



XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

BÀI: CÔNG THỨC XÁC SUẤT TOÀN PHẦN – CÔNG THỨC BAYES



HỆ THỐNG BÀI TẬP TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Giả sử tỉ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 20%; tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Hỏi khi ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó thì khả năng mà đó bị bệnh phổi là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,26

Gọi A : “người nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người không nghiện thuốc lá”

Và B : “người bị bệnh phổi”

Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P(B)$

Với $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$

Ta có $P(A) = 0,2$, $P(B|A) = 0,7$, $P(\bar{A}) = 0,8$, $P(B|\bar{A}) = 0,15$.

Vậy $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,7 + 0,8 \cdot 0,15 = 0,26$

Câu 2: Một cái hộp có chứa 40 quả cầu màu đỏ và 60 quả cầu màu vàng; các quả cầu có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi thống kê người ta thấy số lượng các quả cầu được cho trong bảng sau:

	Đánh số	Có đánh số	Không đánh số
Màu quả cầu			
Đỏ		20	20
Vàng		36	24

Người ta lấy ngẫu nhiên một quả cầu trong hộp, xét hai biến cố sau:

A : “Quả cầu lấy ra có đánh số”.

B : “Quả cầu lấy ra có màu đỏ”

Sử dụng công thức xác suất toàn phần tính xác suất để quả cầu lấy ra được đánh số.

Lời giải

Trả lời: 0,56.

Ta có

$$P(B) = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}.$$



$$P(A|B) = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}; P(A|\bar{B}) = \frac{36}{60} = \frac{3}{5}.$$

Theo công thức tính xác suất toàn phần ta có xác suất để lấy ra được viên bi được đánh số là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{14}{25} = 0,56.$$

Câu 3: Tỷ lệ bị bệnh cúm tại một địa phương bằng 0,25. Khi thực hiện xét nghiệm chẩn đoán, nếu người có bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính là 96%, nếu người không bị bệnh cúm thì khả năng phản ứng dương tính 8%. Chọn ngẫu nhiên 1 người tại địa phương đó. Xác suất người được chọn có phản ứng dương tính là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,3.

Xét các biến cố A : "Chọn được người bị bệnh cúm";

B : "Chọn được người có phản ứng dương tính".

Khi đó $P(A) = 0,25$; $P(\bar{A}) = 0,75$; $P(B|A) = 0,96$; $P(B|\bar{A}) = 0,08$.

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25 \cdot 0,96 + 0,75 \cdot 0,08 = 0,3.$$

Câu 4: Giả sử tỷ lệ người dân của một tỉnh nghiện thuốc lá là 25%; tỷ lệ người mắc bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 72%, tỷ lệ người không mắc bệnh phổi trong số người không nghiện thuốc lá là 86%. Ta gặp ngẫu nhiên một người dân của tỉnh đó, tính xác suất người đó mắc bệnh phổi? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,29

Gọi A là biến cố “người đó nghiện thuốc lá”, suy ra $\bar{A}$ là biến cố “người đó không nghiện thuốc lá”.

Gọi B là biến cố “người đó mắc bệnh phổi”.

Nếu người ta gặp mắc bệnh phổi thì người đó có thể nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá.

Ta cần tính $P(B)$.

$$\text{Với } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}).$$

Ta có

$$P(A) = 0,25$$

$$P(B|A) = 0,72$$

$$P(\bar{A}) = 0,75$$

$$P(B|\bar{A}) = 0,14$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,25 \cdot 0,72 + 0,75 \cdot 0,14 = 0,285$$

Do đó, xác suất để người dân của tỉnh đó mắc bệnh phổi là 0,29.

Câu 5: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Chuồng		
Màu	Chuồng I	Chuồng II
Thỏ trắng	9	13



Thỏ nâu	11	7
---------	----	---

Bạn An bắt ngẫu nhiên một chú thỏ trắng, tính xác suất thỏ trắng đó thuộc chủng II? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,59

Gọi A là biến cố: “Chọn được chủng II”.

Gọi B là biến cố: “An bắt được thỏ trắng”.

Ta có $P(A) = \frac{1}{2}, P(\bar{A}) = \frac{1}{2}, P(B|A) = \frac{13}{20}, P(B|\bar{A}) = \frac{9}{20}$. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{13}{22}.$$

Câu 6: Cho bảng dữ liệu thống kê 2×2 sau:

Loại máy \ Xưởng	Xưởng I	Xưởng II
Loại 1	23	19
Loại 2	27	31

Mỗi ngày Bình sẽ làm việc cho một xưởng ngẫu nhiên và phụ trách ngẫu nhiên một loại máy loại 1 hoặc 2. Hôm nay Bình gieo ngẫu nhiên một xúc xắc cân đối. Nếu xuất hiện mặt 3 chấm thì Bình đi làm xưởng I và ngược lại thì qua làm xưởng II. Giả sử Bình phụ trách máy loại 2, tính xác suất đó là máy của xưởng I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,15

Gọi A là biến cố: “Chọn được xưởng I”.

Gọi B là biến cố: “Bình chọn được máy loại 2”.

