

Dạng 2: Biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác. Hệ thức Chasles

Để biểu diễn cung lượng giác có số đo trên đường tròn lượng giác ta thực hiện như sau:

- Chọn điểm $A(1;0)$ làm điểm đầu của cung.
- Xác định điểm cuối M của cung sao cho $AM = \alpha$

Lưu ý:

- Số đo của các cung lượng giác có cùng điểm đầu và điểm cuối sai khác nhau một bội của 2π là:

$$\text{sđ} AM = \alpha + k2\pi; k \in \mathbb{Z}$$

- Ngoài ra, ta cũng có thể viết số đo bằng độ:

$$\text{sđ} AM = x^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$$

- Nếu ta có $AM = \alpha + k\frac{2\pi}{n}; k, n \in \mathbb{Z}$ thì sẽ có n điểm ngọn.

Hệ thức Chasles: Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì thì ta có:

$$\text{sđ}(Ou, Ov) + \text{sđ}(Ov, Ow) = \text{sđ}(Ou, Ow) + k.360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

- Từ đó ta có thể suy ra: $\text{sđ}(Ou, Ov) = \text{sđ}(Ou, Ow) - \text{sđ}(Ov, Ow) + k.360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$

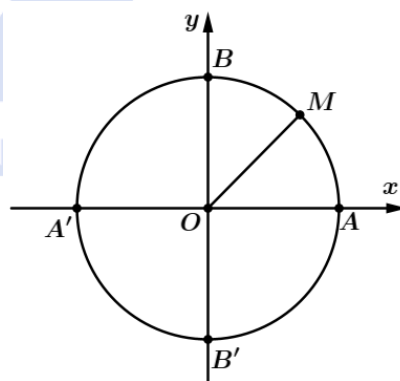
BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là $\frac{25\pi}{4}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \text{sđ} AM = \frac{25\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + \frac{24\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi = \frac{\pi}{4} + 2.3.\pi$$

Vậy điểm cuối M của cung AM sẽ trùng với điểm ngọn của cung $\frac{\pi}{4}$. Suy ra M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB .



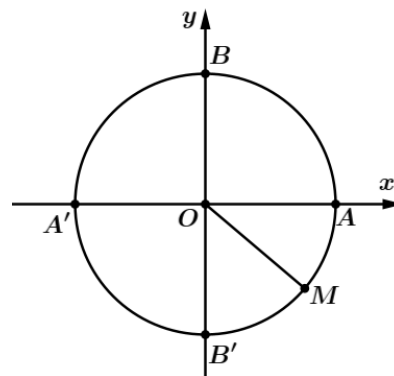
Bài tập 2: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là -1485°

Lời giải

$$\text{Ta có } \text{sđ} AB = -1485^\circ = -45^\circ + (-4).360^\circ$$

Vậy điểm cuối M của cung AB sẽ trùng với điểm ngọn của cung -45° .

Suy ra M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB' .



Bài tập 3: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là:

$$\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}; k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

Ta có $s\tilde{A}M = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ nên có 4 điểm ngọn trên đường tròn lượng giác.

Với $k = 0 \Rightarrow s\tilde{A}M = \frac{\pi}{6}$ có điểm ngọn là M

Với $k = 1 \Rightarrow s\tilde{A}N = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}$ có điểm ngọn là N

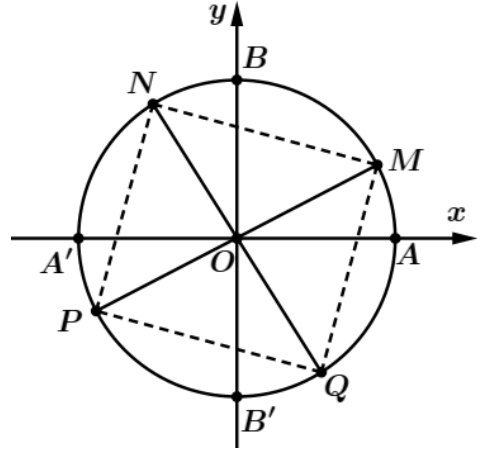
Với $k = 2 \Rightarrow s\tilde{A}P = \frac{\pi}{6} + \pi$ có điểm ngọn là P

Với $k = 3 \Rightarrow s\tilde{A}Q = \frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{2}$ có điểm ngọn là Q

Với $k = 4 \Rightarrow s\tilde{A}R = \frac{\pi}{6} + 2\pi$ có điểm ngọn là R .

