



PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

BÀI: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(-1;3;1)$, $N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ đi qua bao nhiêu điểm trong số các điểm đã cho?

Lời giải

Trả lời: 2

Ta có: $M(-1;3;1), P(1;2;3) \in (d)$;

$N(-2;1;-2), Q(2;-1;2), S(1;2;-3) \notin (d)$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ và các điểm $M(-1;3;1)$,

$N(-2;1;-2)$, $P(1;2;3)$, $Q(2;-1;2)$, $S(1;2;-3)$. Có mấy điểm không thuộc đường thẳng (d) cho trước?

Lời giải

Trả lời: 3

Ta có: $M(-1;3;1), P(1;2;3) \in (d)$;

$N(-2;1;-2), Q(2;-1;2), S(1;2;-3) \notin (d)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \begin{cases} x=5-3t \\ y=-1+2mt \\ z=2+t \end{cases}; m, t \in \mathbb{R}$

. Tìm giá trị tham số m để 2 đường thẳng $d_1; d_2$ vuông góc nhau.

Lời giải

Trả lời: $m=1$

Đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (-1; -2; 1)$ và $\vec{u}_2 = (-3; 2m; 1)$

Để 2 đường thẳng $d_1 \perp d_2 \Leftrightarrow -1(-3) + (-2)2m + 1.1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$



Câu 4: Trong không gian Oxyz, giao điểm của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t, t \in \mathbb{R} \end{cases}$ và $\begin{cases} z = 6 + 4t \end{cases}$

$d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t', t' \in \mathbb{R} \\ z = 20 + t' \end{cases}$, có tọa độ là $M(a; b; c)$. Xác định giá trị $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 28

Gọi $M = d \cap d'$, do $M \in d \Rightarrow M(-3 + 2t; -2 + 3t; 6 + 4t)$

$$M \in d' \Rightarrow \begin{cases} -3 + 2t = 5 + t' \\ -2 + 3t = -1 - 4t' \\ 6 + 4t = 20 + t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -2 \end{cases} \Rightarrow M(3; 7; 18)$$

Câu 5: Trong không gian Oxyz, cho $A(1; 3; -2)$, $B(1; 1; 5)$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai

điểm A, B có dạng $\begin{cases} x = a \\ y = b - 2t \\ z = -2 + ct \end{cases}$. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Trả lời: 11

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 7)$

Đường thẳng AB đi qua $A(1; 3; -2)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 7)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình

$$\text{là: } \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -2 + 7t \end{cases}$$

Câu 6: Trong không gian Oxyz, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(3; -2; 1)$ và song song

với đường thẳng $d: \frac{x+2}{4} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-6}{5}$ có dạng $\begin{cases} x = a + 4t \\ y = -2 + bt \\ z = 1 + ct \end{cases}$. Tính $a + b + 2c$.

Lời giải

Trả lời: 10

Đường thẳng cần tìm đi qua điểm $M(3; -2; 1)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (4; -3; 5)$ làm vectơ chỉ phương có

$$\text{phương trình tham số là } \begin{cases} x = 3 + 4t \\ y = -2 - 3t \\ z = 1 + 5t \end{cases}$$

Câu 7: Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1; 3; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 3z + 1 = 0$. Phương trình tham

số của đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có dạng $\begin{cases} x = 1 + at \\ y = b + t \\ z = 5 + ct \end{cases}$. Tính $3a + b + c$.

Lời giải



Trả lời: 6

Một vec tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}(2;1;-3)$.

Gọi d là đường thẳng đi qua $M(1;3;5)$ và vuông góc với (P) thì vec tơ chỉ phương của d là $\vec{u}(2;1;-3)$.

Vậy phương trình của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=3+t \\ z=5-3t \end{cases}$$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$ và

$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Phương trình chính tắc của đường thẳng d_3 qua $M(1;-1;2)$ và vuông góc với cả d_1, d_2 có dạng $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{b} = \frac{z-a}{c}$. Tính $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 28

Đường d_1 có VTCP $\vec{a} = 1;-4;6$; d_2 có VTCP $\vec{b} = 2;1;-5$.

Vì d_3 vuông góc với $d_1; d_2$ nên có véc-tơ chỉ phương $\vec{u} = [\vec{a}, \vec{b}] = 14;17;9$.

Vậy phương trình của đường thẳng d_3 là: $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng (Δ) qua $M(2;3;1)$ và song song với hai mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$ và $(Q): x+3y-2z+3=0$ có dạng

$$\begin{cases} x=a+bt \\ y=3+6t; t \in \mathbb{R} \\ z=c+dt \end{cases}$$
 Tính $2a+b+c+d$.

Lời giải

Trả lời: 8

Mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-7=0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2, -1, 2)$

Mặt phẳng $(Q): x+3y-2z+3=0$ có vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (1, 3, -2)$

Vì $(\Delta) // (P)$ và $(\Delta) // (Q)$ nên vector chỉ phương của (Δ) là $\vec{a} = [\vec{n}_1, \vec{n}_2] = (-4; 6; 7)$

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ)
$$\begin{cases} x=2-4t \\ y=3+6t; t \in \mathbb{R} \\ z=1+7t \end{cases}$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$, $B(2;b;c)$, mặt phẳng $(\alpha): x+3y-2z+5=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$. Khi đó, để đường thẳng d đi qua hai điểm A, B , song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ thì $b+c$ bằng:



Lời giải

Trả lời: -1

Mặt phẳng (α) có VTPT là $\vec{n} = (1; 3; -2)$.

Đường thẳng Δ có VTCP là $\vec{u} = (3; 2; 1)$.

