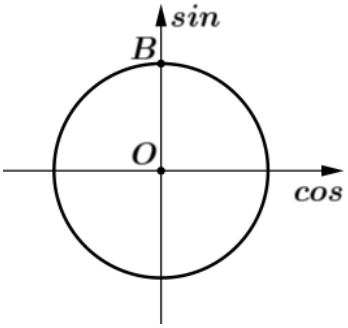
BÀI 04 PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN

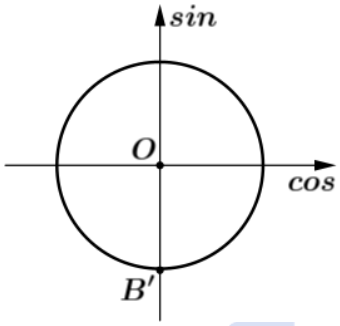
A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Phương trình sin x = a

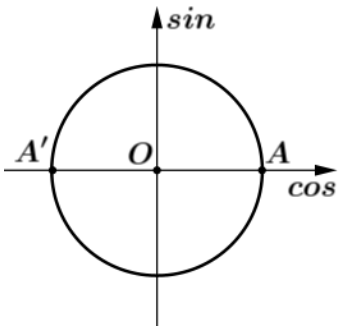
- Trường hợp $a \in \{-1;0;1\}$



$\boxed{\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi}$

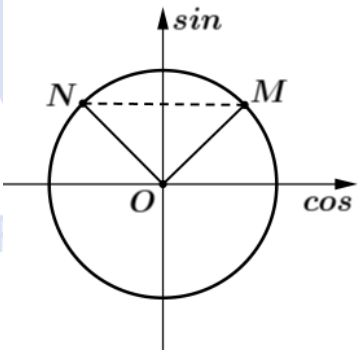


$\boxed{\sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi}$



$\boxed{\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi}$

- Trường hợp $a \in \left\{\pm\frac{1}{2};\pm\frac{\sqrt{2}}{2};\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$. Ta bấm máy $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{\sin}$ $\boxed{a}$ để đổi số a về góc α hoặc $\beta°$

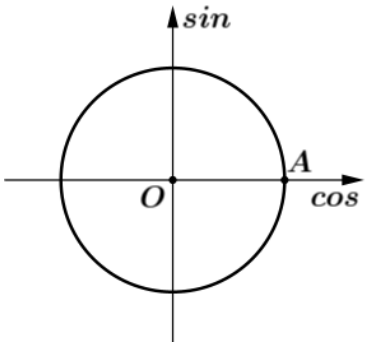


  - Công thức theo đơn vị rad:
$$\sin x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = \pi - \alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$
  - Công thức theo đơn vị độ:
$$\sin x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \beta° + k360° \\ x = 180° - \beta° + k360° \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

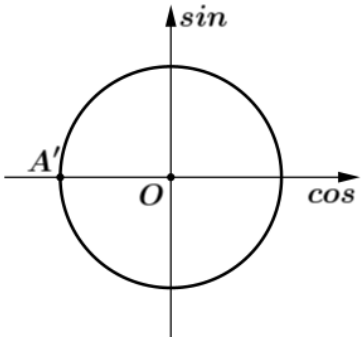
- Trường hợp $a \in [-1;1]$ nhưng khác các số ở trên:
$$\sin x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arcsin a + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin a + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$
- Công thức mở rộng cho hai hàm $f(x)$ và $g(x)$
$$\sin\left[f(x)\right] = \sin\left[g(x)\right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = \pi - g(x) + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

2 Phương trình cos x = a

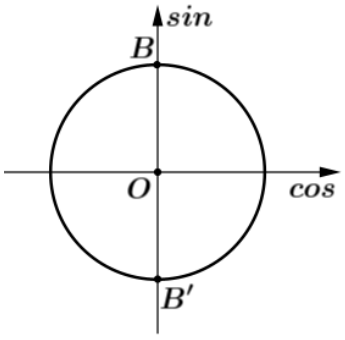
- Trường hợp $a \in \{-1;0;1\}$



$\boxed{\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi}$

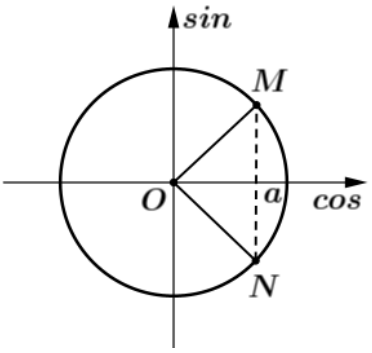


$\boxed{\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi}$



$\boxed{\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi}$

- Trường hợp $a \in \left\{\pm\frac{1}{2};\pm\frac{\sqrt{2}}{2};\pm\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$. Ta bấm máy $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{\cos}$ $\boxed{a}$ để đổi số a về góc α hoặc $\beta°$



  - Công thức theo đơn vị rad: $\cos x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \alpha + k2\pi \\ x = -\alpha + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$
  - Công thức theo đơn vị độ: $\cos x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \beta° + k360° \\ x = -\beta° + k360° \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$

- Trường hợp $a \in [-1;1]$ nhưng khác các số ở trên:

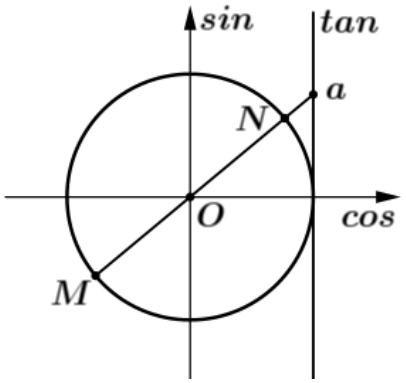
$$\cos x = a \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \arccos a + k2\pi \\ x = -\arccos a + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

- Công thức mở rộng cho hai hàm $f(x)$ và $g(x)$

$$\cos\left[f(x)\right] = \cos\left[g(x)\right] \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = g(x) + k2\pi \\ f(x) = -g(x) + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$$

