



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN



LÝ THUYẾT.

I. XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN:

1. Định nghĩa

Cho hai biến cố A và B . Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của A với điều kiện B , kí hiệu là $P(A|B)$

2. Công thức tính xác suất có điều kiện:

Cho hai biến cố A và B bất kì, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Nếu hai biến cố A và B độc lập thì

$$+ P(A|B) = P(A) \text{ và } P(B|A) = P(B).$$

$$+ P(\bar{A}|B) = P(\bar{A}) \text{ và } P(A|\bar{B}) = P(A).$$

II. CÔNG THỨC NHÂN XÁC SUẤT:

Cho hai biến cố A và B bất kì, khi đó ta có công thức nhân xác suất:

$$P(AB) = P(B).P(A|B) = P(A).P(B|A).$$

Trong đó biến cố AB là biến cố cả A và B cùng xảy ra.



HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.

$$1. \text{ Xác suất điều kiện: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$$

$$2. \text{ Công thức nhân xác suất: } P(A \cap B) = P(A).P(A|B) = P(B).P(B|A)$$

✓ **Chú ý 1:** Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0 < P(A) < 1$; $0 < P(B) < 1$.

$$\gg P(A) = P(A|B) = P(A|\bar{B})$$



$$\gg P(B) = P(B|A) = P(B|\bar{A})$$

✓ **Chú ý 2:**

$$\gg P(A) + P(\bar{A}) = 1$$

$$\gg P(A|B) + P(\bar{A}|B) = 1$$

$$\gg P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$$

$$\gg P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$$

» Cách ghi $P(A \cap B)$ với $P(AB)$ hoàn toàn như nhau.

✓ **Chú ý 3:**

» Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

DẠNG 1. TÍNH XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN SỬ DỤNG CÔNG THỨC.

Phương pháp

Cho hai biến cố A và B .

Xác suất của biến cố A , tính trong điều kiện biết rằng biến cố B đã xảy ra, được gọi là xác suất của biến A với điều kiện B và kí hiệu là $P(A|B)$.

Cho hai biến cố A và B bất kỳ, với $P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Câu 1: Thư viện trường THPT Chuyên có 60% tổng số sách là sách Văn học, 18% tổng số sách là sách tiểu thuyết và là sách Văn học. Chọn ngẫu nhiên một cuốn sách của thư viện. Tính xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Sách được chọn là sách tiểu thuyết”,

B là biến cố “Sách được chọn là quyển sách về Văn học”.

AB là biến cố “Sách được chọn là sách Văn học và là sách tiểu thuyết”

Theo đề ta có $P(A) = 0,18$; $P(B) = 0,6$; $P(AB) = P(A) = 0,18$.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,18}{0,6} = \frac{3}{10}$$

Vậy xác suất để quyển sách được chọn là sách tiểu thuyết, biết rằng đó là quyển sách về Văn học là $\frac{3}{10}$.

Câu 2: Cho hai biến cố A và B có $P(\bar{A}) = 0,4$; $P(B) = 0,7$; $P(A|\bar{B}) = 0,5$. Tính $P(\bar{A}\bar{B})$ và $P(A|B)$.

Lời giải

Ta có $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,6$; $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,3$



Theo công thức nhân xác suất $P(\overline{AB}) = P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) = 0,3.0,5 = 0,15$

Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = A$ nên suy ra

$$P(AB) = P(A) - P(\overline{AB}) = 0,6 - 0,15 = 0,45$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,45}{0,7} = \frac{9}{14}$$

Câu 3: Cầu thủ C có tỷ lệ sút penalty không dẫn đến bàn thắng là 25% và tỷ lệ sút penalty bị thủ môn cản phá là 20%. Cầu thủ C sút penalty 1 lần. Tính xác suất để thủ môn cản được cú sút của cầu thủ C, biết rằng cầu thủ C sút không dẫn đến bàn thắng.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Cầu thủ C sút penalty không dẫn đến bàn thắng” và B là biến cố “Cầu thủ C sút penalty bị thủ môn cản phá”.

Ta có $P(A) = 0,25$ và $P(B) = 0,2$.

Ta có $B \subset A$ nên $P(BA) = P(B) = 0,2$.

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(BA)}{P(A)} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8.$$

Câu 4: Cho hai biến cố A và B , với $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,6$, $P(A|B) = 0,7$. Tính $P(A|\overline{B})$.

Lời giải

Ta có $P(B) = 0,6$ suy ra $P(\overline{B}) = 0,4$ và $P(AB) = P(B).P(A|B) = 0,6.0,7 = 0,42$.

Vì AB và $A\overline{B}$ là hai biến cố xung khắc và $AB \cup A\overline{B} = A$ nên ta có:

$$P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0,8 - 0,42 = 0,38.$$

$$\text{Vậy } P(A|\overline{B}) = \frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})} = \frac{0,38}{0,4} = 0,95.$$

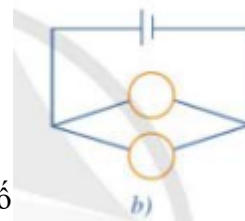
Câu 5: Có hai linh kiện điện tử xác suất để mỗi linh kiện hỏng trong một thời điểm bất kì lần lượt là 0,02 và 0,03? Hai linh kiện đó được lắp vào một mạch điện theo sơ đồ sau. Trong mỗi trường hợp, tính xác suất để trong mạch điện có dòng điện chạy qua.



