

BÀI 01. TÍNH ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 01

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên để ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		14	$+\infty$	6	

A. $(-7; +\infty)$.

B. $(-7; -4)$.

C. $(6; +\infty)$.

D. $(-7; 4)$.

Lời giải

Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow x = -7, x = 4$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -7)$ và $(4; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-7; -4)$ và $(-4; 4)$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-7; -4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	6	7	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-2	$+\infty$	

Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

A. $x = 7$.

B. $x = -2$.

C. $x = 0$.

D. $x = 6$.

Lời giải

Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x = 6$.

Câu 3: Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm $y = \sqrt[3]{x^2} \Rightarrow y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}, (x \neq 0)$



Xét dấu y' ta có: $y' > 0$ với $x \in (0; +\infty)$ và $y' < 0$ với $x \in (-\infty; 0)$.

Vậy hàm số có 1 cực trị.

Câu 4: Một vật có phương trình quỹ đạo tính theo thời gian là $s(t) = 5 + 8t - 2t^2$? Tại thời điểm nào, vật cách mốc tính quỹ đạo khoảng lớn nhất?

- A. 1 giây. **B. 2 giây.** C. 3 giây. D. 4 giây.

Lời giải

Do $v(t) = s'(t) = 8 - 4t = 0 \Leftrightarrow 8 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có bảng biến thiên:

Vậy tại thời điểm 2 giây vật cách mốc tính quỹ đạo khoảng lớn nhất.

Câu 5: Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 4$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 2)$. **B. $(2; +\infty)$.** C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x+8}{5x-9}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 5)$. **B. $(-\infty; +\infty)$.** C. $(0; +\infty)$. **D. $(2; +\infty)$.**

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-58}{(5x-9)^2} < 0, \forall x \neq \frac{9}{5}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{-x^2+11x-1}{x-11}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 11)$. **B. $(10; +\infty)$.** C. $(8; 15)$. **D. $(-\infty; 6)$.**

Lời giải

Ta có: $y' = -\frac{x^2-22x+120}{(x-11)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10, x = 12$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 10)$ và $(12; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(10; 11)$ và $(11; 12)$.

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 6)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x}{x^2+8}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-6; +\infty)$. **B. $(-2\sqrt{2}; +\infty)$.** C. $(-\infty; 7)$. **D. $(-\infty; -2\sqrt{2})$.**

Lời giải

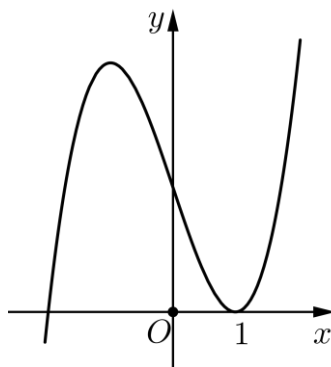
Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có: $f'(x) = \frac{16-2x^2}{(x^2+8)^2} = 0 \Leftrightarrow x = -2\sqrt{2}, x = 2\sqrt{2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2\sqrt{2})$ và $(2\sqrt{2}; +\infty)$.



Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2\sqrt{2})$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(1; +\infty)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 10: Một vật dao động có phương trình là $x(t) = 2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm, t có đơn vị là giây. Mệnh đề nào sau đây đúng? Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật tăng hay giảm?

A. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật không đổi.

B. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn tăng.

C. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn giảm.

D. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật giảm, sau đó tăng.

Lời giải

Vận tốc của vật là: $v(t) = (x(t))' = \left(2 \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)\right)' = \pi \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$.

Gia tốc của chuyển động là $a(t) = (v(t))' = \left(\pi \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)\right)' = -\frac{\pi^2}{2} \sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$.

$2 \leq t \leq 3 \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{6}$.

Khi đó $\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$ dương khi $\frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} < \pi$ và $\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$ âm khi $\pi < \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{6}$.

Do đó $a(t) < 0$ khi $\frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} < \pi$ và $a(t) > 0$ khi $\pi < \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{6}$.

Vậy lúc đầu vận tốc giảm, sau đó vận tốc tăng.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 6.

B. -2.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{2(x^2 - 2x)}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Do đó đạt cực tiểu tại $x = 2$. Giá trị cực tiểu là $f(2) = 6$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - \frac{21x^2}{2} + 36x - 1$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 8$.

B. $*x = 4$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 21x + 36 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = 4$.

Lập bảng biến thiên.

Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-17	-13	-18	$+\infty$

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.

b) $f(1) < f(3)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.

d) Phương trình $f'(3x - 1) = 0$ nhận $x = \frac{2}{3}$ làm nghiệm.

Lời giải

a) Đúng: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(1; 3)$ và $(7; +\infty)$.

b) Đúng: $f(1) < f(3)$

c) Sai: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; 7)$.

d) Sai: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = 3, x = 7$.

Do đó: $f'(3x - 1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 1$ hoặc $3x - 1 = 3$ hoặc $3x - 1 = 7$.

Suy ra $x = \frac{2}{3}$ hoặc $x = \frac{4}{3}$ hoặc $x = \frac{8}{3}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2023; 2026)$

d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có $y' = \frac{3}{(-x+1)^2} > 0$ với mọi $x \neq 1$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

a) Đúng: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$

b) Sai: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$



c) Đúng: Hàm số đồng biến trên khoảng (2023; 2026)

d) Sai: Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	3	7	11	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

a) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 7$.

b) $f(7)$ là giá trị cực đại của hàm số đã cho.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.

d) $f(11) > f(7)$.