3 Phương trình tan x = a

- Trường hợp $a \in \left\{0;\pm\frac{\sqrt{3}}{3};\pm1;\pm\sqrt{3}\right\}$. Ta bấm máy $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{\tan}$ $\boxed{a}$ để đổi số a về góc α hoặc $\beta°$ tương ứng:



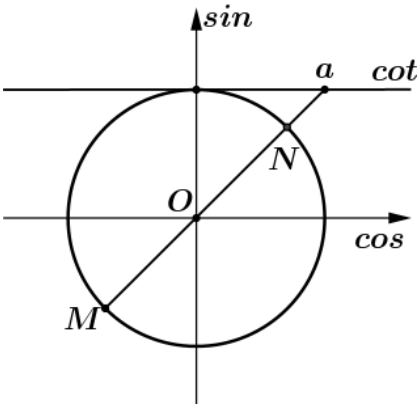
  - Công thức theo đơn vị rad: $\tan x = a \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
  - Công thức theo đơn vị độ: $\tan x = a \Leftrightarrow x = \beta° + k180°,\ k \in \mathbb{Z}$

- Trường hợp a khác các số ở trên:

$$\tan x = a \Leftrightarrow x = \arctan a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

4 Phương trình cot x = a

- Trường hợp $a \in \left\{\pm\frac{\sqrt{3}}{3};\pm 1;\pm\sqrt{3}\right\}$. Ta bấm máy $\boxed{SHIFT}$ $\boxed{\tan}$ $\boxed{\frac{1}{a}}$ để đổi số a về góc α hoặc $\beta°$ tương ứng:



  - Công thức theo đơn vị rad: $\cot x = a \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
  - Công thức theo đơn vị độ: $\cot x = a \Leftrightarrow x = \beta° + k180°,\ k \in \mathbb{Z}$

- Trường hợp a khác các số ở trên:

$$\cot x = a \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} a + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Giải các phương trình lượng giác cơ bản

Phương pháp: Cần chú ý một số điều kiện sau:

- Nhận dạng (biến đổi) về đúng loại phương trình cơ bản, xem số "a" quy về góc đẹp hay xấu.
- Chọn và lắp vào công thức nghiệm

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ b) $2\cos x = -\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}\tan\left(\frac{x}{2}+15°\right)=1$

d) $\cot(2x-1) = \cot\frac{\pi}{5}$ e) $\sin 2x + \cos 4x = 0$ f) $\cos 3x = -\cos 7x$

Lời giải

a) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \pi - \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

b) $2\cos x = -\sqrt{2} \Leftrightarrow \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos\frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \\ x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ và $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

c) $\sqrt{3}\tan\left(\frac{x}{2}+15°\right)=1 \Leftrightarrow \tan\left(\frac{x}{2}+15°\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \tan\left(\frac{x}{2}+15°\right) = \tan 30°$

$\Leftrightarrow \frac{x}{2}+15°=30°+k180°,k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=30°+k360°,k\in\mathbb{Z}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=30°+k360°,k\in\mathbb{Z}$.

d) $\cot(2x-1)=\cot\frac{\pi}{5} \Leftrightarrow 2x-1=\frac{\pi}{5}+k\pi,k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{10}+\frac{1}{2}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm là $x=\frac{\pi}{10}+\frac{1}{2}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

e) $\sin 2x+\cos 4x=0 \Leftrightarrow \cos 4x=-\sin 2x \Leftrightarrow \cos 4x=\sin(-2x) \Leftrightarrow \cos 4x=\cos\left(\frac{\pi}{2}-(-2x)\right)$

$$\Leftrightarrow \cos 4x=\cos\left(\frac{\pi}{2}+2x\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4x=\frac{\pi}{2}+2x+k2\pi \\ 4x=-\left(\frac{\pi}{2}+2x\right)+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$ và $x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$.

f) $\cos 3x=-\cos 7x \Leftrightarrow \cos 3x=\cos(\pi+7x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x=\pi+7x+k2\pi \\ 3x=-(\pi+7x)+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2} \\ x=-\frac{\pi}{10}+k\frac{\pi}{5} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$$

Vậy phương trình đã cho có các nghiệm là $x=-\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$ và $x=-\frac{\pi}{10}+k\frac{\pi}{5},k\in\mathbb{Z}$

WE COACH. WE INSPIRE

Bài tập 2: Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=0$ b) $\cos\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)=1$ c) $\cos\left(\frac{\pi}{5}-x\right)=-1$

d) $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=0$ e) $\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=1$ f) $\sin\left(\frac{\pi}{6}+2x\right)=-1$

Lời giải

a) $\cos\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=0 \Leftrightarrow 2x+\frac{\pi}{6}=k\pi \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$

b) $\cos\left(4x-\frac{\pi}{3}\right)=1 \Leftrightarrow 4x-\frac{\pi}{3}=k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{12}+\frac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$

c) $\cos\left(\frac{\pi}{5}-x\right)=-1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{5}-x=\pi+k2\pi \Leftrightarrow x=\frac{-4\pi}{5}-k2\pi,k\in\mathbb{Z}$

d) $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=0\Leftrightarrow 3x+\frac{\pi}{3}=k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{9}+\frac{k\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$

e) $\sin\left(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)=1\Leftrightarrow \frac{x}{2}-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=\frac{3\pi}{2}+k4\pi,k\in\mathbb{Z}$

f) $\sin\left(\frac{\pi}{6}+2x\right)=-1\Leftrightarrow \frac{\pi}{6}+2x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Bài tập 3: Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cot 4x=\cot\frac{2\pi}{7}$ b) $\cot 3x=-2;$ c) $\cot\left(2x-10°\right)=\frac{1}{\sqrt{3}}.$