Ta có $P(A) = \frac{1}{6}, P(\bar{A}) = \frac{5}{6}, P(B|A) = \frac{27}{50}, P(B|\bar{A}) = \frac{31}{50}$. Theo công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{27}{182}.$$

Câu 7: Một loại thuốc do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là: 6%; 7%. Trong một lô thuốc được bán ra thị trường gồm 450 sản phẩm của nhà máy I và 550 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng đã mua ngẫu nhiên một sản phẩm của lô hàng đó. Giả sử thuốc được mua là phế phẩm. Tính xác suất sản phẩm thuốc được mua này thuộc nhà máy I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,41

Ta xét các biến cố

A: “Sản phẩm được mua là phế phẩm”

B: “Sản phẩm được sản xuất bởi nhà máy I ”

$\bar{B}$: “Sản phẩm được sản xuất bởi nhà máy II ”

Theo giả thuyết ta có $P(B) = \frac{450}{1000} = 0,45$; $P(\bar{B}) = \frac{550}{1000} = 0,55$;



$$P(A|B) = 0,06; P(A|\bar{B}) = 0,07$$

Theo công thức toàn phần xác suất mua phải thuốc là phé phẩm là:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,45.0,06 + 0,55.0,07 = 0,0655.$$

Mặt khác theo công thức Bayes thì xác suất sản phẩm là phé phẩm do nhà máy I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,45.0,06}{0,0655} = \frac{54}{131} \approx 0,41.$$

Câu 8: Một kho hàng có 90% sản phẩm loại I và 10% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 6% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Xét các biến cố:

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại I";

B: "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng"

Hỏi xác suất khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,99

Ta có: $P(A) = 0,9; P(\bar{A}) = 0,1$

$$P(\bar{B}|A) = 0,01 \Rightarrow P(B|A) = 1 - P(\bar{B}|A) = 1 - 0,01 = 0,99.$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,06 \Rightarrow P(B|\bar{A}) = 1 - P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,06 = 0,94.$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = 0,9.0,99 + 0,1.0,94 = 0,985.$$

Câu 9: Một hộp chứa 10 viên bi, trong đó có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hai bạn An và Bình lần lượt lấy ra một viên bi từ hộp một cách ngẫu nhiên, bi được lấy ra không bỏ lại hộp. Tính xác suất bạn Bình lấy được một viên bi xanh (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,40

Xét hai biến cố A: “Bạn Bình lấy được một viên bi xanh”;

B: “Bạn An lấy được một viên bi xanh”.

$$\text{Khi đó, ta có } P(B) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}, P(\bar{B}) = 1 - P(B) = \frac{3}{5}, P(A|B) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, P(A|\bar{B}) = \frac{4}{9}.$$

Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{9} = \frac{2}{5} \approx 0,40.$$

Câu 10: Số khán giả đến xem buổi biểu diễn âm nhạc ngoài trời phụ thuộc vào thời tiết. Giả sử, nếu trời không mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,85; còn nếu trời mưa thì xác suất để bán hết vé là 0,45. Dự báo thời tiết cho thấy nếu xác suất để trời mưa vào buổi biểu diễn là 0,6. Tính xác suất để nhà tổ chức sự kiện bán hết vé. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,61

Xét hai biến cố A: “Nhà tổ chức sự kiện bán hết vé”;

B: “Trời mưa vào buổi biểu diễn”.

$$\text{Khi đó, ta có } P(B) = 0,6; P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 0,4; P(A|B) = 0,45; P(A|\bar{B}) = 0,85.$$



Áp dụng công thức toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,6.0,45 + 0,4.0,85 = 0,61.$$

Câu 11: Một căn bệnh X có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán được phát triển có tỷ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh X, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chuẩn đoán đúng 99 trong 100 trường hợp. Nếu một người kiểm tra và kết quả là dương tính (bị bệnh), xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,5

Gọi A là biến cố “người đó mắc bệnh”, B là biến cố “kết quả kiểm tra người đó là dương tính (bị bệnh)”

Theo công thức Bayes ta có
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})}.$$

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 1\% = 0,01$. Do đó xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(\bar{A}) = 1 - 0,01 = 0,99$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là $P(B|A) = 99\% = 0,99$. Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$.

Xác suất để người đó thực sự bị bệnh là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,99}{0,01.0,99 + 0,99.0,01} = 0,5.$$

Câu 12: Hộp thứ nhất có 4 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Hộp thứ hai có 3 viên bi xanh và 7 viên bi đỏ. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai. Sau đó lại lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi từ hộp thứ hai. Xác suất để lấy ra hai viên bi đỏ ở hộp thứ hai là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,46

Gọi A là biến cố “Lấy được 1 viên bi màu xanh ở hộp thứ nhất” và B là biến cố “Lấy được 2 viên bi màu đỏ ở hộp thứ hai”.

Khi đó ta có $P(A) = \frac{2}{5}$; $P(B|A) = \frac{C_7^2}{C_{11}^2} = \frac{21}{55}$ (vì hộp thứ hai có 4 bi xanh và 7 bi đỏ).

Suy ra $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{3}{5}$; $P(B|\bar{A}) = \frac{C_8^2}{C_{11}^2} = \frac{28}{55}$ (vì hộp thứ hai có 3 bi xanh và 8 bi đỏ).