Lời giải

Gọi A là b

“động tốt”, B là biến cố



“động tốt”.

$$\Rightarrow P(A) = 0,98; P(B) = 0,97$$

Trong trường hợp a (mạch mắc nối tiếp), để có dòng điện chạy qua trong mạch thì cả 2 linh kiện đều phải hoạt động tốt, do đó, xác suất để có dòng điện chạy qua là:

$$P(AB) = 0,98.0,97 = 0,9506$$

Trong trường hợp b (mạch mắc song song), để có dòng điện chạy qua trong mạch thì chỉ cần 1 trong 2 linh kiện hoạt động tốt nên xác suất để có dòng điện chạy qua là:



$$1 - P(\overline{AB}) = 1 - 0,02.0,03 = 0,9994$$

Câu 6: Một hộp chứa ba viên bi màu đỏ, xanh và vàng. Bạn Minh lấy ra một cách ngẫu nhiên một viên từ hộp, bỏ viên đó ra ngoài và lại lấy ra một cách ngẫu nhiên thêm một viên bi nữa. Xét các biến cố:

A: “Viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu đỏ”;

B: “Viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu xanh”;

C: “Viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng”.

a) Xác định không gian mẫu của phép thử. Viết tập hợp các kết quả thuận lợi cho mỗi biến cố A, B, **C**.

b) Tính xác suất để viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng, biết rằng viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu đỏ.

c) Tính xác suất để viên bi lấy ra lần thứ hai có màu vàng, biết rằng viên bi lấy ra lần thứ nhất có màu vàng.

Lời giải

a) Không gian mẫu của phép thử:

$Q = \{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{đỏ}; \text{vàng}); (\text{xanh}; \text{đỏ}); (\text{xanh}; \text{vàng}); (\text{vàng}; \text{đỏ}); (\text{vàng}; \text{xanh})\}$,

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $\{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{đỏ}; \text{vàng})\}$.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $\{(\text{xanh}; \text{đỏ}); (\text{xanh}; \text{vàng})\}$.

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho biến cố C là: $\{(\text{đỏ}; \text{vàng}); (\text{xanh}; \text{vàng})\}$.

b) Xác suất cần tìm là $P(C | A)$. Khi biến cố A xảy ra thì kết quả của phép thử là (đỏ; xanh) hoặc (đỏ; vàng). Trong hai kết quả đồng khả năng này chỉ có kết quả (đỏ; vàng) là thuận lợi cho biến cố **C**.

Vậy xác suất cần tìm là $P(C | A) = \frac{1}{2}$.

c) Xác suất cần tìm là $P(C | B)$. Khi biến cố B xảy ra thì kết quả của phép thử là (xanh; đỏ); hoặc (xanh; vàng). Trong hai kết quả đồng khả năng này chỉ có kết quả (xanh; vàng) là thuận lợi cho biến cố **C**.

Vậy xác suất cần tìm là $P(C | B) = \frac{1}{2}$.

Câu 7: Xét phép thử lấy bi ở Ví dụ 1. Gọi D là biến cố “Thẻ lấy ra lần thứ hai không là màu đỏ”. Tính $P(D|A)$ và $P(D|B)$.

Lời giải

Ta có $D = \{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{xanh}; \text{vàng}); (\text{đỏ}; \text{vàng}); (\text{vàng}; \text{xanh})\}$,



Khi đó $D|A = \{(\text{đỏ}; \text{xanh}); (\text{đỏ}; \text{vàng})\}$,

và $D|B = \{(\text{vàng}; \text{xanh})\}$,

Vậy $P(D|A) = \frac{2}{2} = 1$ và $P(D|B) = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Mỗi học sinh của lớp $10A_1$ đều biết chơi đá cầu hoặc cầu lông, biết rằng số của lớp $10A_1$ có 40, 25 em biết chơi đá cầu, 30 em biết chơi cầu lông. Chọn ngẫu nhiên 1 em của lớp $10A_1$, tính xác suất em được chọn biết chơi đá cầu, biết rằng em đó biết chơi cầu lông.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Học sinh được chọn biết chơi đá cầu” và B là biến cố “Học sinh được chọn biết chơi cầu lông”.

Số em của lớp $10A_1$ biết chơi cả hai môn là $25 + 30 - 40 = 15$.

Do đó, trong số 25 thành viên biết chơi đá cầu, có đúng 15 thành viên biết chơi cầu lông.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A|B) = \frac{15}{30} = 0,5$.

Câu 9: Một công ty bảo hiểm nhận thấy có 52% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông và có 39% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi.

a) Biết một người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông, tính xác suất người đó trên 40 tuổi.

b) Tính tỉ lệ người trên 40 tuổi trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông”, B là biến cố “Người mua bảo hiểm ô tô trên 40 tuổi”. Ta cần tính $P(B|A)$.

Do có 52% người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông nên $P(A) = 0,52$.

Do có 39% số người mua bảo hiểm ô tô là đàn ông trên 40 tuổi nên $P(AB) = 0,39$.

Vậy $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,39}{0,52} = 0,75$.

b) Trong số những người đàn ông mua bảo hiểm ô tô thì có 75% người trên 40 tuổi.

Câu 10: Cho hai biến cố A và B có $P(A) = 0,35$, $P(B) = 0,55$ và $P(A|B) = 0,4$. Tính $P(\overline{AB})$, $P(\overline{AB})$ và $P(\overline{A}|B)$

Lời giải

Theo công thức nhân xác suất, ta có $P(AB) = P(B)P(A|B) = 0,22$.



Vì $\overline{AB}$ và AB là hai biến cố xung khắc và $\overline{AB} \cup AB = B$ nên theo tính chất của xác suất, ta có $P(\overline{AB}) = P(B) - P(AB) = 0,33$.

$$P(\overline{AB}) = P(A) - P(AB) = 0,13.$$

$$P(\overline{A}|B) = \frac{P(\overline{AB})}{P(B)} = \frac{0,33}{0,55} = \frac{3}{5} = 0,6.$$

Câu 11: Một nhóm 5 học sinh nam và 7 học sinh nữ tham gia lao động trên sân trường. Cô giáo chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 bạn trong nhóm đi quét sân. Tính xác suất để ba bạn được chọn có cùng giới tính, biết rằng có ít nhất 1 bạn nữ được chọn.

Lời giải

Gọi A là biến cố “Ba bạn được chọn có cùng giới tính” và B là biến cố “Có ít nhất 1 bạn nữ được chọn”. Ta cần tính $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$.

Biến cố AB : “Ba bạn được chọn đều là nữ”. Do đó $P(AB) = \frac{C_7^3}{C_{12}^3} = \frac{7}{44}$.