Lời giải

a) $\cot 4x=\cot\frac{2\pi}{7}\Leftrightarrow x=\frac{2\pi}{7}+k\pi\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{14}+k\frac{\pi}{4},k\in\mathbb{Z}.$

b) $\cot 3x=-2=\cot\alpha\Leftrightarrow 3x=\alpha+\mathrm{k}\,\pi\Leftrightarrow\frac{1}{3}\alpha+\mathrm{k}\frac{\pi}{3},k\in\mathbb{Z}$

c) Vì $\frac{1}{\sqrt{3}}=\cot 60°$ nên $\cot\left(2x-10°\right)=\frac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow\cot\left(2x-10°\right)=\cot 60°$

$\Leftrightarrow 2x-10°=60°+k180°\Leftrightarrow 2x=70°+k180°\Leftrightarrow x=35°+k90°,k\in\mathbb{Z}.$

Bài tập 4: Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\sin\left(2x+\frac{2\pi}{5}\right)=0$ với $x\in\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ b) $\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=-1$ với $x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right).$

Lời giải

a) $\sin\left(2x+\frac{2\pi}{5}\right)=0\Leftrightarrow 2x+\frac{2\pi}{5}=k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2}.$

Do $x\in\left(\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}\right)$ nên $\frac{\pi}{2}<-\frac{\pi}{5}+k\frac{\pi}{2}<\frac{3\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{7}{5}<k<\frac{17}{5}$ mà $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{2;3\}.$

Vậy $x\in\left\{\frac{4\pi}{5};\frac{13\pi}{10}\right\}.$

b) $\tan\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}\right)=-1\Leftrightarrow\frac{x}{2}+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{4}+k\pi\Leftrightarrow x=-\frac{5\pi}{6}+k2\pi.$

Do $x\in\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ nên $-\frac{\pi}{2}<-\frac{5\pi}{6}+k2\pi<\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow\frac{1}{6}<k<\frac{2}{3}.$

Mặt khác $k\in\mathbb{Z}$ nên không có giá trị nào của k thoả mãn.

Vậy phương trình không có nghiệm trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right).$

Bài tập 5: Tìm m để phương trình $\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=m$ có nghiệm $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Lời giải

Ta có: $0<x<\frac{\pi}{2}\Rightarrow\frac{\pi}{4}<x+\frac{\pi}{4}<\frac{3\pi}{4}\Rightarrow\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le 1$

Phương trình đã cho có nghiệm $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi $\frac{\sqrt{2}}{2}<\frac{m}{\sqrt{2}}\le 1\Leftrightarrow 1<m\le\sqrt{2}$.

Bài tập 6: Giả sử một vật dao động điều hoà xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x=2\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)$$

Ở đây thời gian t tính bằng giây và quãng đường x tính bằng centimét. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng bao nhiêu lần?

Lời giải

Vị trí cân bằng của vật dao động điều hòa là vị trí vật đứng yên khi đó $x=0$ ta có:

$$2\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)=0\Leftrightarrow\cos\left(5t-\frac{\pi}{6}\right)=0\Leftrightarrow 5t-\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k\pi\Leftrightarrow t=\frac{2\pi}{15}+k\frac{\pi}{5},k\in\mathbb{Z}$$

Trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, tức là $0\le t\le 6$ hay $0\le\frac{2\pi}{15}+k\frac{\pi}{5}\le 6$

$\Leftrightarrow-\frac{2}{3}\le k\le\frac{90-2\pi}{3\pi}$ vì $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

Vậy trong khoảng thời gian từ 0 đến 6 giây, vật đi qua vị trí cân bằng 9 lần.

WE COACH.WE INSPIRE

Bài tập 7: Một quả đạn pháo được bắn khỏi nòng pháo với vận tốc ban đầu $v_0=500\left(\text{m/s}\right)$ hợp với phương ngang một góc α. Trong Vật lí, ta biết rằng, nếu bỏ qua sức cản của không khí và coi quả đạn pháo được bắn ra từ mặt đất thì quỹ đạo của quả đạn tuân theo phương trình $y=\frac{-g}{2v_0^2\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$, ở đó $g=9{,}8\left(\text{m/s}^2\right)$ là gia tốc trọng trường.

a) Tính theo góc bắn α tầm xa mà quả đạn đạt tới (tức là khoảng cách từ vị trí bắn đến điểm quả đạn chạm đất).

b) Tìm góc bắn α để quả đạn trúng mục tiêu cách vị tri đặt khẩu pháo 22000 m.

c) Tìm góc bắn α đề quả đạn đạt độ cao lớn nhất.

Lời giải

Vì $v_0=500\left(\text{m/s}\right),\ g=9{,}8\left(\text{m/s}^2\right)$ nên ta có phương trình quỹ đạo của quả đạn là

$$y=\frac{-9{,}8}{2.500^2.\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha\ \text{ hay }\ y=\frac{-49}{2500000\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha.$$

a) Quả đạn chạm đất khi $y=0$, khi đó $\frac{-49}{2500000\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha=0$

$$\Leftrightarrow x\left(\frac{-49}{2500000\cos^2\alpha}x+\tan\alpha\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{2500000\cos^2\alpha\cdot\tan\alpha}{49}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{2500000\cos\alpha\cdot\sin\alpha}{49}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1250000\sin2\alpha}{49}\end{array}\right.$$

Loại $x=0$ (đạn pháo chưa được bắn).

Vậy tầm xa mà quả đạn đạt tới là $x=\frac{1250000\sin2\alpha}{49}(\text{ m})$.

b) Để quả đạn trúng mục tiêu cách vị trí đặt khẩu pháo 22000 m thì $x=22000$ m.

