng.

c) Do nhu cầu đổi xe trong dịp Tết, sự thay đổi của lợi nhuận của cửa hàng khi doanh số tăng từ 30 lên 70 đơn vị sản phẩm là 694,8 triệu đồng.

d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 30 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 897,27 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 81.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
---------	--------	---------	--------

a) Đúng

Ta có:

$$P(x) = \int P'(x) dx = \int (-0,0006x + 17,4) dx = -0,0003x^2 + 17,4x + C.$$

Để thấy, khi chưa bán được sản phẩm nào thì lợi nhuận bằng 0. Do đó $P(0) = 0 \Leftrightarrow C = 0$.

Vậy lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0003x^2 + 17,4x$.

b) Sai

Lợi nhuận khi bán được 30 sản phẩm đầu tiên là:

$$P(30) = -0,0003.30^2 + 17,4.30 = 521,73 \text{ (triệu đồng)}.$$

c) Đúng

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 30 lên 70 đơn vị sản phẩm là



$$P(70) - P(30) = \int_{30}^{70} P'(x) dx = \int_{30}^{70} (-0,0006x + 17,4) dx = 694,8 \text{ (triệu đồng)}.$$

d) Sai

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 30 lên a đơn vị sản phẩm là

$$P(a) - P(30) = \int_{30}^a P'(x) dx = \int_{30}^a (-0,0006x + 17,4) dx = (-0,0003x^2 + 17,4x) \Big|_{30}^a$$

$$= -0,0003a^2 + 17,4a - 521,73.$$

Theo bài ra ta có:

$$-0,0003a^2 + 17,4a - 521,73 > 897,27 \Leftrightarrow 0,0003a^2 - 17,4a + 1419 < 0 \Leftrightarrow 81,67 < a < 57918,3.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của a là 82.

Câu 43: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ (P), trục hoành và đường thẳng $x = 4$.

a) Diện tích S được xác định theo công thức $S = \int_0^4 x^2 dx$.

b) Khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox ta được khối tròn xoay có thể tích $V = \frac{1024}{5}$.

c) Đường thẳng $y = 4$ chia hình (H) thành hai phần có diện tích bằng nhau.

d) Gọi A, B là hai điểm thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{4}{3}$.

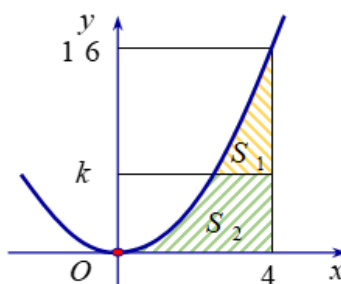
Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) Ta có: $S = \int_0^4 |x^2| dx = \int_0^4 x^2 dx$.

b) Ta có: $V = \pi \int_0^4 (x^2)^2 dx = \pi \int_0^4 x^4 dx = \frac{\pi}{5} x^5 \Big|_0^4 = \frac{1024\pi}{5}$.

c)

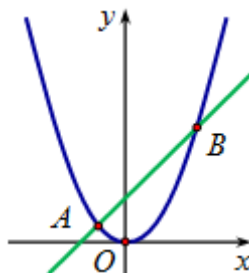


Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y = x^2$ và $y = 4$ là $x = 2$.

Do đó diện tích $S_1 = \int_2^4 (x^2 - 4) dx = \frac{32}{3}$, diện tích $S_2 = \int_0^4 x^2 dx - S_1 = \frac{32}{3}$.

Do đó, $S_1 = S_2$.

d)



Cách 1: Gọi $A(a; a^2)$, $B(b; b^2)$ với $a < b$.

Ta có: $AB = 2 \Leftrightarrow (b-a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 4$

$$AB: \frac{x-a}{b-a} = \frac{y-a^2}{b^2-a^2} \Leftrightarrow \frac{x-a}{1} = \frac{y-a^2}{b+a}$$

$$\Leftrightarrow y = (a+b)(x-a) + a^2 \Leftrightarrow y = (a+b)x - ab$$

$$S = \int_a^b ((a+b)x - ab - x^2) dx = \int_a^b (x-a)(b-x) dx$$

Đặt $t = x - a$. Suy ra **A**.