Biến cố $\overline{B}$ là “Ba bạn được chọn đều là nam”. Do đó $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{21}{22}$.

Vậy $P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1}{6}$.

Câu 12: Kết quả khảo sát những bệnh nhân là học sinh bị tai nạn xe máy điện về mối liên hệ giữa việc đội mũ bảo hiểm và khả năng bị chấn thương vùng đầu cho thấy:

Tỉ lệ bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn là 60%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách khi gặp tai nạn là 90%.

Tỉ lệ bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách và bị chấn thương vùng đầu là 15%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn bao nhiêu lần?

Lời giải

Gọi A là biến cố “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn”.

B : “Bệnh nhân đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

AB : “Bệnh nhân bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn và đội mũ bảo hiểm đúng cách”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 15\% = 0,15$

$$P(B) = 90\% = 0,9$$

$$P(A) = 60\% = 0,6$$

Xác suất để HS bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn, biết HS đó đã đội mũ bảo hiểm đúng cách là



$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,9} = \frac{1}{6}$$

Vậy việc đội mũ bảo hiểm đúng cách đối với học sinh khi di chuyển bằng xe máy điện sẽ làm giảm khả năng bị chấn thương vùng đầu khi gặp tai nạn số lần là $\frac{0,6}{\frac{1}{6}} = 3,6$ lần.

Câu 13: Kết quả khảo sát về điểm số của học sinh về mối liên hệ giữa việc thức dậy sớm học bài buổi sáng và bài kiểm tra đạt điểm giỏi cho thấy.

Tỉ lệ học sinh đạt điểm giỏi là 10%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm để học bài là 30%.

Tỉ lệ học sinh thức dậy sớm và đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài là 20%.

Hỏi theo kết quả điều tra trên, việc thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên bao nhiêu lần?

Lời giải

Gọi A là biến cố “ Học sinh đạt điểm giỏi ”.

B : “Học sinh thức dậy sớm để học bài”.

AB : “Học sinh thức dậy sớm và đạt điểm giỏi và dậy sớm học bài”.

Theo đề ra ta có $P(AB) = 20\% = 0,2$.

$P(B) = 30\% = 0,3$.

$P(A) = 10\% = 0,1$.

Xác suất để HS đạt điểm giỏi, biết HS đó đã dậy sớm học bài là

$$\Rightarrow P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,2}{0,3} = \frac{2}{3}$$

Vậy thói quen thức dậy sớm để học bài sẽ làm tăng kết quả đạt điểm giỏi nên số lần là $\frac{\frac{2}{3}}{0,1} = \frac{20}{3} \approx 6,67$ lần.

Câu 14: Một hộp chứa 8 bi trắng, 2 bi đỏ. Lần lượt bốc từng bi. Giả sử lần đầu tiên bốc được bi trắng. Xác định xác suất lần thứ 2 bốc được bi đỏ.

Lời giải

Gọi A : “lần 1 bốc được bi trắng”

và B : “lần 2 bốc được bi đỏ”

Xác suất lần 2 bốc được bi đỏ khi lần 1 đã bốc được bi trắng là $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{8.9}{10.9} = \frac{4}{5}; P(A \cap B) = \frac{8.2}{10.9} = \frac{8}{45}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{8}{45}}{\frac{4}{5}} = \frac{2}{9}$$

Câu 15: Một bình đựng 5 viên bi kích thước và chất liệu giống nhau, chỉ khác nhau về màu sắc. Trong đó có 3 viên bi xanh và 2 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ bình ra một viên bi ta được viên bi màu



xanh, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được viên bi đỏ ở lần thứ hai.

Lời giải

Gọi A: “lấy viên bi thứ nhất là màu xanh”

và B: “lấy viên bi thứ hai là màu đỏ”,

Ta đi tính $P(B|A)$

$$\text{ta có: } P(A) = \frac{3.4}{5.4} = \frac{3}{5}; \quad P(A \cap B) = \frac{3.2}{5.4} = \frac{3}{10}$$

$$\text{Do đó: } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{5}} = \frac{1}{2}$$

Câu 16: Một hộp có 30 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lần thứ nhất lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó, lần thứ 2 lấy ngẫu nhiên thêm một viên bi trong hộp đó.

Gọi A là biến cố: “Lần thứ hai lấy được viên bi trắng”;

và B là biến cố: “Lần thứ nhất lấy được viên bi đen”.

Tính $P(A|B)$.

Lời giải

$$n(\Omega) = 40.39.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 39 cách chọn từ 39 viên bi còn lại.

$$\text{Do đó } n(B) = 10.39 \Rightarrow P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1}{4}.$$

Lần thứ nhất có 10 cách chọn một viên bi đen,

Lần thứ hai có 30 cách chọn bi trắng từ 30 viên bi trắng.

$$\text{Do đó } n(AB) = 10.30 \Rightarrow P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)}.$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{10.30}{10.39} = \frac{30}{39} = \frac{10}{13}.$$

Câu 17: Trong cơ quan có 100 người. Trong đó có 60 người gần cơ quan (trong đó có 40 người là nam), có tổng cộng 30 nữ nhân viên. Theo quy định của cơ quan thì người nào hoặc là nam hoặc gần cơ quan sẽ phải tham gia trực. Tính xác suất để chọn ngẫu nhiên một người trong danh sách mà người đó lại là nữ trực cơ quan?

Lời giải

Gọi A: “Người được chọn là nam”.

và B: “Người được chọn là người phải trực”.

$$\text{Ta có: } \bar{A}: \text{“Người được chọn là nữ”} \Rightarrow n(\bar{A}) = 30 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{3}{10}.$$



$$\overline{BA}: \text{“Người được chọn là nữ gần cơ quan”} \Rightarrow n(\overline{BA}) = 20 \Rightarrow P(\overline{BA}) = \frac{n(\overline{BA})}{n(\Omega)} = \frac{2}{10}.$$

Xác suất người được chọn là nữ và là người trực cơ quan là:

$$P(B|\overline{A}) = \frac{P(\overline{BA})}{P(\overline{A})} = \frac{\frac{2}{10}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 18: Một gia đình có 2 đứa trẻ. Biết rằng có ít nhất 1 đứa trẻ là con gái. Hỏi xác suất 2 đứa trẻ đều là con gái là bao nhiêu? Cho biết xác suất để một đứa trẻ là trai hoặc gái là bằng nhau.