Vì đường thẳng d song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ nên VTCP của d là $\vec{u}_d = [\vec{n}, \vec{u}] = (7; -7; -7)$ hay $\vec{u}_d = (-1; 1; 1)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm A , song song với mặt phẳng (α) và vuông góc với đường thẳng Δ là: $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Vì $B \in d$ nên: $\frac{2-1}{-1} = \frac{b+2}{1} = \frac{c-3}{1} \Rightarrow \begin{cases} b = -3 \\ c = 2 \end{cases}$.

Vậy $b+c = -1$.

Câu 11: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(\alpha): ax+by+cz+10=0$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai đường

thẳng $d: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+2t \\ z = -t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = -1+2t' \\ y = 4+2t' \\ z = -1-t' \end{cases}$. Khi đó $a+b+c$ bằng:

Lời giải

Trả lời: -1

$d: \begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+2t \\ z = -t \end{cases}$ có VTCP là $\vec{u}_d = (1; 2; -1)$.

$d': \begin{cases} x = -1+2t' \\ y = 4+2t' \\ z = -3+t' \end{cases}$ có VTCP là $\vec{u}_{d'} = (2; 2; 1)$.

Gọi $A = d \cap d' \Rightarrow \begin{cases} -1+t = -1+2t' \\ 2+2t = 4+2t' \\ -t = -3-t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-2t' = 0 \\ 2t-2t' = 2 \\ -t-t' = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t' = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow A(1; 6; -2)$.

Vì mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng d và d' nên (α) có VTPT là

$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (4; -3; -2)$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha): 4(x-1)-3(y-6)-2(z+2)=0 \Leftrightarrow 4x-3y-2z+10=0$

$\Rightarrow a+b+c+d = 4+(-3)+(-2) = -1$.

Câu 12: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (α) và $B(3; a; 2a)$. Biết mặt phẳng (α) chứa hai đường thẳng

$d: \begin{cases} x = -1+5t \\ y = 2-4t \\ z = 3+3t \end{cases}$ và đường thẳng $d': \begin{cases} x = 2+5t \\ y = -4t \\ z = 5+3t \end{cases}$. Khi đó để điểm B thuộc mặt phẳng (α) thì giá trị của

a bằng:



Lời giải

Trả lời: 4

$$d: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases} \text{ có VTCP là } \vec{u} = (5; -4; 3) \text{ và đi qua điểm } A(-1; 2; 3).$$

$$d': \begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = -4t \\ z = 5 + 3t \end{cases} \text{ có VTCP là } \vec{u} = (5; -4; 3) \text{ và đi qua điểm } B(2; 0; 5).$$

$$\overrightarrow{AB} = (3; -2; 2)$$

Vì mặt phẳng (α) chứa đường thẳng d và d' nên (α) có VTPT là

$$\vec{n}_{(\alpha)} = [\vec{u}_d, \vec{u}_{d'}] = (2; 1; -2).$$

Phương trình mặt phẳng (α) có VTPT $\vec{n}_{(\alpha)} = (2; 1; -2)$ và đi qua điểm $A(-1; 2; 3)$ là:

$$2(x+1) + (y-2) - 2(z-3) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z + 6 = 0$$

$$B \in (\alpha) \Rightarrow 2.3 + a - 2.2a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mắt một người quan sát đặt ở điểm $M(1; 2; -2)$ và vật quan sát đặt ở điểm $N(-2; 0; 2)$. Một tấm bia chắn đường truyền của ánh sáng có dạng hình tròn với tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính bằng 4 và đặt trong mặt phẳng Oxy . Tọa độ điểm chắn tầm nhìn của người đó là $D(a; b; c)$. Tính $a.b + c$ bằng:

Lời giải

Trả lời: 16

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = (-3; -2; 4) \Rightarrow MN = \sqrt{29}.$$

Phương trình đường thẳng MN đi qua điểm $N(-2; 0; 2)$ và có VTCP là $\overrightarrow{MN} = (-3; -2; 4)$ là:

$$\begin{cases} x = -2 - 3t \\ y = -2t \\ z = 2 + 4t \end{cases}.$$

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$

Tọa độ điểm chắn tầm nhìn của người đó là $D(a; b; 0) \Rightarrow 2 + 4t = 0 \Leftrightarrow t = -2.$

$$\Rightarrow D(4; 4; 0).$$

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{MD} = (3; 2; 2) \Rightarrow MD = \sqrt{17}.$$

Vì $MD < MN \Rightarrow D$ nằm giữa M và N .

$\Rightarrow D(4; 4; 0)$ là điểm chắn tầm nhìn của người đó

Vậy $a.b + c = 16.$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 2; -4)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi H là hình chiếu của A trên đường thẳng d_1 . Đường thẳng AH có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; b; c)$ với $b, c \in \mathbb{Z}$. Khi đó $b + c$ bằng



Lời giải

Trả lời: 1

Ta có phương trình tham số của d_1 là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$$

Đường thẳng d_1 có một vector chỉ phương là $\vec{u}_1 = (1; -1; 2)$

Điểm $H \in d_1$ nên $H(2+t; 1-t; -1+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = (2+t; -1-t; 3+2t)$.

Vì H là hình chiếu của A trên đường thẳng d_1 nên $\overrightarrow{AH} \perp \vec{u}_1 \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \vec{u}_1 = 0$ hay

$$(2+t) \cdot 1 + (-1-t) \cdot (-1) + (3+2t) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow 6t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{3}{2}$$

Khi đó $\overrightarrow{AH} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Vì $a, b, c \in \mathbb{Z}$ nên đường thẳng AH có một vector chỉ phương là $\vec{u} = 2\overrightarrow{AH} = (1; 1; 0)$.