Lúc này điểm ngọn R trùng với M

Vậy bốn điểm M, N, P, Q tạo thành một hình vuông nội tiếp đường tròn lượng giác



Bài tập 4: Biểu diễn trên đường tròn lượng giác các điểm ngọn của cung lượng giác có số đo là

$$k\frac{\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$$

Lời giải

Ta có $s\tilde{A}M = k\frac{2\pi}{6}$ nên có 6 điểm ngọn trên đường tròn lượng giác.

Với $k = 0 \Rightarrow s\tilde{A}M = 0$ có điểm ngọn là M

Với $k = 1 \Rightarrow s\tilde{A}N = \frac{\pi}{3}$ có điểm ngọn là N

Với $k = 2 \Rightarrow s\tilde{A}P = \frac{2\pi}{3}$ có điểm ngọn là P

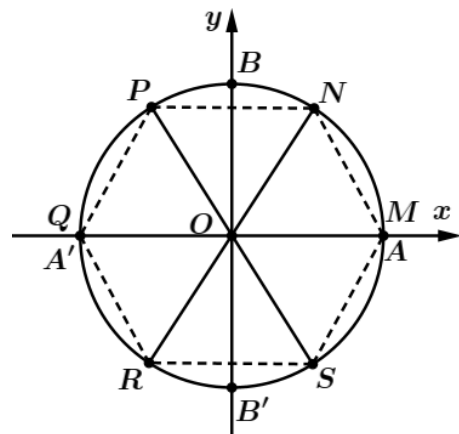
Với $k = 3 \Rightarrow s\tilde{A}Q = \pi$ có điểm ngọn là Q

Với $k = 4 \Rightarrow s\tilde{A}R = \frac{4\pi}{3}$ có điểm ngọn là R

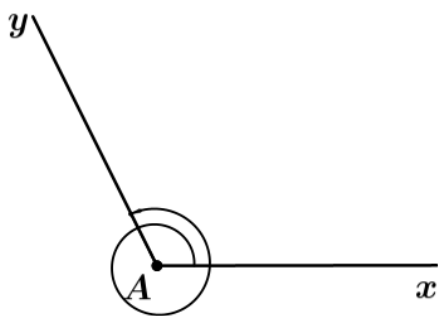
Với $k = 5 \Rightarrow s\tilde{A}S = \frac{5\pi}{3}$ có điểm ngọn là S

Với $k = 6 \Rightarrow s\tilde{A}T = 2\pi$ có điểm ngọn là T

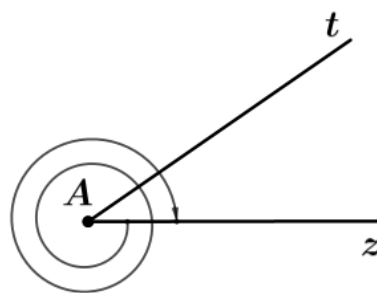
Lúc này điểm ngọn T trùng với M . Vậy sáu điểm $M; N; P; Q; R; S$ tạo thành một lục giác đều nội tiếp đường tròn lượng giác.



Bài tập 5: Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong mỗi hình dưới đây.



a) $\angle xAy = 102^\circ$



b) $\angle zBt = \frac{\pi}{5}$

Lời giải

Số đo của góc lượng giác (Ax, Ay) trong hình a) bằng: $102^\circ + 360^\circ = 462^\circ$.