Lời giải

Giới tính cả 2 đứa trẻ là ngẫu nhiên và không liên quan đến nhau.

Do gia đình có 2 đứa trẻ nên sẽ có thể xảy ra 4 khả năng:

(trai, trai), (gái, gái), (gái, trai), (trai, gái).

Gọi A: “Cả hai đứa trẻ đều là con gái”

và B: “Có ít nhất một đứa trẻ là con gái”

$$\text{Ta có } P(A) = \frac{1}{4}; P(B) = \frac{3}{4}$$

Do nếu xảy ra A thì đương nhiên sẽ xảy ra B nên ta có:

$$P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{4}$$

Suy ra, xác suất để cả hai đứa trẻ đều là con gái khi biết ít nhất có một đứa trẻ là gái là

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

Câu 19: Ba khẩu súng độc lập bắn vào một mục tiêu. Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng bằng 0,7, để khẩu thứ hai bắn trúng bằng 0,8, để khẩu thứ ba bắn trúng bằng 0,5. Mỗi khẩu bắn 1 viên. Tính xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng biết rằng chỉ có 2 viên trúng mục tiêu.

Lời giải

Gọi A_i là biến cố khẩu thứ i bắn trúng ($i = 1, 2, 3$)

Gọi B là biến cố có đúng hai khẩu bắn trúng.

$$\text{Ta có: } P(B) = P(A_1 A_2 \overline{A_3} \cup A_1 \overline{A_2} A_3 \cup \overline{A_1} A_2 A_3) = P(A_1 A_2 \overline{A_3}) + P(A_1 \overline{A_2} A_3) + P(\overline{A_1} A_2 A_3)$$

$$= P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3)$$

$$= 0,7 \cdot 0,8 \cdot 0,5 + 0,7 \cdot 0,2 \cdot 0,5 + 0,3 \cdot 0,8 \cdot 0,5 = 0,47.$$

Xác suất để khẩu thứ nhất bắn trúng khi chỉ có 2 viên trúng mục tiêu:

$$P(A_1|B) = \frac{P(A_1 B)}{P(B)} = \frac{P(A_1 A_2 \overline{A_3} \cup A_1 \overline{A_2} A_3)}{P(B)} = \frac{0,35}{0,47} = \frac{35}{47}.$$

Câu 20: Một hộp có 20 viên bi trắng và 10 viên bi đen, các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Bình lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn An lấy ngẫu nhiên một



viên bi trong hộp đó. Gọi A là biến cố: “An lấy được viên bi trắng”; B là biến cố: “Bình lấy được viên bi trắng”. Tính $P(A|\bar{B})$ bằng định nghĩa và công thức.

Lời giải

Cách 1: Bảng định nghĩa.

Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được bi đen. Khi đó trong hộp còn lại 29 viên bi với 20 viên bi trắng và 9 viên bi đen. Vậy $P(A|\bar{B}) = \frac{20}{29}$.

Cách 2: Bảng công thức.

Nếu B không xảy ra tức là Bình lấy được bi đen.

Bình có 10 cách chọn bi đen. An có 29 cách chọn từ 29 viên bi còn lại.

Vậy $n(\bar{B}) = 10.29$ và $P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)}$.

Bình có 10 cách chọn bi đen. An có 20 cách chọn bi trắng.

Vậy $n(A\bar{B}) = 20.10$ và $P(A\bar{B}) = \frac{n(A\bar{B})}{n(\Omega)}$.

Vậy $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(A\bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{20.10}{10.29} = \frac{20}{29}$.

Câu 21: Chứng tỏ rằng nếu A và B là hai biến cố độc lập thì $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$ và $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Lời giải

*) Chứng minh $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$.

Ta có $P(\bar{A}|B)$ là xác suất của $\bar{A}$ biết rằng biến cố B đã xảy ra. Vì A và B là hai biến cố độc lập nên $\bar{A}$ và B độc lập, tức là việc xảy ra B không ảnh hưởng đến xác suất không xuất hiện của A . Do đó $P(\bar{A}|B) = P(\bar{A})$.

*) Chứng minh $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Tương tự $P(A|\bar{B})$ là xác suất của A biết rằng biến cố $\bar{B}$ đã xảy ra. Vì A và B là hai biến cố độc lập nên A và $\bar{B}$ độc lập, tức là việc không xảy ra B không ảnh hưởng đến xác suất xuất hiện của A . Do đó $P(A|\bar{B}) = P(A)$.

Câu 22: Một công ty dược phẩm muốn so sánh tác dụng điều trị bệnh X của hai loại thuốc M và N. Công ty đã tiến hành thử nghiệm với 4 000 bệnh nhân mắc bệnh X trong đó 2 400 bệnh nhân dùng thuốc M, 1 600 bệnh nhân còn lại dùng thuốc N. Kết quả được cho trong bảng dữ liệu thống kê 2x2 như sau:



Uống thuốc	M	N
Kết quả		
Khỏi bệnh	1 600	1 200
Không khỏi bệnh	800	400

Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân trong số 4 000 bệnh nhân thử nghiệm sau khi uống thuốc. Tính xác suất để bệnh nhân đó

- uống thuốc M, biết rằng bệnh nhân đó khỏi bệnh;
- uống thuốc N, biết rằng bệnh nhân đó không khỏi bệnh.

Lời giải

Không gian mẫu Ω là tập hợp 4 000 bệnh nhân.

- Gọi A là biến cố “Bệnh nhân đó uống thuốc M”. B là biến cố “Bệnh nhân đó khỏi bệnh”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Ta có B là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân khỏi bệnh. Do đó:

$$n(B) = 1600 + 1200 = 2800; P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)}.$$

AB là biến cố: “Bệnh nhân đó uống thuốc M và khỏi bệnh”. AB là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân uống thuốc M và khỏi bệnh.

$$\text{Ta có: } n(AB) = 1600; P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)}.$$

$$\text{Do đó } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{1600}{2800} = \frac{4}{7}.$$

- $\bar{B}$ là biến cố “Bệnh nhân đó không khỏi bệnh”. $\bar{A}$ là biến cố “Bệnh nhân đó uống thuốc N”.