Vậy $b + c = 1 + 0 = 1$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$ có hình chiếu vuông góc trên các trục Ox , Oy , Oz là B , C , D . Gọi H là trực tâm tam giác BCD . Phương trình chính tắc của đường thẳng OH có dạng $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{6}$. Khi đó $a + b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 5

Ta có $B(2; 0; 0)$, $C(0; -3; 0)$, $D(0; 0; 5)$.

Mặt phẳng (BCD) có phương trình $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$ hay $15x - 10y + 6z - 60 = 0$.

H là trực tâm tam giác BCD nên $OH \perp (BCD)$. Do đó OH có một vector chỉ phương $\vec{u} = (15; -10; 6)$.

Vậy phương trình chính tắc của OH là $\frac{x}{15} = \frac{y}{-10} = \frac{z}{6}$. Suy ra $a = 15; b = -10 \Rightarrow a + b = 15 - 10 = 5$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và mặt phẳng $(\alpha): x - 2y - 2z + 5 = 0$. Điểm $A(a; b; c)$ có hoành độ dương thuộc đường thẳng d sao cho khoảng cách từ A đến (α) bằng 3. Tính tổng $a + b - c$?

Lời giải

Trả lời: 1

Điểm A có hoành độ dương thuộc đường thẳng d , tọa độ A là $(2t; -t; -1+t)$ với $t > 0$.

Khoảng cách từ A đến (α) bằng 3 nên ta có:
$$\frac{|2t - 2(-t) - 2(-1+t) + 5|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 3$$



$$\Leftrightarrow \frac{|2t+7|}{3} = 3 \Leftrightarrow |2t+7| = \pm 9 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -8 (L) \\ t = 1 (TM) \end{cases}$$

Vậy tọa độ A là $(2; -1; 0) \Rightarrow a+b-c = 2-1-0=1$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 4+t \\ y = -4-t \\ z = 6+2t \end{cases}; d_2: \frac{x-5}{2} = \frac{y-11}{4} = \frac{z-5}{2}$. Đường thẳng

d đi qua $A(5; -3; 5)$ cắt d_1, d_2 lần lượt ở B, C . Tính tỉ số $\frac{AB}{AC}$

Lời giải

Trả lời: 0,5

$$B \in d_1 \Rightarrow B(4+t; -4-t; 6+2t). \text{ Phương trình tham số } d_2: \begin{cases} x = 5+2s \\ y = 11+4s \\ z = 5+2s \end{cases}$$

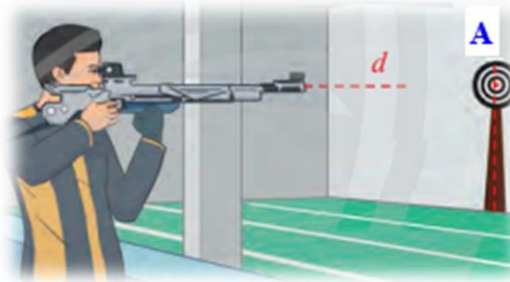
$$C \in d_2 \Rightarrow C(5+2s; 11+4s; 5+2s). \text{ Khi đó: } \overrightarrow{AB} = (-1+t; -1-t; 2t+1); \overrightarrow{AC} = (2s; 4s+14; 2s)$$

$$\text{Do } A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \text{ cùng phương} \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t-1=2ks \\ -t-1=4ks+14k \\ 2t+1=2ks \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-2 \\ s=-3 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Do đó } \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Câu 18: Một phần mềm mô phỏng vận động viên đang tập bắn súng trong không gian $Oxyz$. Cho biết trục d của nòng súng có phương trình: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5}$ và hồng tâm $A(8; -19; 6m+4)$. Hỏi m bằng bao nhiêu vận động viên có bắn trúng hồng tâm.



Lời giải

Trả lời: -6

Để vận động viên có bắn trúng hồng tâm thì trục d phải đi qua hồng tâm. Ta thay điểm $A(8; -19; 6m+4)$ vào phương trình trục d :

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-3}{-5} \Leftrightarrow \frac{8-1}{1} = \frac{-19-2}{-3} = \frac{6m+4-3}{-5} = 7 \Leftrightarrow 6m = -36 \Leftrightarrow m = -6.$$

Vậy $m = -6$ thì vận động viên bắn trúng hồng tâm.



Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.



Lời giải

Trả lời: 6

Phương trình tham số của đường cáp là: $d: \begin{cases} x = -2 \\ y = 1 - 2k \\ z = 5 + 6k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{R})$

Do tốc độ chuyển động của cabin là 4 m/s nên độ dài $AM = 4t$ (m).

Vì vậy sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M thì $AM = 4.5 = 20$ (m).

Vì $M \in d \Rightarrow M(-2; 1-2k; 5+6k)$

$\overrightarrow{AM}(0; -2k; 6k)$. Do 2 vectơ $\overrightarrow{AM}; \vec{u}$ cùng hướng $k > 0$

$$AM = 20 \Leftrightarrow \sqrt{0^2 + 4k^2 + 36k^2} = 20 \Leftrightarrow 40k^2 = 400 \Leftrightarrow k = \pm\sqrt{10}$$

Vì $k > 0 \Rightarrow k = \sqrt{10}$.