Số đo của góc lượng giác (Bt, Bz) trong hình b) bằng $-\frac{\pi}{5} - 2.2\pi = -\frac{21\pi}{5}$.

Bài tập 6: Thực hiện các yêu cầu sau:

a) Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Oa, Ob) , với $0 \leq \alpha < 2\pi$. Biết một góc lượng giác cùng tia đầu Oa và tia cuối Ob có số đo là $\frac{25\pi}{6}$.

b) Hãy tìm số đo a° của góc lượng giác (Om, On) , với $0 \leq a < 360$. Biết một góc lượng giác cùng tia đầu Om và tia cuối On có số đo là -875° .

Lời giải

a) Số đo α của các góc lượng giác bất kì có cùng tia đầu Oa và tia cuối Ob sai khác nhau một bội nguyên của 2π nên có dạng là $\alpha = \frac{25\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có $0 \leq \alpha < 2\pi$ suy ra $-\frac{25\pi}{6} \leq k2\pi < 2\pi - \frac{25\pi}{6}$ suy ra $-\frac{25}{12} \leq k < -\frac{13}{12}$.

Vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = -2$. Vậy $\alpha = \frac{25\pi}{6} + (-2).2\pi = \frac{\pi}{6}$.

b) Số đo a° của các góc lượng giác có cùng tia đầu Om và tia cuối On sai khác nhau một bội nguyên của 360° nên có dạng là $a^\circ = -875^\circ + k360^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

Ta có $0 \leq a < 360$ suy ra $875 \leq k360 < 360 + 875$ suy ra $\frac{175}{72} \leq k < \frac{247}{72}$ vì $k \in \mathbb{Z}$ nên $k = 3$.

Vậy $a^\circ = -875^\circ + 3.360^\circ = 205^\circ$.

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn định hướng"?

- A. Mỗi đường tròn là một đường tròn định hướng.
- B. Mỗi đường tròn đã chọn một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
- C. Mỗi đường tròn đã chọn một chiều chuyển động và một điểm là gốc đều là một đường tròn định hướng.
- D.** Mỗi đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương và chiều ngược lại được gọi là chiều âm là một đường tròn định hướng.

Lời giải

Mỗi đường tròn trên đó ta đã chọn một chiều chuyển động gọi là chiều dương và chiều ngược lại được gọi là chiều âm là một đường tròn định hướng.

Câu 2: Quy ước chọn chiều dương của một đường tròn định hướng là:

- A. Luôn cùng chiều quay kim đồng hồ.
- B.** Luôn ngược chiều quay kim đồng hồ.
- C. Có thể cùng chiều quay kim đồng hồ mà cũng có thể là ngược chiều quay kim đồng hồ.
- D. Không cùng chiều quay kim đồng hồ và cũng không ngược chiều quay kim đồng hồ.

Lời giải

Luôn ngược chiều quay kim đồng hồ.

Câu 3: Trên đường tròn định hướng, mỗi cung lượng góc AB xác định:

- A. Một góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .
- B. Hai góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .
- C. Bốn góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .
- D.** Vô số góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .

Lời giải

Vô số góc lượng góc tia đầu OA , tia cuối OB .

Câu 4: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "góc lượng góc"?

- A. Trên đường tròn tâm O bán kính $R=1$, góc hình học AOB là góc lượng góc.
- B. Trên đường tròn tâm O bán kính $R=1$, góc hình học AOB có phân biệt điểm đầu A và điểm cuối B là góc lượng góc.
- C. Trên đường tròn định hướng, góc hình học AOB là góc lượng góc.
- D.** Trên đường tròn định hướng, góc hình học AOB có phân biệt điểm đầu A và điểm cuối B là góc lượng góc.

Lời giải

Trên đường tròn định hướng, góc hình học AOB có phân biệt điểm đầu A và điểm cuối B là góc lượng góc.

Câu 5: Khẳng định nào sau đây là **đúng** khi nói về "đường tròn lượng góc"?