Ta cần tính $P(\bar{A}|\bar{B})$.

Ta có $\bar{B}$ là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân không khỏi bệnh.

$$\text{Vậy: } n(\bar{B}) = 800 + 400 = 1200.$$

$\bar{A}\bar{B}$ là biến cố: “Bệnh nhân đó uống thuốc N và không khỏi bệnh”, $\bar{A}\bar{B}$ là tập hợp con của không gian mẫu gồm các bệnh nhân uống thuốc N và không khỏi bệnh, suy ra

$$n(\bar{A}\bar{B}) = 400.$$

$$\text{Do đó } P(\bar{A}|\bar{B}) = \frac{P(\bar{A}\bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{n(\bar{A}\bar{B})}{n(\bar{B})} = \frac{400}{1200} = \frac{1}{3}.$$

Câu 23: Trong một hộp kín có 7 chiếc bút bi xanh và 5 chiếc bút bi đen, các chiếc bút có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Sơn lấy ngẫu nhiên một chiếc bút bi từ trong hộp, không trả lại. Sau đó bạn Tùng lấy ngẫu nhiên một trong 11 chiếc bút còn lại. Tính xác suất để:

- Sơn lấy được bút bi xanh và Tùng lấy được bút bi đen.



b) Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Bạn Sơn lấy được bút bi xanh”

Gọi B là biến cố: “Bạn Tùng lấy được bút bi đen”

a)

Ta cần tính $P(AB)$

Ta có $n(A) = 7$ nên $P(A) = \frac{7}{12}$

Nếu A xảy ra tức là bạn Sơn lấy được bút bi xanh thì trong hộp còn lại 11 chiếc bút bi với 5 chiếc bút bi đen. Vậy $P(B|A) = \frac{5}{11}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = \frac{7}{12} \cdot \frac{5}{11} = \frac{35}{132}$

b)

Trường hợp 1: Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu đen

$\bar{A}$ là biến cố: “Bạn Sơn lấy được bút bi đen”

Ta cần tính $P(\bar{A}B)$

Ta có $n(\bar{A}) = 5$ nên $P(\bar{A}) = \frac{5}{12}$

Nếu $\bar{A}$ xảy ra tức là bạn Sơn lấy được bút bi đen thì trong hộp còn lại 11 chiếc bút bi với 4 chiếc bút bi đen. Vậy $P(B|\bar{A}) = \frac{4}{11}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(\bar{A}B) = P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} = \frac{5}{33}$

Trường hợp 2: Hai chiếc bút lấy ra có cùng màu xanh

$\bar{B}$ là biến cố: “Bạn Tùng lấy được bút bi xanh”

Ta cần tính $P(A\bar{B})$

Ta có $P(A) = \frac{7}{12}$

Nếu A xảy ra tức là bạn Sơn lấy được bút bi xanh thì trong hộp còn lại 11 chiếc bút bi với 6 chiếc bút bi xanh. Vậy $P(\bar{B}|A) = \frac{6}{11}$

Theo công thức nhân xác suất, ta có: $P(A\bar{B}) = P(A) \cdot P(\bar{B}|A) = \frac{7}{12} \cdot \frac{6}{11} = \frac{7}{22}$



Vậy xác suất để hai chiếc bút lấy ra có cùng màu là $\frac{5}{33} + \frac{7}{22} = \frac{31}{66}$

Câu 24: Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi trắng và 20 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất và một viên bi xanh ở lần thứ hai.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ nhất”

Gọi B là biến cố: “Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ hai”.

Ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$

Theo công thức nhân xác suất $P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$

Vì có 30 viên bi trắng trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi trắng đã được lấy ra ở lần thứ nhất, còn lại trong bình 49 viên bi, trong đó bi xanh là 20 viên bi. Do đó $P(B|A) = \frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{49} = \frac{12}{49}$.

Câu 25: Gieo hai con xúc xắc cân đối, đồng chất. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10, nếu biết rằng ít nhất một con đã có mặt 5 chấm.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “ít nhất một con đã có mặt 5 chấm”

Gọi B là biến cố: “tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lớn hơn hoặc bằng 10”.

Ta có: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$.

Biến cố B có các trường hợp $\{(4;6), (6;4), (5;6), (6;5), (6;6)\}$

Biến cố $A \cap B$ có 3 trường hợp xảy ra: $\{(5;6), (6;5), (6;6)\}$ có xác suất là

Vậy $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{11}{36}} = \frac{3}{11}$.

Câu 26: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu.



Lời giải

Gọi A là biến cố “qua được lần kiểm tra đầu tiên” $\Rightarrow P(A) = 0,98$

Gọi B là biến cố “qua được lần kiểm tra thứ 2” $\Rightarrow P(B|A) = 0,95$

chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P(A \cap B)$

$$\text{ta có } P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = 0,95 \cdot 0,98 = \frac{931}{1000}.$$

Câu 27: Có 40 phiếu thi Toán 12, mỗi phiếu chỉ có một câu hỏi, trong đó có 13 câu hỏi lý thuyết (gồm 5 câu hỏi khó và 8 câu hỏi dễ) và 27 câu hỏi bài tập (gồm 12 câu hỏi khó và 15 câu hỏi dễ). Lấy ngẫu nhiên ra một phiếu. Tìm xác suất rút được câu hỏi lý thuyết khó.