Vậy tọa độ $M(-2; 1-2\sqrt{10}; 5+6\sqrt{10})$. Khi đó $a+3b+c = -2+3(1-2\sqrt{10})+5+6\sqrt{10} = 6$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, nhà công vụ của một trạm hải đăng nằm trên mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và phương trình trạm hải đăng là đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Người ta muốn làm một con đường Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với trạm hải đăng. Giả sử phương trình đường thẳng Δ có dạng $\frac{x-1}{a} = \frac{y-b}{-1} = \frac{z-d}{c}$. Hỏi có bao nhiêu số trong các số a, b, c, d chia hết cho 3



Lời giải

Trả lời: 1

Ta có $\vec{u}_\Delta = (2; 1; 3)$ là VTCP của d và $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; 1)$ là VTPT của (P) .

Gọi $A = d \cap \Delta$. Do $\Delta \subset (P)$ nên $A = d \cap (P)$.

$$\text{Suy ra tọa độ } A \text{ thỏa hệ: } \begin{cases} x+2y+z-4=0 \\ \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1; 1).$$

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc-tơ chỉ phương của Δ . Lại có: $\begin{cases} \Delta \subset (P) \\ \Delta \perp d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u}_\Delta \perp \vec{n}_{(P)} \\ \vec{u}_\Delta \perp \vec{u}_d \end{cases}$ ta chọn

$$\vec{u}_\Delta = [\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d] = (5; -1; -3).$$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3} \Rightarrow a=5; b=1; c=-3; d=1$

Vậy có 1 số chia hết cho 3.

Câu 21: Tại một nút giao thông có 2 con đường khác mức. Trên thiết kế, trong không gian Oxyz hai con đường đó thuộc hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$; $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-3}$.



Người ta muốn tạo một con đường Δ cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho AB nhỏ nhất. Tính độ dài AB , kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.



Lời giải

Trả lời: 2,45

Ta có AB ngắn nhất khi AB là đoạn vuông góc chung của d_1 và d_2 .

Gọi $A(2+a; 2+a; -a) \in d_1; B(2+b; -1+2b; -3b) \in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}(b-a; 2b-a-3; -3b+a)$.

d_1, d_2 lần lượt có các véc tơ chỉ phương là $\vec{u}_{d_1} = (1; 1; -1)$ và $\vec{u}_{d_2} = (1; 2; -3)$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_1} = 0 \\ \overrightarrow{AB} \cdot \vec{u}_{d_2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1(b-a) + 1(2b-a-3) - 1(-3b+a) = 0 \\ 1(b-a) + 2(2b-a-3) - 3(-3b+a) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6b-3a-3=0 \\ 14b-6a-6=0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(1; 1; 1) \\ B(2; -1; 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1; -2; -1)$$

Do đó $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6} \simeq 2,45$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=-5+t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=0 \\ y=4-2t' \\ z=5+3t' \end{cases}$. Đường

vuông góc chung của hai đường thẳng d và d' đi qua điểm $K(6; m; n)$. Tính $m+n$.

Lời giải

Trả lời: -7

Giả sử AB là đường vuông góc chung của d và d' với $A \in d, B \in d'$.

Ta có $\vec{u}_d = (1; 0; 1), \vec{u}_{d'} = (0; -2; 3)$

$$\begin{cases} A(1+t; 0; -5+t) \\ B(0; 4-2t'; 5+3t') \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (t+1; 2t'-4; t-3t'-10).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} d \perp AB \\ d' \perp AB \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{u}_d \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \\ \vec{u}_{d'} \cdot \overrightarrow{BA} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (t+1) + (t-3t'-10) = 0 \\ -2(2t'-4) + 3(t-3t'-10) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t' = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A(4; 0; -2) \\ B(0; 6; 2) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{BA} = (4; -6; -4) \Rightarrow \vec{u} = (-2; 3; 2) \text{ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng } AB.$$

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: \frac{x-4}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z+2}{2}.$$

$$\text{Đường thẳng } AB \text{ đi qua } K(6; m; n) \text{ nên } \frac{6-4}{-2} = \frac{m}{3} = \frac{n+2}{2} \Rightarrow m = -3, n = -4.$$

Vậy $m+n = -7$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oyz) có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1; b; c)$. Tính $b+c$.

Lời giải

Trả lời: -1

Gọi $A = d \cap (Oyz)$, tọa độ điểm A là nghiệm của hệ phương trình



$$\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1} \\ x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=-1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow A(0; -1; 2).$$

Lấy điểm $B(1; 1; 1) \in (d)$.

Gọi B' là điểm đối xứng với B qua $(Oyz) \Rightarrow B'(-1; 1; 1)$.

Do đó đường thẳng d' là đường thẳng qua $A(0; -1; 2)$ nhận $\overrightarrow{AB'} = (-1; 2; -1)$ làm vector chỉ phương.

Khi đó, $\vec{u} = (1; b; c)$ cùng phương với $\overrightarrow{AB'} = (-1; 2; -1) \Rightarrow \vec{u} = (1; -2; 1) \Rightarrow b + c = -2 + 1 = -1$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$.

Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; -4)$. Tính $a + b$

Lời giải

Trả lời: 3

Tọa độ giao điểm A của d và (P) thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1} \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow A(0; 1; 2).$$

Lấy điểm $B(1; 2; 1) \in d$. Gọi H là hình chiếu của B trên (P) .

$$\text{Phương trình } BH: \begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$$

Do $H = BH \cap (P)$ nên tọa độ điểm H thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} x=1+t \\ y=2+2t \\ z=1+t \\ x+2y+z-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{4}{3} \\ z = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \left(\frac{2}{3}; \frac{1}{3}; -\frac{4}{3}\right).$$

Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên $(P) \Rightarrow d'$ đi qua A và H

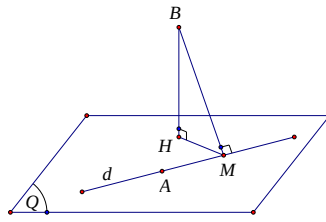
$\Rightarrow d'$ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -4) = (a; b; -4)$.