- A. Mỗi đường tròn là một đường tròn lượng góc.
- B. Mỗi đường tròn có bán kính $R=1$ là một đường tròn lượng góc.
- C. Mỗi đường tròn có bán kính $R=1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng góc.
- D.** Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R=1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng góc.

Lời giải

Mỗi đường tròn định hướng có bán kính $R=1$, tâm trùng với gốc tọa độ là một đường tròn lượng góc.

Câu 6: Cho góc lượng giác $(Ox, Oy) = 22^\circ 30' + k360^\circ$. Với giá trị k bằng bao nhiêu thì góc $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30'$?

- A. $k \in \emptyset$. B. $k = 3$. C. $k = -5$. D. $k = 5$.

Lời giải

Theo đề $(Ox, Oy) = 1822^\circ 30' \Rightarrow 22^\circ 30' + k.360^\circ = 1822^\circ 30' \Rightarrow k = 5$.

Câu 7: Một chiếc đồng hồ, có kim chỉ giờ OG chỉ số 9 và kim phút OP chỉ số 12. Số đo của góc lượng giác (OG, OP) là

- A. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{9\pi}{10} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Góc lượng giác (OG, OP) chiếm $\frac{1}{4}$ đường tròn. Số đo là $\frac{1}{4}.2\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox , số đo cung lượng giác AN bằng

- A. -45° . B. 315° .
C. 45° hoặc 315° . D. $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Vì số đo cung AM bằng 45° nên $AOM = 45^\circ$, N là điểm đối xứng với M qua trục Ox nên $AON = 45^\circ$.

Do đó số đo cung AN bằng 45° nên số đo cung lượng giác AN có số đo là $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

Câu 9: Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là:

- A. 120° . B. -240° .
C. -120° hoặc 240° . D. $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $AOM = 60^\circ, MON = 60^\circ$

Nên $AON = 120^\circ$. Khi đó số đo cung AN bằng 120° .

Câu 10: Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 75° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ O , số đo cung lượng giác AN bằng:

- A. 255° . B. -105° .
C. -105° hoặc 255° . D. $-105^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $AOM = 75^\circ, MON = 180^\circ$

Nên cung lượng giác AN có số đo bằng $-105^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$, $\delta = \frac{19\pi}{6}$. Các

cung nào có điểm cuối trùng nhau?

- A. α và β ; γ và δ . **B.** β và γ ; α và δ . C. α , β , γ . D. β , γ , δ .

Lời giải

Cách 1 : Ta có $\delta - \alpha = 4\pi \Rightarrow$ hai cung α và δ có điểm cuối trùng nhau.

Và $\gamma - \beta = 8\pi \Rightarrow$ hai cung β và γ có điểm cuối trùng nhau.

Cách 2 : Gọi A, B, C, D là điểm cuối của các cung $\alpha, \beta, \gamma, \delta$

Biểu diễn các cung trên đường tròn lượng giác ta có $B \equiv C, A \equiv D$.

Câu 12: Các cặp góc lượng giác sau ở trên cùng một đường tròn đơn vị, cùng tia đầu và tia cuối. Hãy nêu kết quả **sai** trong các kết quả sau đây:

- A. $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{35\pi}{3}$. **B.** $\frac{\pi}{10}$ và $\frac{152\pi}{5}$. C. $-\frac{\pi}{3}$ và $\frac{155\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{7}$ và $\frac{281\pi}{7}$.

Lời giải

Cặp góc lượng giác a và b ở trên cùng một đường tròn đơn vị, cùng tia đầu và tia cuối. Khi đó

$$a = b + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ hay } k = \frac{a-b}{2\pi}.$$

Câu 13: Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành tam giác đều?

- A.** $\frac{k2\pi}{3}$. B. $k\pi$. C. $\frac{k\pi}{2}$. D. $\frac{k\pi}{3}$.

Lời giải

Tam giác đều có góc ở đỉnh là 60° nên góc ở tâm là 120° tương ứng $\frac{k2\pi}{3}$.

Câu 14: Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành hình vuông?