Lời giải

Gọi A là biến cố: “rút ra được câu hỏi lý thuyết”

Gọi B là biến cố: “rút ra được câu khó”

Nếu biết B đã xảy ra (nghĩa là câu hỏi rút ra là một câu trong số 17 câu khó) thì xác suất để câu hỏi đó là lý thuyết (nghĩa là câu hỏi đó là một câu trong số 5 câu hỏi lý thuyết khó) chính là xác suất A có điều kiện B đã xảy ra. Ta đi tính $P(A|B)$

Ta có:

$$P(A) = \frac{13}{40}$$

$$P(B) = \frac{17}{40}$$

$$P(A \cap B) = \frac{5}{40}$$

$$\text{Vậy } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{5}{40}}{\frac{17}{40}} = \frac{5}{17}.$$

Câu 28: Lớp 12A có 30 học sinh, trong đó có 17 bạn nữ còn lại là nam. Có 3 bạn tên Hiền, trong đó có 1 bạn nữ và 2 bạn nam. Tính xác suất để thầy giáo gọi 1 bạn lên bảng tên là Hiền và là bạn nữ.

Lời giải

Gọi A là biến cố “tên là Hiền”

Gọi B là biến cố “nữ”.

$$\text{Xác suất để học sinh được gọi có tên là Hiền là: } P(A) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$



Xác suất để thầy giáo gọi bạn đó lên bảng có tên Hiền, nhưng với điều kiện bạn đó nữ là $P(A|B)$

Ta có:

$$P(B) = \frac{17}{30}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{30}$$

$$\text{Do đó: } P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{30}}{\frac{17}{30}} = \frac{1}{17}.$$

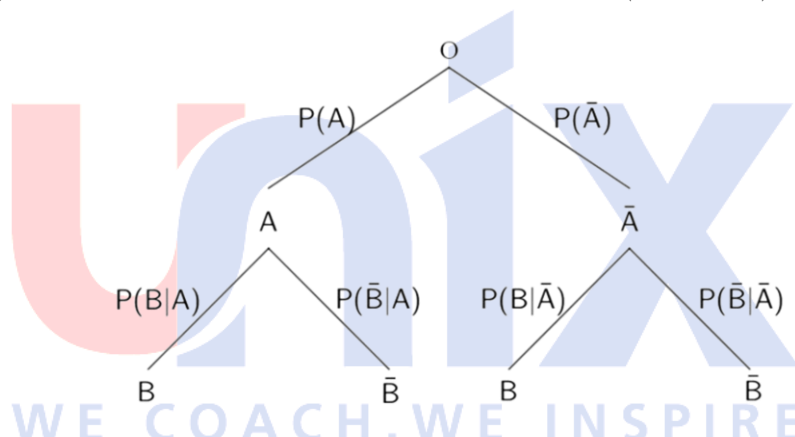
DẠNG 2. TÍNH XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN SỬ DỤNG SƠ ĐỒ HÌNH CÂY.

Phương pháp

Xây dựng sơ đồ cây theo mẫu (hình bên dưới) và xác định xác suất trên mỗi nhánh.

Tính $P(A \cap B)$ bằng xác suất của lộ trình $(O - A - B)$

Tính $P(B)$ bằng tổng xác suất của 2 lộ trình dẫn đến B là $(O - A - B)$ và $(O - \bar{A} - B)$.



Câu 29: Theo kết quả từ trạm nghiên cứu khí hậu tại địa phương X, xác suất để có một ngày mưa là 0,6; nếu ngày có mưa thì xác suất có sương mù là 0,4; nếu ngày không có mưa thì xác suất có sương mù là 0,2. Gọi A là biến cố “Ngày có mưa” và B là biến cố “Ngày có sương mù”.

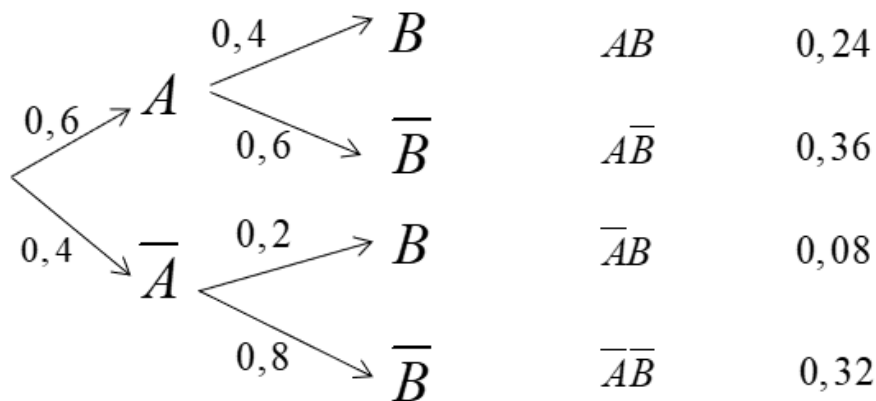
Vẽ sơ đồ cây để tính các xác suất sau:

- Ngày có mưa nhưng không có sương mù.
- Ngày không mưa và có sương mù.

Lời giải



Ta có sơ đồ cây như sau



Dựa vào sơ đồ cây, ta có:

a) Xác suất để ngày có mưa nhưng không có sương mù là $P(A\bar{B}) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$

b) Xác suất để ngày không mưa và có sương mù là $P(\bar{A}B) = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08$

Câu 30: Mỗi bạn học sinh trong lớp của Minh lựa chọn học một trong hai ngoại ngữ là tiếng Anh hoặc tiếng Nhật. Xác suất chọn tiếng Anh của mỗi bạn học sinh nữ là 0,6 và của mỗi bạn học sinh nam là 0,7. Lớp của Minh có 25 bạn nữ và 20 bạn nam. Chọn ra ngẫu nhiên một bạn trong lớp.

Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

A: “Bạn được chọn là nam và học tiếng Nhật”;

B: “Bạn được chọn là nữ và học tiếng Anh”.

Lời giải

Gọi M là biến cố “Bạn được chọn là nữ”;

N là biến cố “Bạn được chọn học tiếng Anh”.