$$S = \int_0^{b-a} t(b-a-t) dt = \int_0^{b-a} ((b-a)t - t^2) dt = \left. \frac{(b-a)t^2}{2} \right|_0^{b-a} - \left. \frac{t^3}{3} \right|_0^{b-a} = \frac{(b-a)^3}{6}$$

Ta có:

$$(b-a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 4 \Leftrightarrow (b-a)^2 (1 + (b+a)^2) = 4 \Leftrightarrow (b-a)^2 = \frac{4}{1 + (a+b)^2} \leq 4$$

Suy ra $b-a \leq 2 \Rightarrow S = \frac{(b-a)^3}{6} \leq \frac{2^3}{6} = \frac{4}{3}$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} a+b=0 \\ b-a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=-1 \end{cases} \Leftrightarrow A(-1;1); B(1;1)$.

Vậy giá trị lớn nhất của AB bằng $\frac{4}{3}$.

Chú ý: Khi làm trắc nghiệm ta có thể dự đoán (linh cảm:D) a, b đối nhau, nghĩa là: $a+b=0$.

Từ đó, thay vào $(b-a)^2 + (b^2 - a^2)^2 = 4$, tìm được $a=-1, b=1$. Suy ra $A(-1;1); B(1;1)$.

Viết phương trình: $AB: y=1$. Từ đó: $S = \int_{-1}^1 (1-x^2) dx = \frac{4}{3}$.

Hoặc cũng linh cảm, đặc biệt hóa AB song song với Ox , từ đó cũng tìm được $a+b=0$.

Cách 2: Sử dụng công thức diện tích hình phẳng giới hạn bởi $(P): y = ax^2 + bx + c$ và

$(d): y = mx + n$.

Đầu tiên ta lập phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$ax^2 + bx + c = mx + n \Leftrightarrow ax^2 + (b-m)x + c-n = 0.$$

Khi đó diện tích hình phẳng là: $S^2 = \frac{\Delta^3}{36a^4}$, với $\Delta = (b-m)^2 - 4a(c-n)$.

Áp dụng:

Tương tự, ta có $(AB): y = (a+b)x - ab, a < b$.



PTHĐGD: $x^2 = (a+b)x - ab \Leftrightarrow x^2 - (a+b)x + ab = 0$, có $\Delta = (b-a)^2$.

Suy ra $S^2 = \frac{\Delta^3}{36} = \frac{(b-a)^6}{36} \Rightarrow S = \frac{(b-a)^3}{6}$ và đánh giá như cách 1.

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho nửa hình tròn $(C): x^2 + y^2 = 8, y \geq 0$.

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) là: $S = \int_0^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} dx$.

b) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) quanh trục hoành là: $V = \pi \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} (8-x^2) dx$.

c) Đường thẳng $y=2$ chia nửa hình tròn (C) thành hai phần, phần có diện tích bé hơn bằng $2\pi-8$.

d) Parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ chia hình tròn thành hai phần. Gọi S_1 là diện tích phần nhỏ, S_2 là diện tích phần lớn. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2} < 1$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

Xét phương trình $y=0 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) là: $S = \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} dx$.

b) Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn (C) quanh trục hoành là: $V = \pi \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} y^2 dx = \pi \int_{-2\sqrt{2}}^{2\sqrt{2}} (8-x^2) dx$.

c) Xét phương trình: $y=2 \Leftrightarrow \sqrt{8-x^2} = 2 \Leftrightarrow x = \pm 2$.

Gọi $S_1 = \int_{-2}^2 (\sqrt{8-x^2} - 2) dx = 2\pi - 4$, $S_2 = \frac{1}{2} S - S_1 = 2\pi + 4 \Rightarrow S_1 < S_2$.

d) Giao điểm của (P) và (C) là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 = 8 & (1) \\ y = \frac{x^2}{2} & (2) \end{cases}$

Thay (2) vào (1) ta được: $x^2 + \frac{x^4}{4} = 8 \Leftrightarrow x^4 + 4x^2 - 32 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = -8 & (L) \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 2$

Phần nhỏ giới hạn bởi các đường $y = \frac{x^2}{2}$; $y = \sqrt{8-x^2}$; $x = -2$; $x = 2$ nên ta có:

$$S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8-x^2} - \frac{x^2}{2} \right) dx = \underbrace{\int_{-2}^2 \sqrt{8-x^2} dx}_A - \underbrace{\int_{-2}^2 \frac{x^2}{2} dx}_B$$



Tính $A = \int_{-2}^2 (\sqrt{8-x^2}) dx$

Đặt $x = 2\sqrt{2} \sin t \Rightarrow dx = 2\sqrt{2} \cos t dt$.