- A.** $\frac{k\pi}{2}$. B. $k\pi$. C. $\frac{k2\pi}{3}$. D. $\frac{k\pi}{3}$.

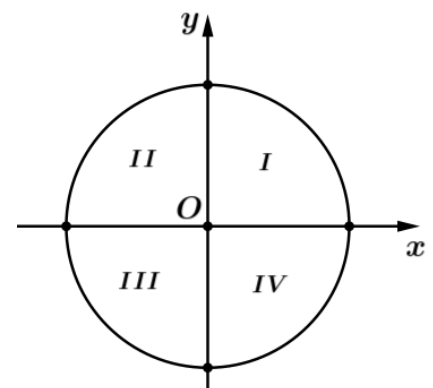
Lời giải

Hình vuông $CDEF$ có góc DCE là 45° nên góc ở tâm là 90° tương ứng $\frac{k\pi}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

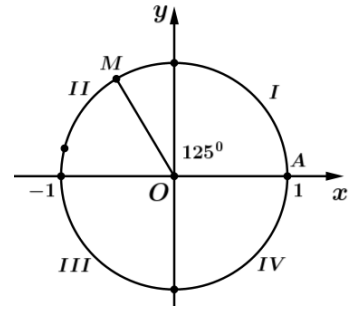
- a) 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II
b) 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ III
c) $\frac{19\pi}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ II
d) $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV



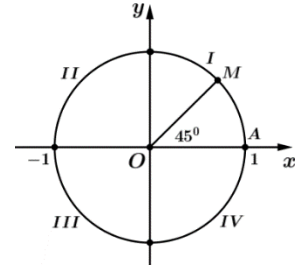
Lời giải

a) Đúng: Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II của đường tròn lượng giác thỏa mãn

$$AOM = 125^\circ$$



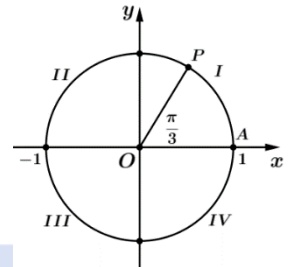
b) Sai: Ta có: $405^\circ = 45^\circ + 360^\circ$. Vì vậy điểm biểu diễn của góc lượng giác 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và thỏa mãn $AON = 45^\circ$



c) Sai: Ta có: $\frac{19\pi}{3} = \frac{18\pi + \pi}{3} = \frac{\pi}{3} + 3.2\pi$. Vì vậy điểm biểu

diễn của góc lượng giác $\frac{19\pi}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của

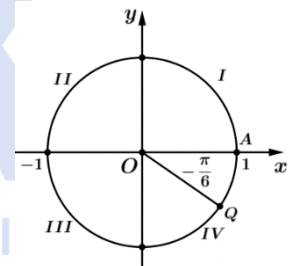
đường tròn lượng giác và thỏa mãn $AOP = \frac{\pi}{3}$



d) Đúng: Ta có: $-\frac{13\pi}{6} = \frac{-12\pi - \pi}{6} = -\frac{\pi}{6} - 2\pi$. Vì vậy điểm biểu

diễn của góc lượng giác $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV

của đường tròn lượng giác và thỏa mãn $AOQ = \frac{\pi}{6}$



Câu 2: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $36^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

b) $-60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là các điểm M_1, M_2 thuộc góc phần tư thứ II và IV

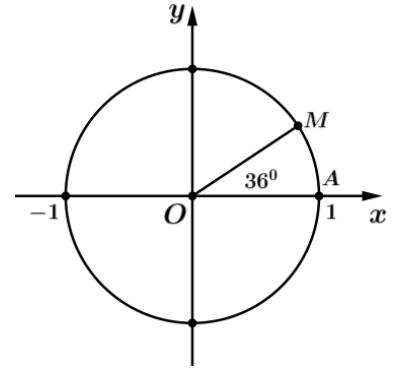
c) $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là M thuộc góc phần tư thứ III

d) $-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ là bốn điểm M, N, P, Q thuộc góc phần tư thứ I, II, III, IV