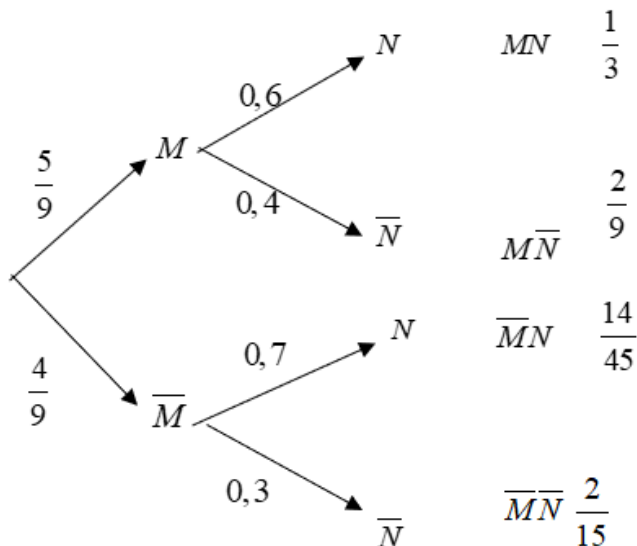
Ta có $P(M) = \frac{C_{25}^1}{C_{45}^1} = \frac{5}{9}$; $P(N|M) = 0,6$; $P(N|\bar{M}) = 0,7$.

Suy ra $P(\bar{M}) = 1 - P(M) = \frac{4}{9}$;

$P(\bar{N}|M) = 1 - P(N|M) = 0,4$;

$P(\bar{N}|\bar{M}) = 1 - P(N|\bar{M}) = 0,3$.

Ta có sơ đồ hình cây



Dựa vào sơ đồ hình cây, ta có: $P(A) = \frac{2}{15}$; $P(B) = \frac{1}{3}$.

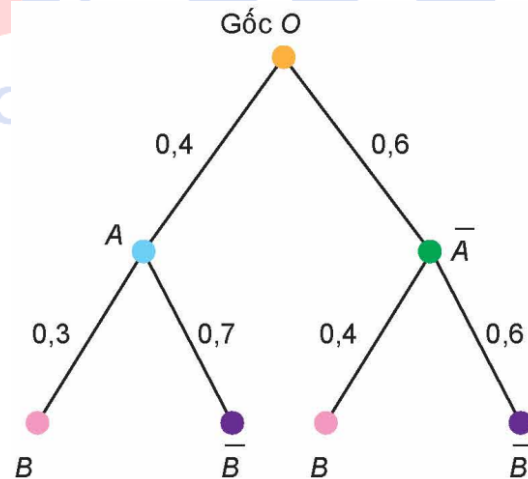
Câu 31: Ông An hằng ngày đi làm bằng xe máy hoặc xe buýt. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe buýt thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe máy là 0,4. Nếu hôm nay ông đi làm bằng xe máy thì xác suất để hôm sau ông đi làm bằng xe buýt là 0,7. Xét một tuần mà thứ Hai ông An đi làm bằng xe buýt. Tính xác suất để thứ Tư trong tuần đó, ông An đi làm bằng xe máy

Lời giải

Kí hiệu A là biến cố: "Thứ Ba, ông An đi làm bằng xe máy";

Và B là biến cố: "Thứ Tư, ông An đi làm bằng xe máy".

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Trên nhánh cây OA và $O\bar{A}$ tương ứng ghi $P(A)$ và $P(\bar{A})$;

Trên nhánh cây AB và $A\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|A)$ và $P(\bar{B}|A)$;

Trên nhánh cây $\bar{A}B$ và $\bar{A}\bar{B}$ tương ứng ghi $P(B|\bar{A})$ và $P(\bar{B}|\bar{A})$.

Có hai nhánh cây đi tới B là OAB và $O\bar{A}B$.

Vậy: $P(B) = 0,4 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,4 = 0,36$.



Câu 32: Tại một nhà máy sản xuất linh kiện điện tử tỉ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường, các linh kiện điện tử đều phải qua khâu kiểm tra chất lượng để đóng dấu OTK. Vì sự kiểm tra không tuyệt đối hoàn hảo nên

» Nếu một linh kiện điện tử đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,99 được đóng dấu OTK;

» Nếu một linh kiện điện tử không đạt tiêu chuẩn thì nó có xác suất 0,95 không được đóng dấu OTK.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử của nhà máy này trên thị trường. Dùng sơ đồ hình cây, hãy mô tả cách tính xác suất để linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK.

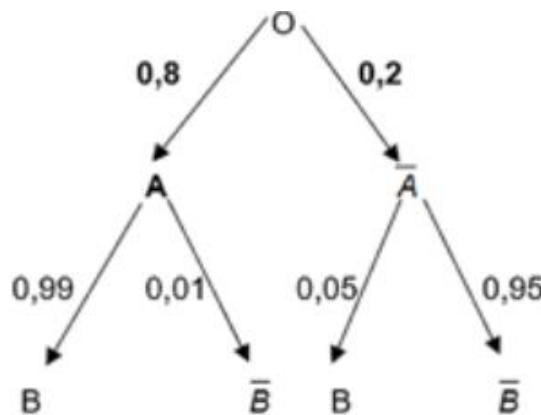
Lời giải

Với A là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn đạt tiêu chuẩn”;

Và B là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn được đóng dấu OTK”.

Khi đó, $\bar{B}$ là biến cố: “Linh kiện điện tử được chọn không được đóng dấu OTK”.

Ta vẽ sơ đồ hình cây như sau:



Có hai nhánh cây đi tới $\bar{B}$ là OAB và $O\bar{A}\bar{B}$.

Vậy: $P(\bar{B}) = 0,8 \cdot 0,01 + 0,2 \cdot 0,95 = 0,198$.

Câu 33: Máy tính và thiết bị lưu điện (UPS) được kết nối như Hình 5. Khi xảy ra sự cố điện, UPS bị hỏng với xác suất 0,02. Nếu UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện, máy tính sẽ bị hỏng với xác suất 0,1; ngược lại, nếu UPS không bị hỏng, máy tính sẽ không bị hỏng.

a) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều không bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.

b) Tính xác suất để cả UPS và máy tính đều bị hỏng khi xảy ra sự cố điện.



Hình 5

Lời giải

Gọi A là biến cố “UPS bị hỏng khi xảy ra sự cố điện”.