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{21}{55} + \frac{3}{5} \cdot \frac{28}{55} = \frac{126}{275}.$$

Câu 13: Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong đó nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,53

Xét các biến cố:



A : “ Chọn được người không bị tiểu đường”

B : “ Chọn được người cao tuổi là nam”

$\bar{B}$: “ Chọn được người cao tuổi là nữ ”

Từ giả thuyết ta có $P(B) = \frac{260}{500} = 0,52$; $P(A|B) = 1 - 0,4 = 0,6$;

$$P(\bar{B}) = \frac{240}{500} = 0,48; P(A|\bar{B}) = 1 - 0,55 = 0,45$$

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,52.0,6 + 0,48.0,45 = 0,528 \approx 0,53.$$

Câu 14: Một loại linh kiện do hai nhà máy I, II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của nhà máy I, II lần lượt là : 0,04; 0,03. Trong một lô linh kiện để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy I và 120 sản phẩm của nhà máy II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên một linh kiện của lô hàng đó. Giả sử linh kiện được chọn là phế phẩm. Tính xác suất linh kiện này thuộc nhà máy I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,47

Ta xét các biến cố

A : “ Linh kiện được lấy ra là phế phẩm”

B : “ Linh kiện lấy ra từ nhà máy I ”

$\bar{B}$: “ Linh kiện lấy ra từ nhà máy II ”

Theo giả thuyết ta có $P(B) = \frac{80}{200} = 0,4$; $P(\bar{B}) = \frac{120}{200} = 0,6$; $P(A|B) = 0,04$;

$$P(A|\bar{B}) = 0,03$$

Theo công thức toàn phần xác suất lấy linh kiện là phế phẩm là

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,4.0,04 + 0,6.0,03 = 0,034.$$

Mặt khác theo công thức Bayes xác suất linh kiện phế phẩm do nhà máy I sản xuất là:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,4.0,04}{0,034} = \frac{8}{17} \approx 0,47$$

Câu 15: Có 2 xạ thủ loại I và 8 xạ thủ loại II, xác suất bắn trúng đích của các xạ thủ loại I và loại II lần lượt là 0,9 và 0,7. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ và xạ thủ đó bắn trúng đích, tính xác suất để xạ thủ đó là xạ thủ loại I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,24

Gọi A là biến cố “ viên đạn trúng đích”.

B_1 là biến cố “ chọn xạ thủ loại I bắn”.

B_2 là biến cố “ chọn xạ thủ loại II bắn”.

$$P(B_1) = \frac{2}{10} = 0,2; P(A|B_1) = 0,9.$$

$$P(B_2) = \frac{8}{10} = 0,8; P(A|B_2) = 0,7.$$

B_1, B_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = 0,2.0,9 + 0,8.0,7 = 0,74.$$



Áp dụng công thức Bayes có:

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1).P(B_1)}{P(A)} = \frac{0,9.0,2}{0,74} = \frac{9}{37} \approx 0,24.$$

Câu 16: Cho hộp I chứa 3 bóng đỏ và 1 bóng xanh, hộp II chứa 1 bóng đỏ và 2 bóng xanh. Nếu chọn một hộp ngẫu nhiên và lấy ra một quả bóng màu đỏ, tính xác suất để quả bóng đó thuộc về hộp I? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,69

Gọi A là biến cố “quả bóng được chọn màu đỏ”.

B_1 là biến cố “chọn hộp I”.

Xác suất chọn quả bóng đỏ ở hộp I là $P(A|B_1) = \frac{3}{4}$.

Xác suất chọn được hộp I là $P(B_1) = \frac{1}{2}$.

B_2 là biến cố “chọn hộp II”.

Xác suất chọn quả bóng đỏ ở hộp II là $P(A|B_2) = \frac{1}{3}$.

Xác suất chọn được hộp II là $P(B_2) = \frac{1}{2}$.

B_1, B_2 tạo thành họ đầy đủ các biến cố. Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{13}{24}.$$

Áp dụng công thức Bayes có:

$$P(B_1|A) = \frac{P(A|B_1).P(B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{13}{24}} = \frac{9}{13} \approx 0,69.$$

Câu 17: Có 50 tấm thẻ kích thước như nhau và đánh số thứ tự lần lượt từ 1 đến 50 (mỗi tấm thẻ chỉ ghi một số nguyên dương, hai thẻ khác nhau ghi hai số khác nhau). Một người lần lượt rút hai thẻ (rút không hoàn lại). Tính xác suất lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố.

Lời giải

Trả lời: 0,3

Xét các biến cố: A : “Lần thứ nhất rút ra được thẻ ghi số nguyên tố”;

B : “Lần thứ hai rút được thẻ ghi số nguyên tố”.

Từ 1 đến 50 có 15 số nguyên tố là: 2;3; 5;7;11;13;17;19;23;29;31;37;41;43;47.

nên $P(A) = \frac{15}{50} = 0,3$ và $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$.

Vì rút không hoàn lại nên $P(B|A) = \frac{14}{49}$, và $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{49}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,3 \cdot \frac{14}{49} + 0,7 \cdot \frac{15}{49} = 0,3.$$

Câu 18: Trường THPT Hòa Bình có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết



chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,68

Xét các biến cố:

A: “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc”;

B: “Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar”.

Khi đó, $P(A) = 0,2$; $P(\bar{A}) = 0,8$; $P(B|A) = 0,85$; $P(B|\bar{A}) = 0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = 0,2.0,85 + 0,8.0,1 = 0,25.$$

Theo công thức Bayes, ta có: $P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2.0,85}{0,25} = 0,68 = \frac{17}{25}$.

Vậy xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar là $\frac{17}{25}$.

Câu 19: Vào mỗi buổi sáng ở tuyến phố H, xác suất xảy ra tắc đường khi trời mưa và không mưa lần lượt là 0,7 và 0,2. Xác suất có mưa vào buổi sáng là 0,1. Tính xác suất để sáng đó tuyến phố H bị tắc đường.

Lời giải

Trả lời: 0,25

Gọi A là biến cố “Buổi sáng bị tắc đường” và B là biến cố “Buổi sáng trời mưa”

Do xác suất tắc đường khi trời mưa là 0,7 nên $P(A|B) = 0,7$.