Khi đó $\frac{1250000\sin2\alpha}{49}=22000\Leftrightarrow\sin2\alpha=\frac{539}{625}$

Gọi $\beta\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là góc thỏa mãn $\sin\beta=\frac{539}{625}$. Khi đó ta có: $\sin2\alpha=\sin\beta$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\alpha=\beta+k2\pi\\2\alpha=\pi-\beta+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\alpha=\dfrac{\beta}{2}+k\pi\\\alpha=\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{\beta}{2}+k\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$$

c) Hàm số $y=\frac{-49}{2500000\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$ là một hàm số bậc hai có đồ thị là một parabol có tọa độ đỉnh $I(x_1;y_1)$ là

$$\begin{cases}x_I=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{\tan\alpha}{2\cdot\dfrac{-99}{2500000\cos^2\alpha}}=\dfrac{1250000\cos\alpha\sin\alpha}{49}\\y_I=f(x_I)=\dfrac{-49}{2500000\cos^2\alpha}\left(\dfrac{1250000\cos\alpha\sin\alpha}{49}\right)^2+\dfrac{1250000\cos\alpha\sin\alpha}{49}\tan\alpha\end{cases}$$

Hay $\begin{cases}x_I=\dfrac{1250000\cos\alpha\sin\alpha}{49}\\y_I=\dfrac{625000\sin^2\alpha}{49}\end{cases}$

Do đó, độ cao lớn nhất của quả đạn là $y_{\max}=\frac{625000\sin^2\alpha}{49}$.

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm tập nghiệm của phương trình $\sin x = 0$.

A. $S = \{\pi + k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $S = \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$. **C.** $S = \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \{k2\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Ta có $\sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi\ (k \in \mathbb{Z})$. Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2: Nghiệm của phương trình $2\sin x + 1 = 0$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$ **B.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

C. $x = \pi + k2\pi;\ x = \frac{\pi}{8} + k2\pi.$ **D.** $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi.$

Lời giải

Ta có: $2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi;\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi.$

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\sin\frac{x}{2} = 1$ là

A. $x = \pi + k2\pi$. **B.** $x = k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. **D.** $x = \pi + k4\pi$.

Lời giải

Ta có $\sin\frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Phương trình $1 - \cos 2x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **C.** $\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có $1 - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Giải phương trình $2\cos x = -1$ được nghiệm là

A. $\left\{\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\left\{-\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

.

Lời giải

Ta có $2\cos x = -1 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Số nghiệm của phương trình $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1$ với $\pi \le x \le 5\pi$ là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=1 \Leftrightarrow x+\frac{\pi}{4}=k2\pi \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$

Mà $\pi \le x \le 5\pi$ nên $\pi \le -\frac{\pi}{4}+k2\pi \le 5\pi \Leftrightarrow \frac{5}{8} \le k \le \frac{21}{8}$; $k\in\mathbb{Z} \Rightarrow k\in\{1;2\}$ vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm trên $[\pi;5\pi]$.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\cos x=\cos 60°$ là

A. $x=120°+k180°, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=60°+k360° \\ x=120°+k360° \end{array}\right., k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm 60°+k360°, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=60°+k180°, k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $\cos x=\cos 60° \Leftrightarrow x=\pm 60°+k360°, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 8: Tập nghiệm S của phương trình $\sqrt{3}\tan\frac{x}{3}+3=0$.

A. $S=\left\{-\frac{\pi}{9}+k3\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{-\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\{-\pi+k3\pi, k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $S=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{3}\tan\frac{x}{3}+3=0 \Leftrightarrow \tan\frac{x}{3}=-\sqrt{3}=\tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \frac{x}{3}=-\frac{\pi}{3}+k\pi \Leftrightarrow x=-\pi+k3\pi$.

Câu 9: Giải phương trình $\sqrt{3}\tan x-1=0$.

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{2}\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **C.** $x=\frac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Lời giải

Điều kiện: $x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Ta có $\sqrt{3}\tan x-1=0$

Với điều kiện $x\ne\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$ thì phương trình $\sqrt{3}\tan x-1=0 \Leftrightarrow \tan x=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow \tan x=\tan\frac{\pi}{6} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Vậy phương trình có nghiệm là $x=\frac{\pi}{6}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\tan x-1=0$ là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi$. **C.** $x=\frac{-\pi}{4}+k\pi$. **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Lời giải

Ta có: $\tan x-1=0 \Leftrightarrow \tan x=1 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z$

Câu 11: Chọn khẳng định sai.

A. $\cos x=1 \Leftrightarrow x=k2\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

B. $\sin x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\tan x=0 \Leftrightarrow x=k2\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

D. $\cot x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi \ (k\in\mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có $\tan x=0 \Leftrightarrow x=k\pi \ (k\in\mathbb{Z}) \Rightarrow$ C sai.

Câu 12: Tập nghiệm của phương trình $\sin x=2\cos x$ là

A. $\{\arctan 2+k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\varnothing$. **C.** $\{k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\{\tan 2+k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$.

Lời giải

Ta có $\sin x=2\cos x$.

Với $\cos x=0$ thay vào phương trình, ta thấy vô nghiệm.

Với $\cos x\neq 0 \Leftrightarrow x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$, ta có $\tan x=2 \Leftrightarrow x=\arctan(2)+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

So với điều kiện ta có tập nghiệm của phương trình là $\{\arctan 2+k\pi | k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 13: Nghiệm của phương trình $\cot 2x=-\sqrt{3}$ là

A. $x=\operatorname{arccot}\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$ **D.** $x=-\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

.

WE COACH.WE INSPIRE

Lời giải

Ta có: $\cot 2x=-\sqrt{3} \Leftrightarrow 2x=-\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{12}+k\frac{\pi}{2}, k\in\mathbb{Z}$

Câu 14: Tìm nghiệm của phương trình $\cot x=\sqrt{3}$.

A. $x=60^0+k.180^0$. **B.** $x=60^0+k.360^0$. **C.** $x=30^0+k.180^0$. **D.** $x=-60^0+k.180^0$.

Lời giải

Ta có: $\cot x=\sqrt{3} \Leftrightarrow \cot x=\cot 30^0 \Leftrightarrow x=30^0+k.180^0, \ k\in Z$

Câu 15: Phương trình $3\cot x-\sqrt{3}=0$ có họ nghiệm là

A. $x=\frac{\pi}{6}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** vô nghiệm.

Lời giải

Phương trình: $3\cot x-\sqrt{3}=0 \Leftrightarrow \cot x=\frac{\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow \cot x=\cot\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$

Câu 16: Nghiệm của phương trình $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ là

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.**B.** $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ **C.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.**D.** $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Ta có: $\cot x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \cot x = \cot\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{3} + k\pi (k \in Z)$.