Lời giải

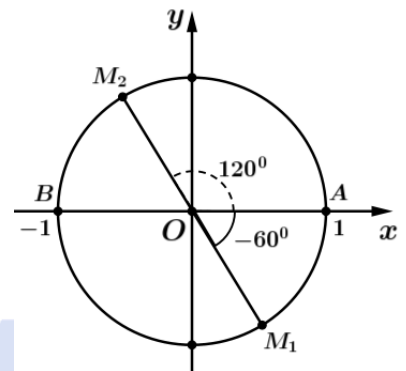
a) Sai: Xét góc lượng giác $k360^\circ$, dù k là số chẵn hay số lẻ thì góc này cũng có điểm biểu diễn là điểm A (điểm góc trên đường tròn lượng giác).

Vì vậy, góc lượng giác $36^\circ + k360^\circ$ có điểm biểu diễn là điểm M thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và $AOM = 36^\circ$.

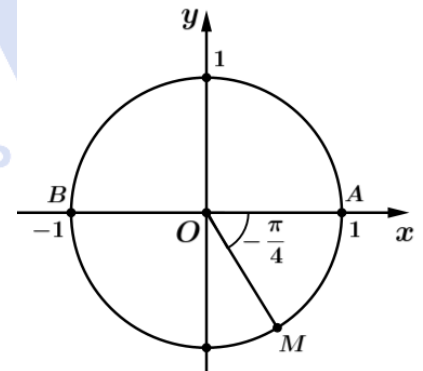


b) Đúng: Xét góc lượng giác $k180^\circ$. Nếu k chẵn thì góc này có điểm biểu diễn là $A(1;0)$, nếu k lẻ thì góc này có điểm biểu diễn là điểm $B(-1;0)$.

Vì vậy $-60^\circ + k180^\circ$ có các điểm biểu diễn là M_1 và M_2 như hình vẽ bên.



c) Sai: Ta biết góc lượng giác $k2\pi$ luôn có điểm biểu diễn là $A(1;0)$, vì vậy góc lượng giác $-\frac{\pi}{4} + k2\pi$ có điểm biểu diễn là M thuộc góc phần tư thứ IV và thỏa mãn $AOM = \frac{\pi}{4}$.

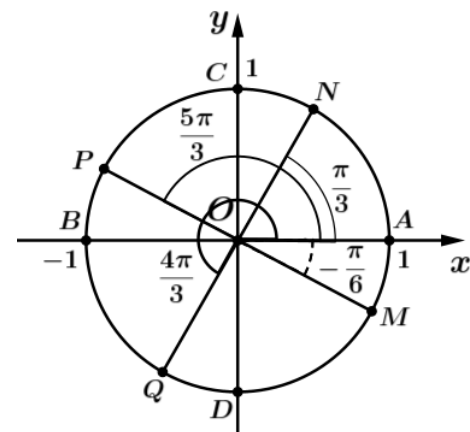


d) Đúng: Xét góc lượng giác $k\frac{\pi}{2}$.

Khi $k=0$ thì $k\frac{\pi}{2} = 0$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $A(1;0)$.

Khi $k=1$ thì $k\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$ góc này có điểm biểu diễn là điểm $C(0;1)$.

Khi $k=2$ thì $k\frac{\pi}{2} = \pi$ góc này có điểm biểu diễn là điểm $B(-1;0)$.



Khi $k = 3$ thì $k\frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$ góc này có điểm biểu diễn là điểm $D(0; -1)$.

Nếu $k = 4, 5, 6, \dots$ thì ta thấy rằng các điểm biểu diễn có được vẫn là sự lặp lại của A, B, C, D .

Vì vậy điểm biểu diễn của $-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$ là bốn điểm M, N, P, Q trên đường tròn lượng giác (xem hình vẽ trên).