Do xác suất tắc đường khi trời không mưa là 0,2 nên $P(A|\bar{B}) = 0,2$.

Do xác suất trời mưa vào buổi sáng là 0,1 nên $P(B) = 0,1$; xác suất trời không mưa là $P(\bar{B}) = 0,9$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất bị tắc đường là

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B}) = 0,1.0,7 + 0,9.0,2 = 0,25.$$

Câu 20: Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 90%. Trước khi xuất xưởng ra thị trường mỗi bóng đèn đều được qua kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo, nên một bóng đèn tốt có xác suất 0,9 được công nhận là tốt, và một bóng đèn hỏng có xác suất 0,95 bị loại bỏ. Hãy tính tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường (đơn vị %). (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 81,5

Bóng đèn tốt sau kiểm định được đưa ra thị trường gồm hai loại: Bóng đèn đạt tiêu chuẩn và bóng đèn không đạt tiêu chuẩn.

Gọi A là biến cố “Bóng đèn thuộc loại đạt tiêu chuẩn”.

Ta có: $P(A) = 0,9$; $P(\bar{A}) = 0,1$.

Gọi H là biến cố “Bóng đèn được đưa ra thị trường”

Ta có: $P(H|A) = 0,9$; $P(H|\bar{A}) = 0,05$.



Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(H) = P(A).P(H|A) + P(\bar{A}).P(H|\bar{A}) = 0,9.0,9 + 0,1.0,05 = 0,815.$$

Vậy tỉ lệ bóng đèn được đưa ra thị trường là 81,5%.

Câu 21: Công ty sữa Việt Nam phát phiếu thăm dò khách hàng ở một thành phố với hai câu hỏi: “Tháng vừa rồi bạn có xem quảng cáo về Vinamilk không?” và “Tháng vừa rồi bạn có mua sản phẩm nào của Vinamilk không?”. Kết quả thăm dò như sau: Số người xem quảng cáo Vinamilk chiếm tỉ lệ 40% tổng số người khảo sát, số người có mua sản phẩm của Vinamilk chiếm tỉ lệ 25% tổng số người khảo sát. Trong số người mua sản phẩm của Vinamilk thì số người xem quảng cáo chiếm tỉ lệ 60%.

Chọn ngẫu nhiên một khách hàng trong số các khách hàng đã xem quảng cáo về Vinamilk. Xác suất khách hàng đó mua sản phẩm Vinamilk khi đã xem quảng cáo là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,38

Gọi A là biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk”.

Gọi B là biến cố “Có xem quảng cáo của Vinamilk”.

Khi đó ta tính $P(A|B)$ tức là tính xác suất biến cố “Có mua sản phẩm của Vinamilk khi đã xem quảng cáo”.

Theo công thức Bayes ta có
$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}.$$

Ta có xác suất của biến cố A là: $P(A) = 25\% = \frac{1}{4}.$

Xác suất của biến cố B là: $P(B) = 40\% = \frac{2}{5}.$

Xác suất khách hàng xem quảng cáo khi đã mua sản phẩm của Vinamilk: $P(B|A) = 60\% = \frac{3}{5}$

Xác suất khách hàng mua sản phẩm khi xem quảng cáo là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = \frac{3}{8}.$$

Câu 22: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số.

Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là bao nhiêu? (kết quả là tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,56

Gọi A : “viên bi được lấy ra có đánh số”

Và B : “viên bi được lấy ra có màu đỏ”, suy ra $\bar{B}$ là biến cố “viên bi được lấy ra có màu vàng”,

Lúc này ta đi tính $P(A)$ theo công thức: $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B})$

Ta có:



$$P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}, P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}, P(A|B) = 60\% = \frac{3}{5}, P(A|\bar{B}) = 100\% - 50\% = \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = \frac{5}{8} \cdot \frac{3}{5} + \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{16} \approx 0,56$$

Câu 23: Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,77

Gọi A: “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”;

Và B: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Ta cần tính $P(A|B)$.

Theo công thức Bayes, ta cần biết: $P(A), P(\bar{A}), P(B|A), P(B|\bar{A})$.

Ta có: $P(A) = 0,8; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,8 = 0,2$.

» $P(B|A)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$\Rightarrow P(B|A) = 0,6$.

» $P(B|\bar{A})$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp

A00 $\Rightarrow P(B|\bar{A}) = 0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được:

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,8.0,6}{0,8.0,6 + 0,2.0,7} \approx 0,77.$$

Câu 24: Có hai chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ. Tính xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,64

Xét A: “Con thỏ được lấy ra từ chuồng II để cho vào chuồng I là con thỏ trắng”.

Và B: “Con thỏ được lấy ra từ chuồng I là con thỏ trắng”.

Ta có $P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$.

» Tính $P(A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào

chuồng I. Có $n(\Omega) = C_{10}^1, n(A) = C_3^1$ Vậy $P(A) = \frac{3}{10}$.

» Tính $P(\bar{A})$: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \frac{7}{10}$.



» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ trắng từ chuồng II rồi cho vào chuồng I, tức là có 5 con thỏ đen và 11 con thỏ trắng ở trong chuồng I.

Tương tự như trên ta có $P(B|A) = \frac{11}{16}$.

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là để lấy ra ngẫu nhiên 1 con thỏ trắng từ chuồng I với điều kiện đã chọn ra 1 con thỏ đen từ chuồng II rồi cho vào chuồng I.