Vậy $a + b = 3$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(-3; 0; 1)$, $B(0; -1; 3)$. Đường thẳng d đi qua A và song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng đó là nhỏ nhất. Biết đường thẳng d nhận $\vec{u} = (2; a; b)$ làm vector chỉ phương. Tính ab

Lời giải

Trả lời: 0



Gọi (Q) là mặt phẳng chứa điểm A và song song với mặt phẳng (P) .

Vì d đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) nên d nằm trong mặt phẳng (Q) .

Gọi H, M lần lượt là hình chiếu của B trên mặt phẳng (Q) và đường thẳng d . Khi đó $d(B, d) = BM$.

Ta luôn có $BM \geq BH$ vậy BM nhỏ nhất $\Leftrightarrow BM = BH \Leftrightarrow M \equiv H$ hay đường thẳng d đi qua điểm A và H .

Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng $(Q) \Rightarrow \Delta$ có phương trình:

$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$

Ta có: $H \in \Delta \Rightarrow H(t; -1 - 2t; 3 + 2t)$.

Mà $H \in (Q) \Leftrightarrow t - 2(-1 - 2t) + 2(3 + 2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow H(-1; 1; 1)$.

d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AH} = (2; 1; 0) \Rightarrow \vec{u} = (2; a; b) = (2; 1; 0)$.

Vậy $a \cdot b = 0$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 1), B(2; -2; 1), C(4; 2; 3)$. Gọi d là đường thẳng đi qua tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) . Đường thẳng d đi qua điểm $M(a; b; -1)$, khi đó $a + b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 7

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; 0), \overrightarrow{AC} = (2; 2; 2)$.

VTPT $\vec{n}_{(ABC)} = (-4; 0; 4) = -4(1; 0; -1)$.

Phương trình mặt phẳng $(ABC): x - z - 1 = 0$ (1)

Gọi M là trung điểm AB , suy ra $M(2; -1; 1)$.

Gọi (α) là mặt phẳng trung trực của đoạn AB . Khi đó $(\alpha): y + 1 = 0$ (2)

Gọi N là trung điểm AC , suy ra $N(3; 1; 2)$.

Gọi (β) là mặt phẳng trung trực của đoạn AC . Khi đó $(\beta): x + y + z - 6 = 0$ (3)

$$\text{Từ (1), (2), (3) ta có hệ } \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y + 1 = 0 \\ x + y + z - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}$$

Suy ra tọa độ $I(4; -1; 3)$.



Phương trình tham số của đường thẳng d :
$$\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Đường thẳng d đi qua điểm $M(a; b; -1)$ suy ra $t = 4 \Rightarrow M(8; -1; -1)$.

Suy ra $a + b = 7$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình đường phân giác trong góc A là: $\frac{x}{1} = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-6}{-3}$. Biết rằng điểm $M(0; 5; 3)$ thuộc đường thẳng AB và điểm $N(1; 1; 0)$ thuộc đường thẳng AC . Biết vector $\vec{u} = (a; b; 3)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AC . Tính $a + b$ bằng

Lời giải

Trả lời: 1

Phương trình tham số của đường phân giác trong góc A :
$$\begin{cases} x = t \\ y = 6 - 4t \\ z = 6 - 3t \end{cases} (d)$$

Gọi D là điểm đối xứng với M qua (d) . Khi đó $D \in AC \Rightarrow$ đường thẳng AC có một vector chỉ phương là $\overrightarrow{ND}$.

* Ta xác định điểm D .

Gọi K là giao điểm MD với (d) . Ta có $K(t; 6 - 4t; 6 - 3t)$; $\overrightarrow{MK} = (t; 1 - 4t; 3 - 3t)$.

Ta có $\overrightarrow{MK} \perp \vec{u}_d$ với $\vec{u}_d = (1; -4; -3)$ nên $t - 4(1 - 4t) - 3(3 - 3t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

$K\left(\frac{1}{2}; 4; \frac{9}{2}\right)$. K là trung điểm MD nên
$$\begin{cases} x_D = 2x_K - x_M \\ y_D = 2y_K - y_M \\ z_D = 2z_K - z_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 3 \\ z_D = 6 \end{cases} \text{ hay } D(1; 3; 6).$$

Một vector chỉ phương của AC là $\overrightarrow{DN} = (0; -2; -6)$. Hay $\vec{u} = (0; 1; 3)$ là vector chỉ phương.

Vậy $a + b = 0 + 1 = 1$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương $\vec{u} = (-8; -6; 0)$ với tốc độ là $10m/s$ (Đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).





Giả sử sau $t(s)$ kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm N . Một người đứng tại điểm $O(0;0;0)$ quan sát cabin chạy trên cáp treo, sau thời gian bao nhiêu giây thì khoảng cách giữa người quan sát và cabin gần nhau nhất (đơn vị giây)?

Lời giải

Trả lời: 0,98

Do tốc độ của cabin là $10m/s$ nên độ dài $AN = 10t m$.

Do hai véc tơ $\overrightarrow{AN}$ và $\vec{u}$ cùng phương nên $\overrightarrow{AN} = k\vec{u}$ với k là số thực dương nào đó.

Suy ra: $|\overrightarrow{AN}| = k|\vec{u}| = k\sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = 10k$.

Suy ra $t = k$, vì thế $\overrightarrow{AN} = k\vec{u} = t\vec{u} = (-8t; -6t; 0)$.