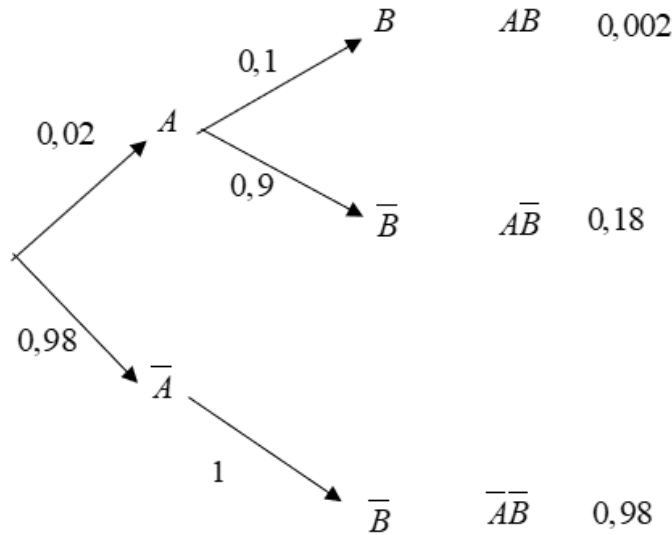
B là biến cố “Máy tính bị hỏng”.



Ta có $P(A) = 0,02$; $P(B|A) = 0,1$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1$.

Suy ra $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 0,9$.

Ta có sơ đồ cây như sau:



Dựa vào sơ đồ cây ta có:

a) $P(\bar{A}\bar{B}) = 0,98$.

b) $P(AB) = 0,002$.

Câu 34: Trong một lớp học, tổ I có 6 bạn nam và 4 bạn nữ, tổ II có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Thầy giáo chủ nhiệm chuyển chỗ 1 học sinh từ tổ I sang tổ II và sau đó chuyển 1 học sinh từ tổ II sang tổ I. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

a) C : “Sau khi chuyển chỗ, tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ”.

b) D : “Số lượng học sinh nam nữ ở hai tổ là không đổi”.

Lời giải

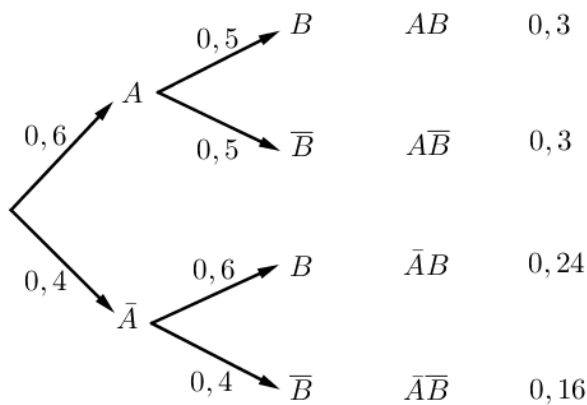
a) Để tổ I có 5 bạn nam và 5 bạn nữ khi có 1 bạn nam chuyển từ tổ I sang tổ II và 1 bạn nữ chuyển từ tổ II sang tổ I.

Gọi A là biến cố “Bạn chuyển từ tổ I sang tổ II là bạn nam” và B là biến cố “Bạn chuyển từ tổ II sang tổ I là bạn nữ”.

Ta có: $P(A) = \frac{6}{10} = 0,6$; $P(B|A) = \frac{5}{10} = 0,5 \Rightarrow P(\bar{B}|A) = 0,5$.

$P(\bar{A}) = \frac{4}{10} = 0,4$; $P(B|\bar{A}) = \frac{6}{10} = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,4$.

Ta có sơ đồ hình cây:



$$\Rightarrow P(C) = P(AB) = 0,3.$$

$$\text{b) Ta có: } D = A\bar{B} \cup \bar{A}B \Rightarrow P(D) = P(A\bar{B}) + P(\bar{A}B) = 0,54.$$

Câu 35: Một công ty có hai chi nhánh. Sản phẩm của chi nhánh I chiếm 64% tổng sản phẩm của công ty. Trong quá trình sản xuất phân loại, có 85% sản phẩm của chi nhánh I và 80% sản phẩm của chi nhánh II đạt loại **A**. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của công ty. Sử dụng sơ đồ hình cây, tính xác suất của các biến cố:

a) C: “Sản phẩm chi nhánh I và đạt loại A”.

b) D: “Sản phẩm chi nhánh II và không đạt loại A”.

Lời giải

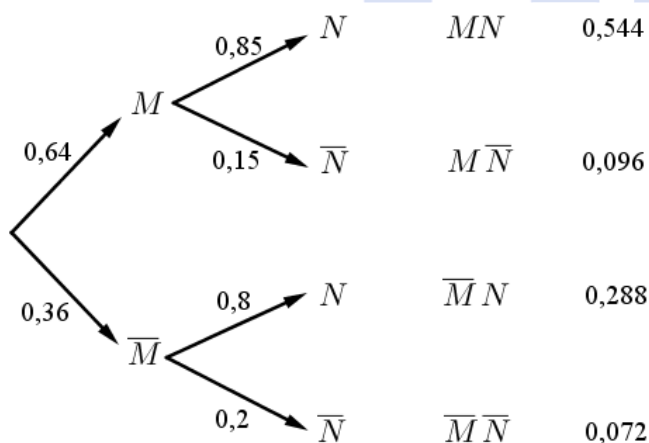
Gọi M là biến cố “Sản phẩm được chọn của chi nhánh I”;

N là biến cố “Sản phẩm được chọn loại A”.

$$\text{Ta có: } P(M) = 64\% = 0,64; P(N|M) = 85\% = 0,85 \Rightarrow P(\bar{N}|M) = 0,15.$$

$$P(\bar{M}) = 1 - P(M) = 0,36; P(N|\bar{M}) = 80\% = 0,8 \Rightarrow P(\bar{N}|\bar{M}) = 0,2.$$

Ta có sơ đồ hình cây:



$$\Rightarrow P(C) = P(MN) = 0,544.$$

$$\text{b) Ta có: } D = \bar{M}\bar{N} \Rightarrow P(D) = P(\bar{M}\bar{N}) = 0,072.$$