Tức là có 6 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng ở trong chuồng I. Tương tự như trên ta có

$$P(B|\bar{A}) = \frac{10}{16}.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{11}{16} + \frac{7}{10} \cdot \frac{10}{16} = \frac{103}{160} \approx 0,64375$$

Vậy xác suất để con thỏ được lấy ra là con thỏ trắng là 0,64375.

Câu 25: Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bộ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Xét phương án tác chiến sau: Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bộ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa. Tính xác suất bắn hạ máy bay đối phương trong phương án tác chiến nêu trên? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,89

Xét biến cố A: “Máy bay xuất hiện ở vị trí X”, điều đó có nghĩa là biến cố $\bar{A}$: “Máy bay xuất hiện ở vị trí Y”. Xét biến cố B: “Máy bay bị bắn hạ”.

Ta có $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$.

» Tính $P(A)$, $P(\bar{A})$: $P(A) = 0,55$ và $P(\bar{A}) = 0,45$.

» Tính $P(B|A)$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí X.

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 2 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí X), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|A) = 1 - (1 - 0,8)(1 - 0,8) = 0,96.$$

» Tính $P(B|\bar{A})$: Đây là xác suất để máy bay bị bắn hạ tại vị trí Y.

Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất một 1 quả tên lửa (trong 1 quả tên lửa đối với máy bay ở vị trí Y), mà xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8, vậy:

$$P(B|\bar{A}) = 0,8.$$

$$\text{Vậy } P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,55 \cdot 0,96 + 0,45 \cdot 0,8 = 0,888.$$

Vậy xác suất để máy bay bị bắn hạ là 0,888.

Câu 26: Một bình đựng 60 viên bi có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó 25 viên bi màu đen và 35 viên bi màu trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi không hoàn lại, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một



viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi màu đen ở lần thứ nhất và một viên bi màu trắng ở lần thứ hai. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,25

Gọi A : “Lấy được viên bi màu đen ở lần thứ nhất”.

B : “Lấy được viên bi màu trắng ở lần thứ hai”.

AB : “Lấy được viên bi màu đen ở lần thứ nhất và lấy được viên bi màu trắng ở lần thứ hai”.

Cách 1:

$$n(\Omega) = C_{60}^1 \cdot C_{59}^1 = 3540.$$

$$n(AB) = C_{25}^1 \cdot C_{35}^1 = 875.$$

$$P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{875}{3540} \approx 0,25.$$

Cách 2:

$$P(A) = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}, \quad P(B|A) = \frac{35}{59}$$

$$P(AB) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{5}{12} \cdot \frac{35}{59} \approx 0,25.$$

Câu 27: Nhân dịp kỷ niệm 50 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, xác suất để học sinh này là nữ là bao nhiêu phần trăm?

Lời giải

Trả lời: 62,5

Gọi A : “Bạn được chọn là nam” và B : “Bạn được chọn tham gia biểu diễn văn nghệ”.

Khi đó, $\bar{A}$: “Bạn được chọn là nữ” và $\bar{B}$: “Bạn được chọn tham gia thi đấu thể thao”.

Lớp 12A có 60% số học sinh tham gia thi đấu thể thao và còn lại 40% nên $P(B) = 0,4$ và

$$P(\bar{B}) = 0,4.$$

Các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ nên $P(B|\bar{A}) = 1$.

Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao nên ta có

$$P(B|A) = 0,2 \text{ và } P(\bar{B}|A) = 0,8.$$

$$\text{Ta có: } P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})$$

$$\Leftrightarrow 0,4 = 0,2(1 - P(\bar{A})) + 1 \cdot P(\bar{A}) \Leftrightarrow P(\bar{A}) = 0,25$$

Khi đó, xác suất để chọn ra một học sinh là nữ với điều kiện có tham gia biểu diễn văn nghệ là

$$P(\bar{A}|B) = \frac{P(B|\bar{A})P(\bar{A})}{P(B)} = \frac{P(\bar{A})}{P(B)} = \frac{0,25}{0,4} = 0,625 = 62,5\%.$$

Câu 28: Có hai hộp đựng câu hỏi thi (phiếu), mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Biết rằng sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút



ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Gọi E_1 là biến cố sinh viên A rút ra phiếu từ hộp thứ nhất, E_2 là biến cố sinh viên A rút ra phiếu từ hộp thứ hai. Nếu sinh viên A rút được phiếu đã học thuộc thì xác suất phiếu đó thuộc hộp thứ nhất bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Trả lời: 0,43

Ta có: $P(E_1) = P(E_2) = \frac{1}{2}$.

Gọi B là biến cố: “Sinh viên A rút được phiếu đã học thuộc”.

Ta có: $P(B|E_1) = \frac{C_9^1}{C_{15}^1} = \frac{2}{3}, P(B|E_2) = \frac{C_8^1}{C_9^1} = \frac{8}{9}$

Ta cần tính:

$$\begin{aligned} P(E_1|B) &= \frac{P(E_1B)}{P(B)} = \frac{P(E_1B)}{P(E_1B) + P(E_2B)} \\ &= \frac{P(E_1)P(B|E_1)}{P(E_1)P(B|E_1) + P(E_2)P(B|E_2)} \\ &= \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot \frac{8}{9}} = \frac{3}{7} \approx 0,43. \end{aligned}$$

Câu 29: Một công ty nhận được 700 hồ sơ xin việc, trong đó 400 hồ sơ từ ứng viên có kinh nghiệm và 300 hồ sơ từ ứng viên chưa có kinh nghiệm. Trong số các ứng viên có kinh nghiệm, 40% được mời phỏng vấn. Trong số các ứng viên chưa có kinh nghiệm có 80% không được mời phỏng vấn. Nếu chọn ngẫu nhiên một hồ sơ đã được mời phỏng vấn, xác suất để hồ sơ đó là của ứng viên có kinh nghiệm là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải:

Trả lời: 0,73

Gọi A là biến cố: "rút được hồ sơ từ ứng viên có kinh nghiệm"

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: "rút được hồ sơ từ ứng viên chưa có kinh nghiệm"

Gọi B là biến cố: "Ứng viên được mời phỏng vấn"

Suy ra $\bar{B}$ là biến cố: "Ứng viên không được mời phỏng vấn".