Gọi $N(a; b; c) \Rightarrow \overrightarrow{AN} = (a - 10; b - 3; c)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} a - 10 = -8t \\ b - 3 = -6t \\ c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 10 - 8t \\ b = 3 - 6t \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow N(10 - 8t; 3 - 6t; 0).$$

Khoảng cách giữa người quan sát và cabin bằng độ dài đoạn

$$ON = \sqrt{(10 - 8t)^2 + (3 - 6t)^2} = \sqrt{100t^2 - 196t + 109}.$$

Ta có $100t^2 - 196t + 109$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = \frac{196}{2 \cdot 100} = \frac{49}{50} = 0,98 s$.

Câu 29: Trong một khu du lịch, người ta cho du khách trải nghiệm thiên nhiên bằng cách đu theo đường trượt zipline từ vị trí A cao $15m$ của tháp 1 này sang vị trí B cao $10m$ của tháp 2 trong khung cảnh tuyệt đẹp xung quanh.



Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị: mét), tọa độ của $A(6; 5; 15)$ và $B(19; 20; 10)$. Biết tọa độ du khách khi ở độ cao 13 mét là $(a; b; c)$. Tính $P = 10a - b + 3c$.

Lời giải

Trả lời: 140

Ta có $\overrightarrow{AB} = (13; 15; -5)$.



Phương trình tham số chứa đường zipline là $d: \begin{cases} x = 6 + 13t \\ y = 5 + 15t \\ z = 15 - 5t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

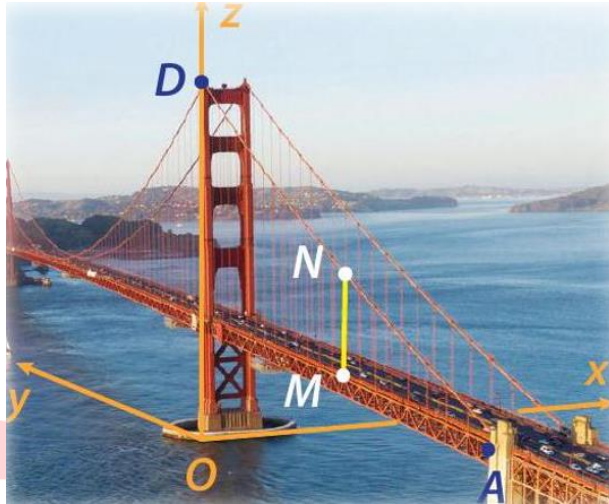
Gọi $C(x_C; y_C; 13)$ là tọa độ của du khách đang ở độ cao 13 mét.

Ta có $C \in d$ và $z_C = 13$ khi đó $13 = 15 - 5t \Leftrightarrow t = \frac{2}{5}$.

$$x_C = 6 + 13 \cdot \frac{2}{5} = \frac{56}{5}; \quad y_C = 5 + 15 \cdot \frac{2}{5} = 11.$$

Vậy tọa độ của du khách là $C\left(\frac{56}{5}; 11; 13\right)$. Khi đó $P = 10a - b + 3c = 10 \cdot \frac{56}{5} - 11 + 3 \cdot 13 = 140$.

Câu 30: Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là bề của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ.



Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz), trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $326m$, điểm A cách mặt nước $82m$ và cách trục Oz $352m$. Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước $82m$ và MN song song với cột trụ. Tính độ dài đoạn MN , biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng $250m$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn phân chục).

Lời giải

Trả lời: 70,7

Ta có $A \in (Oyz)$ và A cách mặt nước $82m$ và cách trục Oz một khoảng $352m \Rightarrow A(0; 352; 82)$.

Điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $326m \Rightarrow D(0; 0; 326) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (0; -352; 244)$.

Phương trình đường thẳng AD là $\begin{cases} x = 0 \\ y = -352t \\ z = 326 + 244t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$

Vì $N \in AD \Rightarrow N(0; -352t; 326 + 244t)$.

Điểm M trên thành cầu, M cách mặt nước $82m$ và cách trục Oz một khoảng bằng $250m$ nên tọa độ điểm M là $M(0; 250; 82) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; -352t - 250; 244 + 244t)$.



$$MN \text{ song song với cột trụ} \Rightarrow MN \perp Oy \Rightarrow \overrightarrow{MN} \cdot \vec{j} = 0 \Rightarrow -352t - 250 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{125}{176}.$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(0; 0; \frac{3111}{44}\right) \Rightarrow MN = \frac{3111}{44} \approx 70,7 \text{ m}.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+3y-z-1=0$. Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm I . Tính OI (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Trả lời: 5,2

Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -t \\ z = -2 + 3t \end{cases}.$$

Đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại điểm $I \Leftrightarrow \begin{cases} I \in d \\ I \in (P) \end{cases}.$

Ta có $I \in d \Leftrightarrow I(3+2t; -t; -2+3t)$.

Vì $I(3+2t; -t; -2+3t) \in (P)$ nên ta có: $3+2t-3t+2-3t-1=0 \Leftrightarrow -4t=-4 \Leftrightarrow t=1$.

Vậy $I(5; -1; 1)$. Suy ra $OI = \sqrt{5^2 + (-1)^2 + 1} = 3\sqrt{3} \approx 5,2$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ vị trí điểm $A(3;1;7)$ và chuyển động đều trên đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}(2;-1;2)$ với tốc độ không đổi là 5 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 6 giây kể từ lúc xuất phát, cabin chuyển động theo hướng của vectơ $\vec{u}$ đến vị trí điểm $B(a;b;c)$. Tính $a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: 41

Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 7 + 2t \end{cases}.$$

Do tốc độ của cabin là 5 m/s nên sau 6 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến vị trí điểm B nên độ dài $AB = 5 \cdot 6 = 30 \text{ m}$.