Lời giải

a) Đúng: Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 7$.

b) Sai: Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho có giá trị cực đại là $f(3)$ hoặc $f(11)$

c) Sai: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(7; 11)$.

d) Đúng: Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

b) Hàm số $g(x) = 2x - 3f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) $f(\sin^2 x) < f\left(\frac{3}{2}\right)$

d) Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải

a) Đúng: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

b) Sai: Ta có: $g'(x) = 2 - 3f'(x) > 0, \forall x \in (0; 2)$ suy ra hàm số $g(x) = 2x - 3f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Sai: Ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Mà $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x < \frac{3}{2}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(\sin^2 x) > f\left(\frac{3}{2}\right)$.

d) Sai: $y' = (2 - 3x)' \cdot f'(2 - 3x) = -3f'(2 - 3x)$.

Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến $y' = -3f'(2 - 3x) < 0 \Leftrightarrow f'(2 - 3x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 3x < 0 \\ 2 - 3x > 2 \end{cases}$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số } y = f(2 - 3x) \text{ nghịch biến trên các khoảng } (-\infty; 0), \left(\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2+26x+18}{x+13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại bằng $x = x_2$. Tính $P = -2x_1 + x_2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{2(x^2+26x+160)}{(x+13)^2} = 0 \Leftrightarrow x = -16 \text{ hoặc } x = -10.$$

Lập bảng biến thiên.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 = -10$, đạt cực đại tại $x_2 = -16$. Khi đó: $P = -2x_1 + x_2 = 4$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{mx-3}{2x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

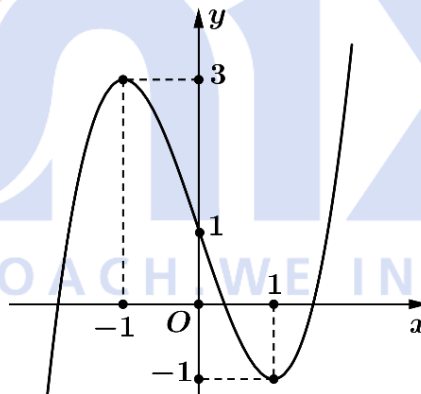
Lời giải

$$\text{Ta có: } y = \frac{mx-3}{2x-m} \Rightarrow y' = \frac{-m^2+6}{(2x-m)^2}$$

Theo yêu cầu bài toán: $y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{6} < m < \sqrt{6}$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-5; -4; \dots; 4, 5\}$ suy ra có 11 giá trị thỏa mãn

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số khoảng đồng biến của hàm số là



Lời giải

Gọi a, b, c với $a < b < c$ là ba nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \cup (c; +\infty)$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(a; b), (c; +\infty)$.

Câu 4: Một công ty du lịch tổ chức tua du lịch với giá mỗi tua là 5 triệu đồng một khách cho 30 khách. Từ khách thứ 31, cứ thêm một khách, giá của tua lại được giảm a nghìn (a là số nguyên dương). Số khách thêm của tua không quá 15 người. Biết rằng nếu nhận thêm từ 1 đến 8 khách thì doanh thu tăng dần theo số khách nhận thêm. Tìm giá trị lớn nhất của a .

Lời giải

Khi có thêm x khách tham gia tua số khách thực tế là $30 + x$, số tiền mỗi khách phải trả cho tua là $5\,000 - ax$ (nghìn đồng). Doanh thu của tua là $T(x) = (30 + x)(5\,000 - ax)$.

$$T(x) = -ax^2 + (5\,000 - 30a)x + 150\,000.$$

Doanh thu tăng lên theo số khách nhận thêm khi $T(x)$ đồng biến trong khoảng $0; 8$

$$\text{Do đó có } T'(x) = -2ax + (5\,000 - 30a) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{2500}{a} - 15.$$

Để doanh thu tăng theo số khách nhận thêm và không quá 8 người thì:

$$8 \leq \frac{2500}{a} - 15 < 9 \Leftrightarrow 23 \leq \frac{2500}{a} < 24 \Leftrightarrow \frac{2500}{23} \geq a > \frac{2500}{23}.$$

Vậy số tiền có thể giảm nhiều nhất cho khách là 109 nghìn.

Câu 5: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

Ta có $y' = x^2 - 2(m+1)x + (m^2+2m)$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2+2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m+2 \end{cases} \forall m$$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m; m+2) \forall m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ thì $(-1; 1) \subset (m; m+2)$.

$$\text{Nghĩa là: } m \leq -1 < 1 \leq m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ -1 < 1 \\ 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$

Câu 6: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$ cho bởi hàm số sau đây: $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s, 1 foot = 0,3048 m)



Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tính $T = a + b$?

Lời giải

Xét hàm số vận tốc của tàu con thoi $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ với $t \in [0; 126]$.

Gia tốc của tàu con thoi là $a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t$.

Ta có $a'(t) = 0,007812t - 0,18058 = 0 \Leftrightarrow t \approx 23$.

Bảng biến thiên của hàm số $a(t)$ như sau:

t	0	23	126
$a'(t)$		$-$	$+$
$a(t)$	0	$-2,087$	$39,259$

Vậy gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $(23s; 126s)$ tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

Do đó: $T = a + b = 23 + 126 = 149$.

-----HẾT-----