Đổi cận: $x = -2 \Rightarrow t = -\frac{\pi}{4}$; $x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{4}$.

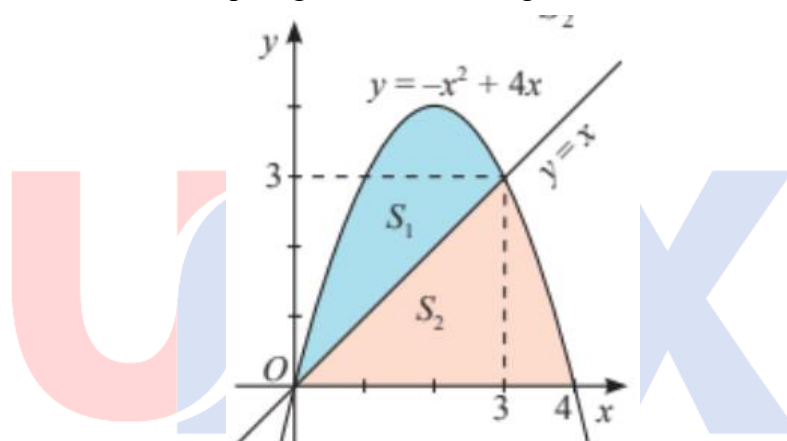
$$A = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{8-8\sin^2 t} \cdot 2\sqrt{2} \cos t dt = 8 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 t dt = 4 \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2t) dt = 4 \left(t + \frac{1}{2} \sin 2t \right) \Big|_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} = 2\pi + 4.$$

$$B = \int_{-2}^2 \frac{x^2}{2} dx = \frac{8}{3}.$$

$$\Rightarrow S_1 = 2\pi + \frac{4}{3} \Rightarrow S_2 = \frac{1}{2} \pi R^2 - S_1 = 2\pi - \frac{4}{3}.$$

Vậy $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi+2}{3\pi-2} \approx 1,5 > 1.$

Câu 45: Cho S_1, S_2 là diện tích các hình phẳng được mô tả trong hình bên.



a) Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$, trục hoành và $x = 0, x = 4$ bằng $\frac{32}{3}$.

b) Diện tích $S_1 = \frac{9}{2}$.

c) Diện tích $S_2 = 8$.

d) $\frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{37}$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng: $S = \int_0^4 (-x^2 + 4x) dx = \frac{32}{3}.$

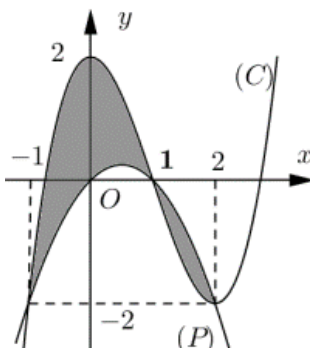
b) Đúng: $S_1 = \int_0^3 |-x^2 + 4x - x| dx = \int_0^3 (-x^2 + 3x) dx = \frac{9}{2}.$

c) Sai: $S_2 = \int_0^3 x dx + \int_3^4 (-x^2 + 4x) dx = \frac{37}{6}.$



d) Đúng: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{27}{37}$.

Câu 46: Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C): $y = f(x)$ của hàm đa thức bậc ba và parabol (P): $y = g(x)$ có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Gọi là diện tích hình phẳng được tô đậm của hình vẽ.



a) $S = \int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx$

b) $S = \int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx + \int_1^2 (g(x) - f(x)) dx$.

c) $S = \frac{37}{12}$.

d) Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi (C), (P) và 2 đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox bằng $\frac{191}{210}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

+ Diện tích phần tô đậm $S = \int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^1 |f(x) - g(x)| dx + \int_1^2 |f(x) - g(x)| dx$

$= \int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx + \int_1^2 (g(x) - f(x)) dx$

Vì đồ thị hàm bậc ba và đồ thị hàm bậc hai cắt trục tung tại các điểm có tung độ lần lượt là $y = 2, y = 0$ nên ta xét hai hàm số là $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 2$, $g(x) = mx^2 + nx$.