Ta có B thuộc đường cáp nên $B(3+2t; 1-t; 7+2t)$. Có $AB = \sqrt{9t^2} = 30 \Leftrightarrow t = \pm 10$.

Vì cabin chuyển động theo hướng của vectơ $\vec{u}$ đến vị trí điểm B nên $t > 0$.

Suy ra $t = 10 \Rightarrow B(23; -9; 27)$. Suy ra $a+b+c = 23-9+27 = 41$.

Câu 33: Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân của tháp trung tâm kiểm soát không lưu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (được coi là phẳng), trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz vuông góc với mặt đất hướng thẳng đứng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí A cách vị trí trung tâm kiểm soát không lưu 5 km về phía tây và 4 km về phía nam, đồng thời cách mặt đất 3 km đến vị trí điểm B cách vị trí trung tâm kiểm soát không lưu 2 km về phía bắc và 3 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 1 km. Máy



bay hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Khoảng cách từ vị trí hạ cánh của máy bay đến vị trí chân của tháp trung tâm kiểm soát không lưu bằng bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Trả lời: 8,6

Ta có $A(5; 4; 3)$, $B(-3; -2; 1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-8; -6; -2)$. Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (4; 3; 1)$.

Phương trình đường thẳng AB là: $\frac{x-5}{4} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-3}{1}$.

Vì M thuộc AB nên tồn tại số thực t sao cho $M(5+4t; 4+3t; 3+t)$.

Ngoài ra, M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $3+t=0 \Leftrightarrow t=-3$.

Suy ra $M(-7; -5; 0)$.

Khoảng cách từ vị trí hạ cánh của máy bay đến vị trí chân của tháp trung tâm kiểm soát không lưu là

$$OM = \sqrt{(-7)^2 + (-5)^2} \approx 8,6 \text{ km}$$

Câu 34: Anh Bình là một nhiếp ảnh gia chuyên săn ảnh chim hoang dã. Giả sử với hệ trục $Oxyz$ cho trước, anh Bình đang ngắm và ống kính ở vị trí $A(200; 685; 436)$ thì có một con gà lôi tía xuất hiện ở vị trí B có tọa độ $B(640; 550; 474)$. Biết đường thẳng chứa đoạn thẳng nối vị trí ống kính ngắm của anh Bình và con gà lôi tía đi qua điểm $N(a; 820; c)$. Tính $P = a + 2c$.

Lời giải

Trả lời: 556

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Vì Δ đi qua A, B nên có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB} = (440; -135; 38)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = 200 + 440t \\ y = 685 - 135t, t \in \mathbb{R} \\ z = 436 + 38t \end{cases}$$

$$\text{Điểm } N(a; 820; c) \text{ thuộc } \Delta \text{ nên ta có } \begin{cases} a = 200 + 440t \\ 820 = 685 - 135t \\ c = 436 + 38t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -240 \\ t = -1 \\ c = 398 \end{cases} \Rightarrow N(-240; 820; 398)$$

Vậy $P = a + 2c = 556$.

Câu 35: Trên một phần mềm đã thiết kế sân khấu 3D trong không gian $Oxyz$.



Tia sáng thứ nhất là đường thẳng d đi qua $M(0;1;0)$ và có vector chỉ phương $\vec{a}=(1;-1;2)$; tia sáng thứ hai là đường thẳng d' đi qua $M'(1;2;-2)$ và có vector chỉ phương $\vec{a}'=(5;1;-2)$. Gọi $M(a;b;c)$ là tọa độ giao điểm của hai tia sáng. Tính giá trị $2a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: -1

Phương trình tham số của d và d' lần lượt là: $d: \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=2t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=1+5t' \\ y=2+t' \\ z=-2-2t' \end{cases}$

$$\text{Xét hệ phương trình } \begin{cases} t=1+5t' \\ 1-t=2+t' \\ 2t=-2-2t' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t-5t'=1 \\ -t-t'=1 \\ 2t+2t'=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-\frac{2}{3} \\ t'=-\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } M\left(-\frac{2}{3}; \frac{5}{3}; -\frac{4}{3}\right).$$

$$\text{Vậy } 2a+b+c=2\left(-\frac{2}{3}\right)+\frac{5}{3}-\frac{4}{3}=-1.$$

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{u}=(91;75;0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a;b;c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính $T=a+b+c$.

Lời giải

Trả lời: -367

Ta có $E(-688+91t;-185+75t;8)$ với $t \geq 0$.

E là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình

$$\Rightarrow OE = 417 \Leftrightarrow (-688+91t)^2 + (-185+75t)^2 + 8^2 = 417^2 \Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t=3 \\ t=8 \end{cases}$$

Vì E là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình $\Rightarrow t=3 \Rightarrow E(-415;40;8)$.

$$\text{Vậy } a=-415; b=40; c=8 \Rightarrow a+b+c=-367$$

Câu 37: Trên một sân khấu đã thiết lập sẵn một hệ tọa độ $Oxyz$. Tính góc giữa tia sáng



có phương trình $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 2t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ và mặt sàn sân khấu có phương trình $z = 0$. (kết quả tính theo đơn vị

radian, và làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời: 0,79

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $\vec{a} = (0; 1; 1)$.