Câu 17: Hỏi trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$.

Trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ chỉ có một nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ thoả mãn.

Câu 18: Số nghiệm của phương trình $\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ trên $[0; 2\pi]$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2

Lời giải

Ta có $\sin\left(5x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 5x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{5}; k \in \mathbb{Z}$.

Khi đó $x \in [0; 2\pi] \Leftrightarrow 0 \le \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{5} \le 2\pi \Leftrightarrow \frac{-5}{12} \le k \le \frac{55}{12}; k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0; 1; 2; 3; 4$

Vậy có 5 nghiệm thuộc khoảng $[0; 2\pi]$.

Câu 19: Tập nghiệm của phương trình $2\sin\frac{x}{2} - 1 = 0$ là:

A. $S = \left\{\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k4\pi; \frac{5\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{-\frac{\pi}{3} + k4\pi; \frac{\pi}{3} + k4\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \left\{\frac{\pi}{3} + k2\pi; \frac{5\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có $2\sin\frac{x}{2} - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin\frac{x}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{x}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k4\pi \\ x = \frac{5\pi}{3} + k4\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 20: Phương trình $\sin 2x = \frac{-1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thoả mãn $0 < x < \pi$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\sin 2x = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

Trường hợp 1: $x = \frac{-\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Do $0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow \frac{1}{12} < k < \frac{13}{12} \Rightarrow k = 1 \Rightarrow x = \frac{11\pi}{12}$

Trường hợp 2: $x = \frac{7\pi}{12} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Do $0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow \frac{-7}{12} < k < \frac{5}{12} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{7\pi}{12}$

Câu 21: Số nghiệm của phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ trong khoảng $(0;3\pi)$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., (k \in \mathbb{Z}).$

Mà $x \in (0;3\pi)$ nên $\left[\begin{array}{l} 0 < \frac{\pi}{6} + k\pi < 3\pi \\ 0 < \frac{\pi}{3} + k\pi < 3\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{-1}{6} < k < \frac{17}{6} \\ \frac{-1}{3} < k < \frac{8}{3} \end{array}\right.$ và do $k \in \mathbb{Z}$ nên $\left[\begin{array}{l} k \in \{0;1;2\} \\ k \in \{0;1;2\} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có 6 nghiệm trong khoảng $(0;3\pi)$

Câu 22: Tập nghiệm của phương trình $2\sin 2x = \sqrt{2}$ là:

A. $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k2\pi; \frac{3\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S = \left\{\frac{\pi}{8} + k\pi; \frac{3\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $S = \left\{\frac{\pi}{8} + k2\pi; \frac{3\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{3\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Ta có $2\sin 2x=\sqrt{2}\Leftrightarrow \sin 2x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow \sin 2x=\sin\dfrac{\pi}{4}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi\\2x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{8}+k\pi\\x=\dfrac{3\pi}{8}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$$

Câu 23: Nghiệm của phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$ là

A. $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $2\sin x-\sqrt{3}=0\Leftrightarrow\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\sin x=\sin\dfrac{\pi}{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\\x=\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $\cos x=\dfrac{2}{5}$ trên khoảng $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2};2\pi\right)$ là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\cos x=\dfrac{2}{5}\Leftrightarrow x=\pm\arccos\dfrac{2}{5}+k2\pi$. Vì $x\in\left(-\dfrac{\pi}{2};2\pi\right)\Rightarrow x=\arccos\dfrac{2}{3};x=-\arccos\dfrac{2}{3}+2\pi$ là thỏa mãn.

Câu 25: Tổng các nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $5\cos x-2=0$ là

A. $S=3\pi$. **B.** $S=2\pi$. **C.** $S=0$. **D.** $S=4\pi$.

Lời giải

Ta có $5\cos x-2=0\Leftrightarrow\cos x=\dfrac{2}{5}\Leftrightarrow x=\pm\arccos\left(\dfrac{2}{5}\right)+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Xét trên $(0;2\pi)$ phương trình có hai nghiệm $x=\arccos\left(\dfrac{2}{5}\right)$ và $x=-\arccos\left(\dfrac{2}{5}\right)+2\pi$.

Do vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình bằng $\arccos\left(\dfrac{2}{5}\right)-\arccos\left(\dfrac{2}{5}\right)+2\pi=2\pi$.

Câu 26: Tính tổng S tất cả các nghiệm trên khoảng $(0;3\pi)$ của phương trình $2\cos 3x=1$

A. $S=\dfrac{121\pi}{9}$. **B.** $S=\dfrac{120\pi}{9}$. **C.** $S=\dfrac{122\pi}{9}$. **D.** $S=\dfrac{20\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có: $2\cos 3x = 1 \Leftrightarrow \cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \\ x = -\frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3} \end{array}\right.$.

$S = \left(\frac{\pi}{9} + \frac{7\pi}{9} + \frac{13\pi}{9} + \frac{19\pi}{9} + \frac{25\pi}{9}\right) + \left(\frac{5\pi}{9} + \frac{11\pi}{9} + \frac{17\pi}{9} + \frac{23\pi}{9}\right) = \frac{121\pi}{9}$

Câu 27: Phương trình $\cos 3x = \cos\frac{\pi}{15}$ có nghiệm là:

A. $x = \pm\frac{\pi}{45} + \frac{2k\pi}{3}$. **B.** $x = \pm\frac{\pi}{15} + k2\pi$. **C.** $x = \frac{\pi}{45} + \frac{2k\pi}{3}$. **D.** $x = \frac{-\pi}{45} + \frac{2k\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có $\cos 3x = \cos 12^0 \Leftrightarrow \cos 3x = \cos\frac{\pi}{15} \Leftrightarrow 3x = \pm\frac{\pi}{15} + k2\pi \Leftrightarrow 3x = \pm\frac{\pi}{45} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 28: Tổng nghiệm dương nhỏ nhất và nghiệm âm lớn nhất của phương trình $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

A. $\frac{\pi}{12}$. **B.** $\frac{-2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{-3\pi}{4}$

Lời giải

Ta có: $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = k\pi \end{array}\right.$

Cho $k = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} \\ x = 0 \end{array}\right.$. Cho $k = -1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-5\pi}{6} \\ x = -\pi \end{array}\right.$

WE COACH WE INSPIRE

Câu 29: Cho phương trình $\sqrt{3}\tan 2x = 3$ có nghiệm x_0 khi đó $\cos x_0$ nhận giá trị là

A. $\frac{-\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}; \pm\frac{1}{2}$. **C.** $\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\pm\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{3}\tan 2x = 3 \Leftrightarrow \tan 2x = \frac{3}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}$.