* Vì đồ thị hai hàm số cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x = -1; x = 1; x = 2$ nên ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$ax^3 + bx^2 + cx + 2 = mx^2 + nx \Leftrightarrow a(x+1)(x-1)(x-2) = 0$. Với $x = 0$ ta được $2a = 2 \rightarrow a = 1$.

* Vậy diện tích phần tô đậm là: $S = \int_{-1}^2 |(x+1)(x-1)(x-2)| dx = \frac{37}{12}$.

Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi (C), (P) và 2 đường thẳng

$x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox : $V = \left| \pi \int_1^2 (f^2(x) - g^2(x)) dx \right| = \frac{191}{210} \pi$.

a) Đúng: Vì theo công thức tính diện tích.

b) Đúng vì: $S = \int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx + \int_1^2 (g(x) - f(x)) dx$



c) Đúng vì: $S = \frac{37}{12}$.

d) Sai vì $V = V = \frac{191}{210} \pi \neq \frac{191}{210}$.

Câu 47: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s, thời gian t tính bằng giây kể từ thời điểm bắt đầu đạp phanh).

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là 4s.

b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường 32m.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là 37m.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) **Đúng**

vì khi ô tô A dừng lại thì $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

b) **Sai**

vì quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) **Đúng**

vì quãng đường ô tô A đi được kể từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại là

$$s(t) = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m)$$

Như vậy, ô tô A đi chuyển quãng đường 32 mét trước khi dừng lại hoàn toàn.

d) **Đúng**

vì để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu 1 mét khi dừng lại, ô tô A phải bắt đầu hãm phanh khi cách ô tô B ít nhất là: $32 + 5 = 37(m)$.

Câu 48: Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 320 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 10 giây và duy trì sự giảm tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 220 m.

b) Giá trị của b là 20.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 20$) kể từ khi giảm

tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.



d) Sau 20 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 50 km/h.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng.

Tốc độ ban đầu của ô tô là $90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$.

Quãng đường ô tô đi được trong 4 giây đầu tiên là: $S_1 = 4.25 = 100 \text{ m}$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn là:

$$S_2 = 320 - 100 = 220 \text{ m}.$$

b) Sai.

Thời điểm bắt đầu giảm tốc ta có $t = 0 \Rightarrow b = 25$.

c) Sai.

Quãng đường $S(t)$ ô tô đi được trong thời gian t giây kể từ lúc bắt đầu giảm tốc ($0 \leq t \leq 20$)

được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Đúng.

Ta có $v(t) = at + 25 \text{ (m/s)}$

Biết xe tách làn sau 10 giây kể từ khi giảm tốc nên $220 = \int_0^{10} (at + 25) dt = 50a + 250 \Rightarrow a = -\frac{3}{5}$

$$\Rightarrow v(t) = -\frac{3}{5}t + 25 \text{ (m/s)} \Rightarrow v(20) = -\frac{3}{5}.20 + 25 = 13 \text{ (m/s)} = 46,8 \text{ (km/h)}.$$

Câu 49: Một người điều khiển ô tô đang di chuyển trên đoạn đường dẫn để nhập làn cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 300 m, tốc độ của ô tô là 40 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a > 0$), trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 15 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn cao tốc là 200 m.

b) Giá trị của b là $\frac{100}{9}$.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 20$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, vận tốc của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
--------	---------	--------	--------

a) Sai

$$\text{Đổi } 40 \text{ km/h} = \frac{100}{9} \text{ m/s}.$$

Sau $2s$ quãng đường ô tô đi được lúc chưa tăng tốc là: $2 \cdot \frac{100}{9} = \frac{200}{9} \text{ (m)}$

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là

$$300 - \frac{200}{9} = \frac{2500}{9} \text{ (m)} \neq 200 \text{ (m)}.$$

b) Đúng



Tại thời điểm lúc ô tô bắt đầu tăng tốc ($t = 0$) thì vận tốc của ô tô vẫn đang là $\frac{100}{9} (m/s)$ nên:

$$v(0) = \frac{100}{9} \Rightarrow a.0 + b = \frac{100}{9} \Rightarrow b = \frac{100}{9}.$$

c) Sai

Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 20$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Sai