Câu 3: Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thủy tương ứng với một đường tròn lượng giác.

a) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo

đơn vị radian: $(OA, OB) = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là A, C, E, G theo đơn vị radian là $k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$,

c) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là A, E theo đơn vị độ là $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$,

d) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác $(OA, OC) + (OC, OH)$ theo đơn vị radian:

$$\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $(OA, OB) = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$;

b) Sai: Ta thấy A, C, E, G lần lượt biểu diễn cho các góc lượng giác:

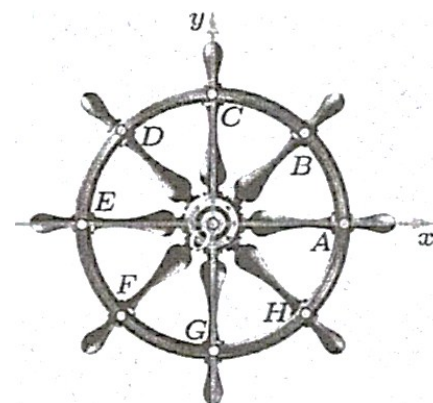
$$0 \text{ rad}; \frac{\pi}{2} \text{ rad}; \pi \text{ rad}; \frac{3\pi}{2} \text{ rad}; 2\pi \text{ rad}, \frac{5\pi}{2} \text{ rad}, \dots$$

Tất cả các góc này theo thứ tự chênh lệch nhau $\frac{\pi}{2}$ rad. Vì vậy công thức duy nhất biểu diễn cho các góc lượng giác ấy là $k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

c) Đúng: Ta thấy hai điểm A, E lần lượt biểu diễn cho các góc lượng giác $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ, 540^\circ, \dots$

Tất cả các góc này theo thứ tự chênh lệch nhau 180° . Vì vậy công thức duy nhất biểu diễn cho các góc lượng giác ấy là $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

d) Sai: Theo hệ thức Salơ, ta có:



$$(OA, OB) + (OB, OC) = (OA, OC) = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$(OA, OC) + (OC, OH) = (OA, OH) = -\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 4: Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau đây trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thỏa mãn $AOM = 218^\circ$

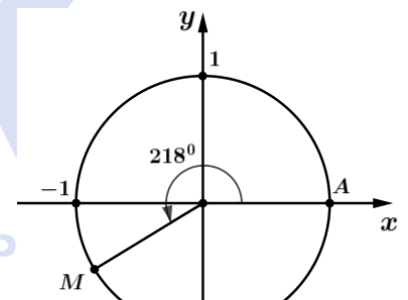
b) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thỏa mãn $AON = -45^\circ$

c) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thỏa mãn $AOP = \frac{\pi}{4}$

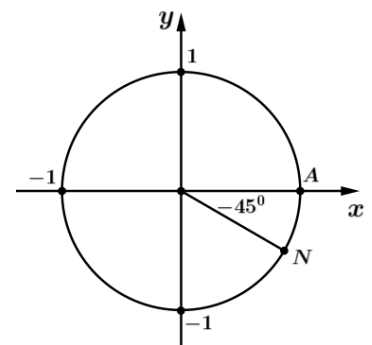
d) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thỏa mãn $AOQ = -\frac{\pi}{2}$

Lời giải

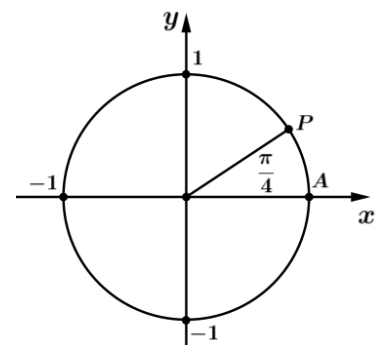
a) Đúng: Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thỏa mãn $AOM = 218^\circ$



b) Sai: Ta có: $-405^\circ = -45^\circ - 360^\circ$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thỏa mãn $AON = 45^\circ$



c) Đúng: Ta có: $\frac{25\pi}{4} = \frac{\pi + 24\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + 6\pi$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thỏa mãn $AOP = \frac{\pi}{4}$



d) Sai: Ta có: $\frac{15\pi}{2} = \frac{16\pi - \pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + 8\pi$. Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thỏa mãn $AOQ = \frac{\pi}{2}$.