Suy ra $x_0 \in \left\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi; \frac{7\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. Do vậy $\cos x_0 \in \left\{\pm\frac{\sqrt{3}}{2}; \pm\frac{1}{2}\right\}$.

Câu 30: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan x$ trên $[-\pi; 2\pi]$ là

A. π. **B.** $\frac{\pi}{2}$. **C.** 4π. **D.** 2π.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases}\cos 2x \neq 0\\ \cos x \neq 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x \neq \dfrac{\pi}{4}+\dfrac{k\pi}{2}\\ x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Khi đó $\tan 2x = \tan x \Leftrightarrow 2x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Do $x \in [-\pi; 2\pi]$ nên $x \in \{-\pi; 0; \pi; 2\pi\}$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình trên $[-\pi; 2\pi]$ là 2π

Câu 31: Tổng các nghiệm của phương trình $\tan 5x - \tan x = 0$ trên nửa khoảng $[0; \pi)$ bằng

A. π. **B.** $\dfrac{5\pi}{2}$. **C.** $\dfrac{3\pi}{2}$. **D.** 2π.

Lời giải

Ta có: $\tan 5x - \tan x = 0$ (1). Điều kiện: $\begin{cases}5x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{cases} . \Leftrightarrow \begin{cases}x \neq \dfrac{\pi}{10}+k\dfrac{\pi}{2}\\ x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\end{cases}, k \in \mathbb{Z}$ ..

Phương trình $(1) \Leftrightarrow \tan 5x = \tan x \Leftrightarrow 5x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{k\pi}{4}$ $(k \in \mathbb{Z})$

Do $x \in [0; \pi)$ và kết hợp với điều kiện suy ra $x \in \left\{0; \dfrac{\pi}{4}; \dfrac{3\pi}{4}\right\}$.

Tổng các nghiệm: $0 + \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{3\pi}{4} = \pi$.

Câu 32: Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là :

A. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \dfrac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x \neq \dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x \neq \dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{3}\end{cases}$.

Ta có: $\tan 3x = \tan x \Leftrightarrow 3x = x + k\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Kết hợp điều kiện, khi đó phương trình có nghiệm là $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 33: Nghiệm của phương trình $\tan 2x = \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right)$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\dfrac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{6} + k\dfrac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Ta có $\tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 34: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.**B.** $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ **C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.**D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Phương trình $\Leftrightarrow \cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 35: Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2}$ thuộc khoảng

A. $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$. **B.** $(0; \pi)$. **C.** $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. **D.** $(\pi; 3\pi)$

Lời giải

Xét phương trình: $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Vậy nghiệm dưởng nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{2\pi}{3} \in (0; \pi)$.

Câu 36: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3}\cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ là:

A. $x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.**B.** $x = \pm\frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.**C.** $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.**D.** $x = \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Phương trình $\Leftrightarrow \cot\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 2x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đã cho tương đương $\sin 2x = \sin\frac{\pi}{6}$

b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$

d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$

Lời giải

a) Sai: $\sin 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 2x = \sin -\frac{\pi}{6}$

b) Sai: Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi \\ 2x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{12} + k\pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z})$

$0 < x < \pi \Rightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < \frac{-\pi}{12} + k\pi < \pi \\ 0 < \frac{7\pi}{12} + k\pi < \pi \end{array}\right. (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k = 1 \\ k = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{11\pi}{12} \\ x = \frac{7\pi}{12} \end{array}\right.$

c) Đúng: Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ $\frac{11\pi}{12} + \frac{7\pi}{12} = \frac{3\pi}{2}$

d) Đúng: Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$

Câu 2: Cho phương trình lượng giác $\tan(2x - 15°) = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đã cho có nghiệm $x = 30° + k90 (k \in \mathbb{Z})$

b) Trong khoảng $(-180°;90°)$ thì hương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-30°$

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-180°;90°)$ bằng $180°$

d) Trong khoảng $(-180°;90°)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $60°$

Lời giải

a) Đúng: $\tan(2x - 15^\circ) = 1 \Leftrightarrow x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$

b) Sai: $-180° < x < 90° \Rightarrow -180° < 30° + k90° < 90° (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow k = \{-2;-1;0\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = -150° \\ x = -60° \\ x = 30° \end{array}\right.$

c) Sai: $-150 + (-60) + 30 = -180$

d) Sai: Trong khoảng $(-180°;90°)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $30°$

Câu 3: Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đã cho tương đương $\cot 3x = \cot\left(\frac{-\pi}{6}\right)$

b) Phương trình đã cho có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ bằng $\frac{-5\pi}{9}$

d) Trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{9}$

Lời giải

a) Sai: $\cot 3x=-\frac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow \cot 3x=\cot\left(\frac{-\pi}{3}\right)$.

b) Sai: Phương trình đã cho $\Leftrightarrow 3x=\frac{-\pi}{3}+k\pi(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow x=\frac{-\pi}{9}+k\frac{\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$

c) Đúng: $-\frac{\pi}{2}<\frac{-\pi}{9}+k\frac{\pi}{3}<0(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow \frac{-7}{6}<k<\frac{1}{3}\Rightarrow k=\{-1;0\}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-\pi}{9} \\ x=\frac{-4\pi}{9}\end{array}\right.$.

d) Đúng: Trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};0\right)$ phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{9}$

Câu 4: Cho phương trình lượng giác $2\cos x=\sqrt{3}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình có nghiệm $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$

b) Trong đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có 4 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ bằng $\frac{25\pi}{6}$

d) Trong đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{13\pi}{6}$

Lời giải

a) Sai: Ta có: $2\cos x=\sqrt{3}\Leftrightarrow \cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

b) Sai: Vì $x\in\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ nên $x\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6};\frac{13\pi}{6}\right\}$.