Mặt phẳng (P) có vector pháp tuyến là $\vec{b} = (0; 0; 1)$.

$$\sin(d, (P)) = \frac{|0 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Vậy góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $\frac{\pi}{4} \approx 0,79$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0; 0; 0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu qua hai vị trí $A(-500; -250; 150)$, $B(-200; -200; 100)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $(a; b; c)$. Giá trị của biểu thức $38a - 19b - 19c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Trả lời: 3300

Ta có $\overrightarrow{AB} = (300; 50; -50)$ nên $\vec{u} = (6; 1; -1)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB \text{ là } \begin{cases} x = -500 + 6t \\ y = -250 + t \\ z = 150 - t \end{cases}.$$

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó $H(6t - 500; t - 250; -t + 150)$.

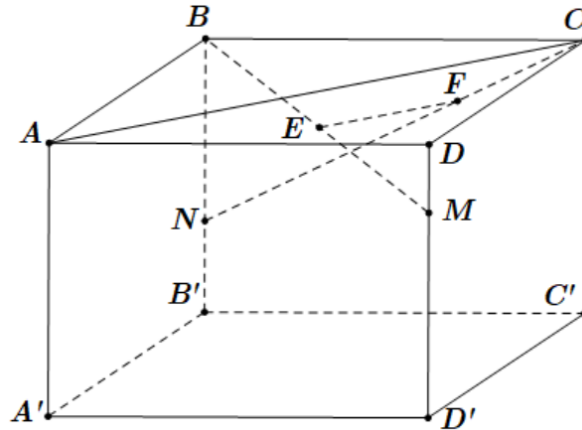
$$\text{Ta có } \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = (6t - 500) \cdot 6 + t - 250 + (-t + 150) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1700}{19}.$$

$$\text{Suy ra tọa độ của vị trí máy bay khi đó là } \left(\frac{700}{19}; -\frac{3050}{19}; \frac{1150}{19} \right).$$

$$\text{Vậy } 38a - 19b - 19c = 1400 + 3050 - 1150 = 3300.$$



Câu 39: Phòng khách nhà bác Việt có dạng là một hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 6\text{ m}$, $BC = 7\text{ m}$, $AA' = 3\text{ m}$. Để chuẩn bị đón Tết Nguyên Đán bác lên kế hoạch trang trí cho phần không gian của phòng khách bằng các dây đèn trang trí NC, BM, EF được mắc như hình vẽ sau:

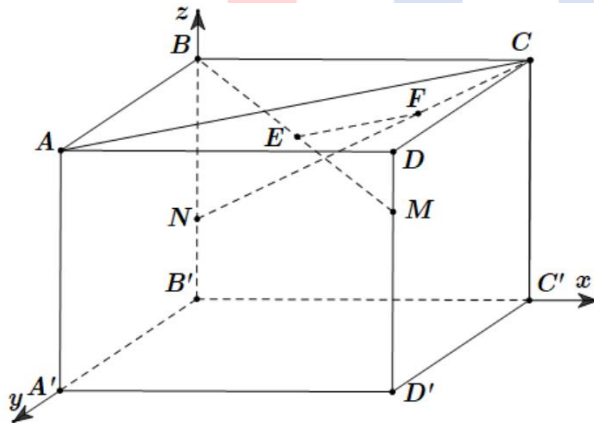


Biết rằng EF song song với AC và $BN = 2\text{ m}$; $DM = 1\text{ m}$. Giá mỗi mét dây đèn trang trí là 70000 đồng. Hỏi số tiền bác Việt cần dùng để mua dây đèn trang trí là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 1,42

Ta có:
$$\begin{cases} BD^2 = AB^2 + AD^2 = 6^2 + 7^2 = 85 \\ BM = \sqrt{BD^2 + DM^2} = \sqrt{85 + 1^2} = \sqrt{86} \\ CN = \sqrt{BN^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 7^2} = \sqrt{53} \end{cases}$$



Gắn hệ trục tọa độ không gian $(Oxyz)$, với $O \equiv B'$ như hình vẽ trên.

Ta có $A(0;6;3), C(7;0;3), B(0;0;3), M(7;6;2), N(0;0;1)$ và $\overrightarrow{AC} = (7; -6; 0)$.

Phương trình BM qua $B(0;0;3)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{BM} = (7;6;-1)$ là
$$\begin{cases} x = 7t \\ y = 6t \\ z = 3 - t \end{cases}$$

Phương trình CN qua $N(0;0;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{NC} = (7;0;2)$ là
$$\begin{cases} x = 7t' \\ y = 0 \\ z = 1 + 2t' \end{cases}$$



Ta có:
$$\begin{cases} E \in BM \\ F \in CN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} E(7t; 6t; -t+3) \\ F(7t'; 0; 2t'+1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{EF} = (7t' - 7t; -6t; 2t' + t - 2).$$

Vì EF song song với AC nên $\overrightarrow{EF}$ và $\overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \exists k \neq 0: \overrightarrow{EF} = k \cdot \overrightarrow{AC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7t' - 7t = 7k \\ -6t = -6k \\ 2t' + t - 2 = 0k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t' = \frac{4}{5} \\ t = \frac{2}{5} \\ k = \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{EF} = \left(\frac{14}{5}; \frac{-12}{5}; 0 \right) \Rightarrow EF = \sqrt{\left(\frac{14}{5} \right)^2 + \left(\frac{-12}{5} \right)^2 + 0^2} = \frac{2\sqrt{85}}{5}.$$

Vậy số tiền (triệu đồng) bác Việt cần dùng để mua dây đèn trang trí là:

$$(NC + BM + EF) \cdot 0,09 = \left(\sqrt{53} + \sqrt{86} + \frac{2\sqrt{85}}{5} \right) \cdot 0,07 \approx 1,42 \text{ (triệu đồng)}.$$