Câu 5: Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -270° .

a) Số đo góc lượng giác (Ou, Ox) bằng $-250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

b) Số đo góc lượng giác (Ov, Ox) bằng $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

c) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -20° .

d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $\frac{\pi}{9}$.

Lời giải

a) Đúng: $sđ(Ou, Ox) = -sđ(Ox, Ou) = -250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

b) Đúng: $sđ(Ov, Ox) = -sđ(Ox, Ov) = 270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

c) Sai: $sđ(Ou, Ov) = sđ(Ou, Ox) + sđ(Ox, Ov) + k360^\circ = -250^\circ - 270^\circ + k360^\circ$
 $= -520^\circ + k360^\circ = -160^\circ + m360^\circ (k \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{Z})$.

Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -160° .

d) Sai: Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $-160 \frac{\pi}{180} = \frac{-8\pi}{9}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 75° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ O , số đo cung lượng giác AN bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $AOM = 75^\circ, MON = 180^\circ$ nên cung lượng giác AN có số đo bằng

$$AN = -105^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: Biết một số đo của góc $(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi$. Giá trị tổng quát của góc (Ox, Oy) là bao nhiêu?

Lời giải

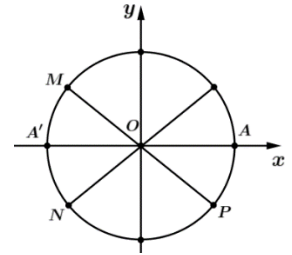
Ta có: $(Ox, Oy) = \frac{3\pi}{2} + 2001\pi = \frac{\pi}{2} + 2002\pi = \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 3: Biết OMB' và ONB' là các tam giác đều. Cung α có mút đầu là A và mút cuối trùng với B hoặc M hoặc N . Tính số đo của α ?

Lời giải

Cung α có mút đầu là A và mút cuối trùng với B nên $\alpha = \frac{\pi}{2}$.

Cung $AM = AB + \frac{2\pi}{3}$, $AN = AM + \frac{2\pi}{3}$ nên chu kì của cung α là $\frac{2\pi}{3}$.

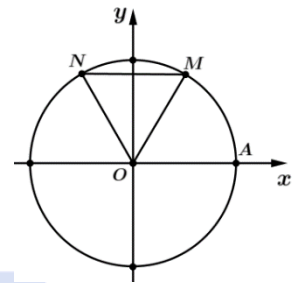


Câu 4: Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox , số đo cung lượng giác AN bằng bao nhiêu?

Lời giải

Vì số đo cung AM bằng 45° nên $AOM = 45^\circ$, N là điểm đối xứng với M qua trục Ox nên $AON = 45^\circ$.

Do đó số đo cung AN bằng 45° nên số đo cung lượng giác AN có số đo là $-45^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$



Câu 5: Nếu góc lượng giác có số $(Ox, Oz) = -\frac{63\pi}{2}$ thì Ox và Oz tạo với nhau một góc bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Ta có $-\frac{63\pi}{2} = -32\pi + \frac{\pi}{2}$ vì vậy Ox và Oz vuông góc nên tạo với nhau một góc 90°

Câu 6: Cho hai góc lượng giác có số $(Ox, Ou) = 45^\circ + m360^\circ, m \in \mathbb{Z}$ và số $(Ox, Ov) = -135^\circ + n360^\circ, n \in \mathbb{Z}$.

Hai tia Ou và Ov hợp với nhau một góc bằng bao nhiêu độ?

Lời giải

Số $(Ou, Ov) = 45^\circ + 135^\circ + (m - n)360^\circ = 180^\circ + l360^\circ, l \in \mathbb{Z}$ suy ra 2 tia Ou và Ov đối nhau nên tạo với nhau một góc bằng 180° .

-----HẾT-----