Vậy nghiệm x thoả mãn đề bài là: $x\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{6};\frac{13\pi}{6}\right\}$.

c) Đúng: $\frac{\pi}{6}+\frac{11\pi}{6}+\frac{13\pi}{6}=\frac{25\pi}{6}$

d) Đúng: Trong đoạn $\left[0;\frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{13\pi}{6}$

Câu 5: Cho phương trình $\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đã cho có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$

b) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có 2 nghiệm

c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0;\pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$

d) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 2x-\frac{\pi}{4}=x+\frac{3\pi}{4}+k2\pi \\ 2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}-x+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\pi+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$

b) Đúng: Vì $x\in(0;\pi)$ nên $x\in\left\{\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right\}$

Vậy phương trình có hai nghiệm thuộc khoảng $(0;\pi)$ là $x=\frac{\pi}{6};x=\frac{5\pi}{6}$.

c) Sai: $\frac{\pi}{6}+\frac{5\pi}{6}=\pi$

d) Trong khoảng $(0;\pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Câu 6: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x+\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{9}+k\frac{2\pi}{3} \\ x=\frac{\pi}{3}+k\frac{2\pi}{3} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$

c) Trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Lời giải

a) Sai: Phương trình có nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{9}+k\dfrac{2\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

b) Đúng: Ta có: $\sin\left(3x+\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3x+\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi \\ 3x+\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{4\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 3x=-\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi \\ 3x=\pi+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{2\pi}{9}+k\dfrac{2\pi}{3} \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k\dfrac{2\pi}{3} \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z}).$

c) Sai: Vì $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên $x=\dfrac{\pi}{3},x=\dfrac{4\pi}{9}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

d) Đúng: $\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{4\pi}{9}=\dfrac{7\pi}{9}$.

Câu 7: Cho phương trình lượng giác $3-\sqrt{3}\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đã cho có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\dfrac{\pi}{3}$

c) Khi $\dfrac{-\pi}{4}<x<\dfrac{2\pi}{3}$ thì phương trình có ba nghiệm

d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(\dfrac{-\pi}{4};\dfrac{2\pi}{3}\right)$ bằng $\dfrac{\pi}{6}$

Lời giải

a) Sai: Phương trình tương đương với: $\tan\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sqrt{3}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2},k\in\mathbb{Z}$.

b) Sai: Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\dfrac{\pi}{6}$

c) Sai: Vì $\dfrac{-\pi}{4}<x<\dfrac{2\pi}{3}\Leftrightarrow\dfrac{-\pi}{4}<\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{k\pi}{2}<\dfrac{2\pi}{3}\Leftrightarrow\dfrac{-7\pi}{12}<\dfrac{k\pi}{2}<\dfrac{\pi}{3}\Leftrightarrow\dfrac{-7}{6}<k<\dfrac{2}{3}$

Do $k\in\mathbb{Z}$ nên $k\in\{-1;0\}$. Với $k=-1$ thì $x=\dfrac{-\pi}{6}$, với $k=0$ thì $x=\dfrac{\pi}{3}$.

Vậy $x=\frac{-\pi}{6}$ và $x=\frac{\pi}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

d) Đúng: $\frac{-\pi}{6}+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{6}$

Câu 8: Cho phương trình lượng giác $\sin x=-\frac{1}{2}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đã cho tương đương $\sin x=\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$

b) Phương trình đã cho có nghiệm là: $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

c) Phương trình đã cho có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi;\pi)$ là ba nghiệm

Lời giải

a) Sai: Ta có: $\sin x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\sin x=\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b) Đúng: Phương trình đã cho $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\pi-\left(-\frac{\pi}{6}\right)+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

c) Sai: Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{6}$

d) Sai: Khi $x\in(-\pi;\pi)$ phương trình có hai nghiệm

Câu 9: Cho phương trình lượng giác $2\sin x=\sqrt{2}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình đã cho tương đương $\sin x=\sin\frac{\pi}{4}$

b) Phương trình đã cho có nghiệm là: $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi; x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi(k\in\mathbb{Z})$.

c) Phương trình đã cho có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ là hai nghiệm

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $2\sin x=\sqrt{2}\Leftrightarrow\sin x=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow\sin x=\sin\frac{\pi}{4}$

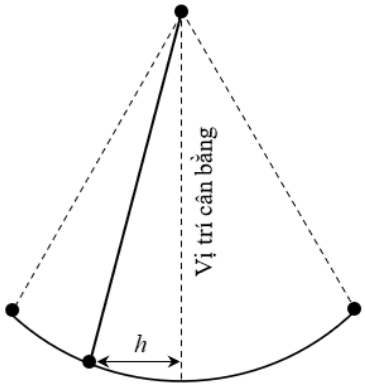
b) Sai: Phương trình đã cho $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\pi-\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}).$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x=\dfrac{\pi}{4}+k2\pi; x=\dfrac{3\pi}{4}+k2\pi (k\in\mathbb{Z})$.

b) Đúng: Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\dfrac{\pi}{4}$

d) Sai: Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right)$ là một nghiệm

Câu 10: Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x=1,5\cos\left(\dfrac{t\pi}{4}\right)$; trong đó t là thời gian được tính bằng giây và quãng đường $h=|x|$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là $h=1,5m$.

b) Trong 10 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất

c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì $\cos\left(\dfrac{t\pi}{4}\right)=0$

d) Trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần?