Ta có: $P(A) = \frac{4}{7}; P(\bar{A}) = \frac{3}{7}; P(B|A) = 0,4; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,8$ nên $P(B|\bar{A}) = 0,2$.

Do A và $\bar{A}$ là nhóm biến cố đầy đủ, áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A})} = \frac{\frac{4}{7} \cdot 0,4}{\frac{4}{7} \cdot 0,4 + \frac{3}{7} \cdot 0,2} \approx 0,73.$$

Câu 30: Một cặp trẻ sinh đôi có thể do cùng một trứng sinh ra (gọi là cặp song sinh cùng trứng) hoặc do cả hai trứng khác nhau sinh ra (gọi là cặp song sinh khác trứng). Cặp song sinh cùng trứng luôn có cùng giới tính. Cặp song sinh khác trứng có xác suất là $\frac{1}{2}$ cùng giới tính. Thống kê cho thấy 34% cặp song sinh cùng là trai và 30% cặp song sinh cùng là gái. Chọn ngẫu nhiên một cặp sinh



đôi ta được một cặp sinh đôi có cùng giới tính. Tính xác suất để cặp sinh đôi này là cặp song sinh cùng trứng. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 0,44

Gọi A : “Cặp sinh đôi là song sinh cùng trứng”.

B : “Cặp sinh đôi có cùng giới tính”.

$$P(B|A) = 1, \quad P(B|\bar{A}) = \frac{1}{2} \quad \text{và} \quad P(B) = 0,34 + 0,3 = 0,64.$$

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

$$\Leftrightarrow 0,64 = P(A) \cdot 1 + (1 - P(A)) \cdot \frac{1}{2}$$

Suy ra $P(A) = 0,28$.

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{1 \cdot 0,28}{0,64} \approx 0,44.$$

Câu 31: Nhân dịp kỷ niệm 60 năm ngày thành lập trường, các học sinh lựa chọn tham gia thi đấu thể thao hoặc biểu diễn văn nghệ. Lớp 12A có 56% số học sinh tham gia thì tham gia thi đấu thể thao và còn lại 44% số học sinh tham gia biểu diễn văn nghệ. Biết rằng các bạn nữ đều tham gia biểu diễn văn nghệ. Trong số các bạn nam có 20% tham gia văn nghệ và 80% tham gia thi đấu thể thao. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Biết rằng học sinh này tham gia biểu diễn văn nghệ, tính xác suất để học sinh này là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,68

Gọi A : “Chọn được học sinh nam” và B : “Chọn được học sinh tham gia văn nghệ”.

Theo đề bài, $P(B) = 0,44$; $P(\bar{B}) = 0,56$; $P(B|\bar{A}) = 1$ và $P(B|A) = 0,2$.

Đặt $P(A) = x$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$$P(B) = P(B|\bar{A})P(\bar{A}) + P(B|A)P(A) \Leftrightarrow 0,44 = 1 \cdot (1 - x) + 0,2x \Leftrightarrow P(A) = x = \frac{0,56}{0,8} = 0,7.$$

Khi đó xác suất của biến cố “Chọn được học sinh là nữ biết rằng học sinh này tham gia biểu

diễn văn nghệ” là $P(\bar{A}|B) = \frac{P(B|\bar{A})P(\bar{A})}{P(B)} = \frac{1 \cdot 0,3}{0,44} \approx 0,68$.

Câu 32: Một loại linh kiện do hai nhà máy I và II cũng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I và II lần lượt là 2% và 3%. Trong một lần kiểm tra lấy ngẫu nhiên 100 sản phẩm của nhà máy I và 150 sản phẩm của nhà máy II . Một nhân viên kiểm tra lấy ngẫu nhiên một linh kiện từ lô hàng đó. Biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm. Tính xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải

Trả lời: 0,6

Gọi A : “Lấy được phế phẩm” $\Rightarrow \bar{A}$: “Lấy được không là phế phẩm”.

Gọi B : “Lấy được sản phẩm nhà máy I ” $\Rightarrow \bar{B}$: “Lấy được sản phẩm nhà máy II ”.



Khi đó, xác suất để linh kiện đó do nhà máy II sản xuất, biết rằng linh kiện được lấy ra không là phế phẩm là $P(\bar{B} | \bar{A})$.

Theo đề bài $P(A | B) = 0,02$; $P(A | \bar{B}) = 0,03$; $P(B) = 0,4$ và $P(\bar{B}) = 0,6$.