Ta có: $v(t) = at + \frac{100}{9} (m/s)$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $\frac{2500}{9} (m)$ đi trong thời

gian 15s nên ta có: $S(15) = \int_0^{15} v(t) dt = \frac{2500}{9} \Leftrightarrow \int_0^{15} \left(at + \frac{100}{9} \right) dt = \frac{2500}{9}$

$$\Leftrightarrow a \cdot \int_0^{15} t dt + \int_0^{15} \frac{100}{9} dt = \frac{2500}{9} \Rightarrow a = \frac{80}{81}.$$

Suy ra $v(t) = \frac{80}{81}t + \frac{100}{9} (m/s)$, vậy sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô là:

$$v(20) = \frac{2500}{81} (m/s) \approx 111 km/h > 100 km/h. \text{ Vận tốc của ô tô đã vượt quá tốc độ tối đa cho phép.}$$

Câu 50: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 300 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 15 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 230 m.

b) Giá trị của b là 12.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{30} v(t) dt$.

d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Lời giải:

a) Sai	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------------	---------------	---------------	---------------

a) Sai

Đổi $36 km/h = 10 m/s$.

Sau 2s quãng đường ô tô đi được lúc chưa tăng tốc là: $2.10 = 20 (m)$

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $300 - 20 = 280 (m)$.

b) Sai

Tại thời điểm lúc ô tô bắt đầu tăng tốc ($t = 0$) thì vận tốc của ô tô vẫn đang là $10 (m/s)$ nên:

$$v(0) = 10 \Rightarrow a.0 + b = 10 \Rightarrow b = 10.$$



c) Sai

Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 30$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t)dt$.

d) Sai

Ta có: $v(t) = at + 10(m/s)$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $280(m)$ đi trong thời

$$\text{gian } 15s \text{ nên ta có: } S(15) = \int_0^{15} v(t)dt = 280 \Leftrightarrow \int_0^{15} (at + 10)dt = 280$$

$$\Leftrightarrow a \cdot \int_0^{15} tdt + \int_0^{15} 10dt = 280 \Rightarrow a = \frac{52}{45}.$$

Suy ra $v(t) = \frac{52}{45}t + 10(m/s)$, vậy sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô là:

$$v(30) = \frac{134}{3}(m/s) = 160,8km/h > 100km/h.$$

Câu 51: Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng để nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đồng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ t ($t \geq 0$).



a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20.$

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Đúng

$$h(t) = \int v(t)dt = \int (-0,1t^3 + 1,1t^2)dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + C.$$



Ta có $h(0) = 20$.

Suy ra $C = 20$.

$$\text{Do đó } h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20.$$

b) Sai

Cây tăng trưởng khi $v(t) > 0$. Xét bất phương trình $-0,1t^3 + 1,1t^2 > 0$.

$$\Leftrightarrow t^2(-0,1t + 1,1) > 0.$$

Suy ra $-0,1t + 1,1 > 0$ nên $t < 11$.

Vậy giai đoạn tăng trưởng của cây kéo dài 11 tuần.

c) Sai

Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{11t^3}{30} + 5$ với $t \in [0; 11]$.

$$\text{Ta có: } h'(t) = \frac{-t^3}{10} + \frac{11}{10}t^2 = \frac{t^2}{10}(-t + 11).$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 11 \end{cases}.$$

Ta thấy $h(0) = 20$, $h(11) \approx 142$.

Khi đó, $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 142 trên đoạn $[0; 11]$.

Vậy chiều cao tối đa của cây cà chua đó là 142 (cm).

d) Đúng

Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$ với $t \in [0; 10]$.

$$\text{Ta có } v'(t) = -0,3t^2 + 2,2t = -0,3t\left(t - \frac{22}{3}\right).$$

$$\text{Suy ra } v'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{22}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Ta thấy } v(0) = 0, v\left(\frac{22}{3}\right) \approx 19,7, v(11) = 0.$$

Khi đó, $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 19,7 trên đoạn $[0; 10]$ tại $t = \frac{22}{3}$.

$$\text{Ta có } h\left(\frac{22}{3}\right) \approx 92,3 > 80.$$

Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.