Lời giải

Ta có $h=|x|=\left|1,5\cos\left(\dfrac{t\pi}{4}\right)\right|\le 1,5$.

a) Đúng: Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là $h=1,5m$.

Khi đó $\cos\left(\dfrac{t\pi}{4}\right)=\pm1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{t\pi}{4}=k2\pi \\ \dfrac{t\pi}{4}=\pi+k2\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z}) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=8k \\ t=4+8k \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

b) Sai: Vậy trong 10 giây đầu tiên thì vật ở xa vị trí cân bằng nhất tại các thời điểm:

$$t=0, t=4, t=8 \text{ (giây).}$$

c) Đúng: Khi vật ở vị trí cân bằng thì $x=0\Leftrightarrow 1,5\cos\left(\dfrac{t\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow\cos\left(\dfrac{t\pi}{4}\right)=0$

$$\Leftrightarrow \frac{t\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)\Rightarrow t=2+4k\left(k\in\mathbb{Z}\right).$$

d) Sai: Vậy trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật ở vị trí cân bằng tại các thời điểm $t=2$; $t=6$ $t=10$; $t=14, t=18$ (giây); tức là có 5 lần vật qua vị trí cân bằng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $\sin\left(2x\right)+2=m$ có nghiệm là $\left[a;b\right]$. Khi đó $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $\sin\left(2x\right)+2=m\Leftrightarrow\sin\left(2x\right)=m-2$ có nghiệm khi và chỉ khi $-1\le m-2\le 1\Leftrightarrow 1\le m\le 3\Leftrightarrow m\in\left[1;3\right]$. Vậy $a+b=4$

Câu 2: Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $3\sin^2 x=2m-1$ có nghiệm là $\left[a;b\right]$. Khi đó $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $3\sin^2 x=2m-1\Leftrightarrow\sin^2 x=\dfrac{2m-1}{3}$

Đê phương trình có nghiệm thì $\begin{cases}\dfrac{2m-1}{3}\le 1\\ \dfrac{2m-1}{3}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\le 2\\ m\ge\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}\le m\le 2$

Vậy $\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\ b=2\end{cases}$ nên suy ra $2a+b=2.\dfrac{1}{2}+2=3$

Câu 3: Tìm số nghiệm của phương trình $\sin\left(\cos x\right)=0$ trên đoạn $\left[1;2021\right]$.

Lời giải

Ta có: $\sin\left(\cos x\right)=0\Leftrightarrow\cos x=k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Mà: $-1\le\cos x\le 1\Rightarrow -1\le k\pi\le 1\Leftrightarrow\dfrac{-1}{\pi}\le k\le\dfrac{1}{\pi}\xrightarrow{k\in\mathbb{Z}}k=0$.

$\Rightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+m\pi\ \left(m\in\mathbb{Z}\right)\xrightarrow{x\in[1;2021]}\dfrac{1}{\pi}-\dfrac{1}{2}\le m\le\dfrac{2021}{\pi}-\dfrac{1}{2}\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}}m\in\left\{0;1;2;...;642\right\}$

$\Rightarrow$ có 643 nghiệm thỏa mãn bài toán.

Câu 4: Phương trình $\cos x=0$ có bao nhiêu nghiệm thuộc nửa khoảng $\left(0;2021\pi\right]$?

Lời giải

Ta có $\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$.

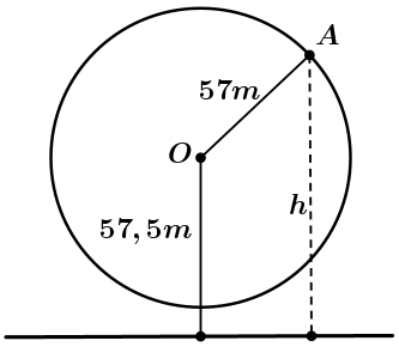
Do đó phương trình có 2 nghiệm trên nửa khoảng $(0;2\pi]$.

Suy ra phương trình có 2020 nghiệm trên nửa khoảng $(0;2020\pi]$.

Trên nửa khoảng $(2020\pi;2021\pi]$ phương trình có thêm 1 nghiệm nữa.

Vậy phương trình $\cos x=0$ có 2021 nghiệm thuộc nửa khoảng $(0;2021\pi]$.

Câu 5: Một vòng quay trò chơi có bán kính 57 m, trục quay cách mặt đất $57,5$ m, quay đều mỗi vòng hết 15 phút. Khi vòng quay quay đều, khoảng cách h(m) từ một cabin gắn tại điểm A của vòng quay đến mặt đất được tính bởi công thức: $h(t)=57\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{2}\right)+57,5$ với t là thời gian quay của vòng quay tính bằng phút $(t\ge 0)$. Khi quay một vòng lần thứ nhất tính từ thời điểm $t=0$ (phút), tại thời điểm nào của t thì cabin ở vị trí cao nhất?



Lời giải

Khi quay một vòng, cabin ở vị trí cao nhất khi $\sin\left(\frac{2\pi}{15}t-\frac{\pi}{2}\right)=1$ hay $t=7,5$ (phút)

Câu 6: Hằng ngày, Mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao 40 m in trên mặt đất, độ dài bóng của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t)=40\left|\cot\frac{\pi}{12}t\right|$, ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng. Tại thời điểm nào thì độ dài bóng của toà nhà bằng chiều cao toà nhà?

Lời giải

Độ dài bóng của toà nhà bằng chiều cao toà nhà khi:

$$S(t)=40\Leftrightarrow 40\left|\cot\frac{\pi}{12}t\right|=40\Leftrightarrow\cot\frac{\pi}{12}t=\pm1\Leftrightarrow\frac{\pi}{12}t=\pm\frac{\pi}{4}+k\pi\Leftrightarrow t=\pm3+12k\left(k\in\mathbb{Z}\right)$$

Vì $0\le t\le 12$ nên $t=3$ hoặc $t=9$, tức là tại thời điểm 9 giờ sáng hoặc 3 giờ chiều thì bóng của toà nhà dài bằng chiều cao của toà nhà.

----------HẾT----------