Áp dụng công thức Bayse:

$$P(\bar{B} | \bar{A}) = \frac{P(\bar{A} | \bar{B})P(\bar{B})}{P(\bar{A} | \bar{B})P(\bar{B}) + P(\bar{A} | B)P(B)} = \frac{(1-0,03)0,6}{(1-0,03)0,6 + (1-0,02)0,4} = \frac{291}{481} \approx 0,6.$$

Câu 33: Xác suất bé An được mẹ dẫn theo khi đi mua sắm là $\frac{2}{5}$. Khi bé An được đi theo mẹ thì 70% bé sẽ được mua đồ chơi. Khi bé không đi theo mẹ, có thể mẹ vẫn mua đồ chơi cho bé. Xác suất bé được đi theo mẹ biết rằng bé được mẹ mua cho đồ chơi là $\frac{14}{23}$. Khi bé không đi theo mẹ, xác suất bé được mẹ mua cho đồ chơi là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,3

Gọi M là biến cố bé An được đi theo mẹ; D là biến cố được mua đồ chơi. Khi đó $P(M) = \frac{2}{5}$,

$$P(\bar{M}) = \frac{3}{5}, P(D | M) = \frac{7}{10}, P(M | D) = \frac{14}{23}.$$

$$\text{Ta có } P(M | D) = \frac{P(D | M) \cdot P(M)}{P(D)} \Rightarrow P(D) = \frac{P(D | M) \cdot P(M)}{P(M | D)} = \frac{\frac{7}{10} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{14}{23}} = \frac{23}{50} \text{ nên}$$

$$P(D) = P(D | M) \cdot P(M) + P(D | \bar{M}) \cdot P(\bar{M})$$

$$\Rightarrow P(D | \bar{M}) = \frac{P(D) - P(D | M) \cdot P(M)}{P(\bar{M})} = \frac{\frac{23}{50} - \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{5}}{\frac{3}{5}} = 0,3.$$

Câu 34: Một căn bệnh có 1% dân số mắc phải. Một phương pháp chuẩn đoán căn bệnh nói trên có tỷ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh). Biết rằng nếu một người sử dụng phương pháp trên để kiểm tra và cho ra kết quả dương tính (bị bệnh) thì xác suất người đó thực sự bị bệnh là $\frac{y}{148}$, y là số tự nhiên. Hỏi y bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 49

A: “Người bị bệnh ” $\Rightarrow P(A) = 0,01, P(\bar{A}) = 0,99$

B: “Người kiểm tra cho ra kết quả dương tính”

Vì phương pháp chuẩn đoán căn bệnh nói trên có tỷ lệ chính xác là 98% (với cả người bị bệnh và người không bị bệnh).

Nên ta có $P(B | A) = 0,98$ và $P(B | \bar{A}) = 0,02$.

Cần tính $P(A | B)$.

Theo công thức Bayes:



$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})} = \frac{0,01.0,98}{0,01.0,98 + 0,99.0,02} = \frac{49}{148} \Rightarrow y = 49.$$

Câu 35: Một trường đại học kỹ thuật có 80% sinh viên nam và 20% sinh viên nữ. Trong số sinh viên nam có 85% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Trong số sinh viên nữ có 90% là người bản địa, số còn lại là sinh viên quốc tế. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên nam và một sinh viên nữ. Biết rằng trong hai sinh viên được chọn ra có một sinh viên là người bản địa và một là sinh viên quốc tế, tính xác suất để sinh viên quốc tế được chọn ra là nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,39

Xác suất chọn một nam sinh viên bản địa là: $0,8.0,85 = 0,68$

Xác suất chọn một nam sinh viên quốc tế là: $0,8 - 0,68 = 0,12$

Xác suất chọn một nữ sinh viên bản địa là: $0,2.0,9 = 0,18$

Xác suất chọn một nữ sinh viên quốc tế là: $0,2 - 0,18 = 0,02$

Gọi A là biến cố “Sinh viên quốc tế được chọn là nữ”

B là biến cố “Hai sinh viên được chọn có 1 người bản địa, 1 người quốc tế”

AB là biến cố “Hai sinh viên được chọn có 1 nam bản địa, 1 nữ quốc tế”

$$\text{Ta có } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{0,68.0,02}{0,68.0,02 + 0,18.0,12} \approx 0,39.$$

Câu 36: Các nhà nghiên cứu về tâm lý học giáo dục quan sát một nhóm các học sinh lớp 10 ở một số trường học THPT trong 3 năm. Ở thời điểm bắt đầu quan sát, có 73% số học sinh được quan sát thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh. Sau 3 năm, các nhà nghiên cứu này nhận thấy tỉ lệ học sinh có kết quả học tập sa sút trong số những học sinh thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh cao gấp 3 lần tỉ lệ này trong số những học sinh còn lại. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong nhóm và thấy học sinh này có kết quả học tập sa sút trong 3 năm quan sát, tính xác suất để học sinh này thường xuyên sử dụng điện thoại thông minh (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,89

Gọi các biến cố như sau: A: “Học sinh được chọn sử dụng điện thoại thường xuyên”

B: “Học sinh được chọn có kết quả học tập sa sút”.

Theo giả thiết ta có: $P(A) = 0,73; P(\bar{A}) = 0,27; P(B|\bar{A}) = x; P(B|A) = 3x$ (với $0 < x < 1$)

$$\text{Ta có: } P(A|B) = \frac{P(B|A).P(A)}{P(B|A).P(A) + P(B|\bar{A}).P(\bar{A})} = \frac{0,73.3x}{0,73.3x + 0,27.x} = \frac{73}{82} \approx 0,89.$$

Câu 37: Theo dõi thời tiết hai huyện kề nhau A và B người ta nhận thấy trong cùng một ngày, nếu huyện B không mưa thì khả năng huyện A không mưa là 65%, còn nếu huyện A không mưa thì khả năng huyện B không mưa là 60%. Hơn nữa, xác suất cả hai huyện A và B có mưa trong cùng một ngày là 10%. Hãy tính xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,59

Gọi A và B lần lượt là biến cố huyện A và B có mưa trong một ngày.

Ta có $P(\bar{A}|\bar{B}) = 0,65; P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,6$ và $P(A \cap B) = 0,1$.

Suy ra $P(A|\bar{B}) = 0,35$ và $P(B|\bar{A}) = 0,4$.



Đặt $a = P(A)$ và $b = P(B)$ với $a, b \in [0;1]$.

$$\text{Khi đó ta có: } 0,35 = P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{P(A) - P(A \cap B)}{1 - P(B)} = \frac{a - 0,1}{1 - b} \Rightarrow 20a + 7b = 9 \quad (1)$$

$$\text{Tương tự: } 0,4 = P(B|\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{1 - P(A)} = \frac{b - 0,1}{1 - a} \Rightarrow 2a + 5b = 2,5 \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } a = \frac{55}{172}, b = \frac{16}{43}.$$

Vậy xác suất để ít nhất một trong hai huyện có mưa trong một ngày là

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{55}{172} + \frac{16}{43} - 0,1 \approx 0,59.$$

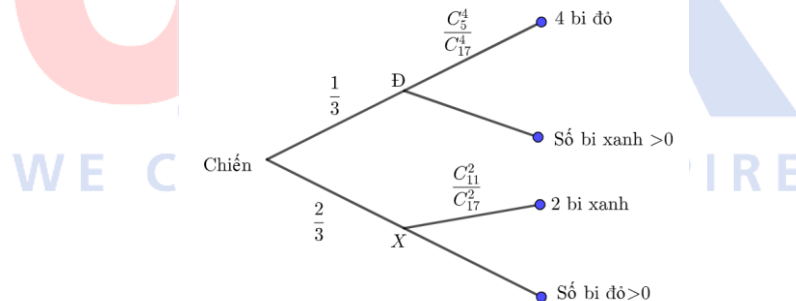
Câu 38: Một hộp chứa 12 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ có cùng kích thước và khối lượng. Bạn Chiến lấy ngẫu nhiên ra một viên bi từ hộp, xem màu của nó rồi bỏ ra ngoài. Đến lượt bạn Thắng lấy bi với số lượng phụ thuộc vào màu của viên bi mà bạn Chiến đã lấy. Cụ thể: Nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu xanh thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi từ hộp; còn nếu viên bi bạn Chiến lấy ra có màu đỏ thì bạn Thắng sẽ lấy ngẫu nhiên ra bốn viên bi từ hộp. Tính xác suất để bạn Chiến lấy được viên bi màu đỏ, biết rằng trong các viên bi được bạn Thắng lấy ra có ít nhất một viên bi khác màu với viên bi của bạn Chiến (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,46

Gọi A là biến cố “bạn Thắng lấy ra có ít nhất một viên bi khác màu với viên bi của bạn Chiến”

Gọi B là biến cố “bạn Chiến lấy được viên bi màu đỏ”



Từ sơ đồ cây ta có

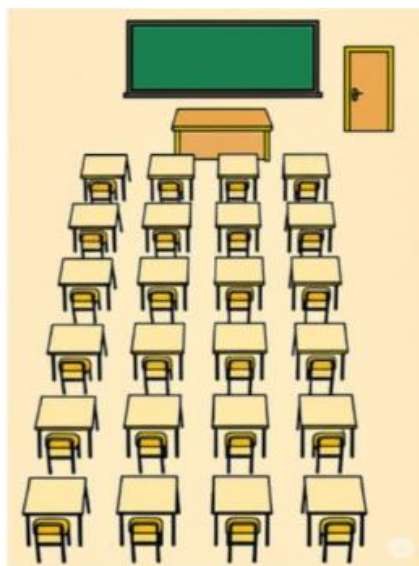
$$P(A) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{C_5^4}{C_{17}^4} \right) + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{C_{11}^2}{C_{17}^2} \right) = \frac{521}{714}; \quad P(AB) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{C_5^4}{C_{17}^4} \right) = \frac{475}{1428}$$

$$\text{Vậy } P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{475}{1042} \approx 0,46.$$

Câu 39: Cúm A (Influenza A) là bệnh nhiễm trùng đường hô hấp cấp tính do các virus cúm mùa gây nên. Virut cúm A có thể lây truyền trực tiếp trong không khí thông qua đường hô hấp. Giả sử Virut cúm A có khả năng lây nhiễm đối với người ngồi trong vòng bán kính $2m$ là 85% và đối với người ngồi cách hơn $2m$ là 5%. An là một học sinh bị nhiễm cúm A nhưng bản thân không hay biết. An đi dự thi cuối kỳ. Phòng thi của An có 24 bạn được xếp vào 24 chỗ ngồi của một phòng thi có 4 dãy, mỗi dãy 6 chỗ ngồi như hình vẽ. Khoảng cách giữa hai người theo hàng ngang là $1,6m$, theo hàng dọc là $1,1m$ (hình vẽ). Do không biết trước An bị cúm A nên các thí sinh được xếp ngẫu nhiên vào phòng thi. Một bạn cùng phòng của An sau khi dự thi đi kiểm tra không thấy



bị nhiễm cúm **A.** Tính xác suất để thí sinh đó ngồi gần An trong vòng 2m (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Trả lời: 0,05

