



BÀI 03. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 03

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng tính đơn điệu để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

A. $y = \frac{1}{3}$.

B. $y = 3$.

C. $y = -1$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng nào sau đây

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3

B. 2

C. 4

D. 1

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y = 2$ và $y = 5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3



Câu 5: Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$

B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$

C. $y = \frac{4}{x-1}$

D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và một tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$

Hàm số $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$ có một tiệm cận đứng $x = -3$ và một tiệm cận xiên $y = x$.

Hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = 1$ và một tiệm cận ngang $y = 0$.

Hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	—		—	
$f(x)$	1	2	3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận

Câu 7: Đường thẳng $2y + 1 = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$

C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$

D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

Hàm số $y = \frac{x^2+x+1}{1-2x}$ không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = -2$.

Hàm số $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$ có tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2y + 1 = 0$.

Câu 8: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$

C. 2

D. 4

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+3} = 0$. Vậy $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ (Δ) là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

Khi đó: $d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + (-1) - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Câu 9: Với giá trị nào của m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + m + \frac{3}{m-x}$ đi qua điểm $M(1; 2)$

A. $m = 1$

B. $m = 0$

C. $m = 2$

D. Một đáp án khác.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{m-x} = 0$. Vậy $y = x + m$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Điểm $M(1; 2)$ nằm trên tiệm cận xiên thì $2 = 1 + m \Leftrightarrow m = 1$.



- Câu 10:** Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ là (C_m) . Giá trị của m để đồ thị hàm số (C_m) không có tiệm cận đứng là:
A. $m = 0$. **B.** $m = 1$ **C.** $m = 0$ hoặc $m = 1$. **D.** $m = 0$ hoặc $m = -1$.

Lời giải

Hàm số không có tiệm cận đứng khi $x = m$ là nghiệm của:

$$2x^2 - 3x + m = 0 \text{ tức là } 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

- Câu 11:** Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có đồ thị (C_m) . Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số (C_m) có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên.
A. $m = \frac{7}{2}$ **B.** $m = \frac{3}{2}$ **C.** $m = 2$ **D.** $m = 0$

Lời giải

Ta có $m = 0$ thì $y = \frac{6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

$$m \neq 0 \text{ thì } y = mx + 6 - 2m + \frac{4m - 14}{x + 2}.$$

Nếu $4m - 14 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$ thì hàm số không có tiệm cận.

- Câu 12:** Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi $x (x \geq 1)$ là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?
A. 50000 **B.** 50005 **C.** 10 **D.** 5

Lời giải

Gọi $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A thì $T(x) = 50000 + 5x$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{T(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50000}{x} + 5 \right) = 5.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hàm số dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	-	+
$f(x)$	$-\infty$	-4		$+\infty$	$+\infty$
				0	

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$
b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang
c) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng
d) Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

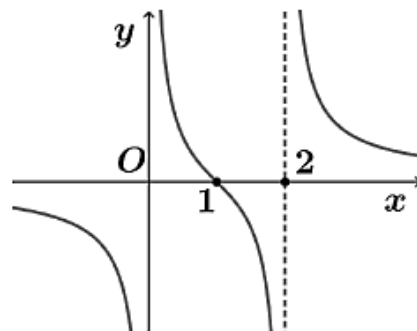
Lời giải

- a) Sai: Hàm số không xác định tại $x = -1$
b) Sai: Khi $\begin{cases} x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty \end{cases}$ nên hàm số không có tiệm cận ngang
c) Sai: Hàm số có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$
d) Sai: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

- Câu 2:** Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(0; 2)$
 b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
 c) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận ngang
 d) Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 2.



Lời giải

- a) Đúng: Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(0; 2)$
 b) Đúng: Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
 c) Đúng: Hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang
 d) Đúng: Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 2.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.
 b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.
 c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
 d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0; -4)$.

Lời giải

- a) Đúng: Ta có $y = x - 4 + \frac{10}{x + 2}$.
 $\lim_{x \rightarrow -2} y = \infty$ nên $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{x + 2} = 0$ nên $y = x - 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.
 b) Đúng: Giao điểm của hai tiệm cận thỏa mãn $\begin{cases} x = -2 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -6 \end{cases}$.
 c) Sai: Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $\frac{4}{\sqrt{2}}$.
 d) Đúng: Mặt khác $-4 = 0 - 4$ nên M nằm trên tiệm cận xiên.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1}$ (C_m) (m là tham số). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.
 b) Để tiệm cận xiên của (C_m) đi qua $M(2, -5)$ thì $m = -8$
 c) Để tiệm cận xiên của (C_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8 (đvdt) thì tổng tất cả các giá trị m tìm được bằng 2
 d) Với $m = 3$ thì giao điểm của hai đường tiệm cận của (C_m) nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$

Lời giải

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

- a) Đúng: Ta có $y = x + m + 1 + \frac{m}{x - 1}$. Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.
 Với $m \neq 0$, (C_m) có tiệm cận xiên $y = x + m + 1$ (Δ_m) vì $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x + m + 1)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m}{x - 1} = 0$.
 b) Đúng: Để Δ_m qua $M(2, -5)$ thì $-5 = 2 + m + 1 \Leftrightarrow m = -8$ (thỏa mãn)
 c) Sai: Gọi A là giao điểm của Δ_m với Ox suy ra $A(-m - 1; 0)$
 Gọi B là giao điểm của Δ_m với Oy suy ra $B(0; m + 1)$.
 Suy ra: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |-m - 1| |m + 1| = \frac{1}{2} (m + 1)^2$
 Để $S_{\Delta OAB} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} (m + 1)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn $m \neq 0$).
 d) Sai: Ta có với $m \neq 0$, $x = 1$ là tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow 1} y = \infty$ nên $y = x + m + 1$ là tiệm cận xiên.
 Khi đó giao điểm của 2 tiệm cận là $I(1; m + 2)$.



Đề I nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$ thì $m + 2 = 1 + 3 \Leftrightarrow m = 2$ (thoả mãn).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x+m}{mx-1}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 2.

Lời giải.

Với $m \neq 0$ ta có: $S = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{m} \right| \cdot \left| \frac{2}{m} \right| = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 2: Chi phí để loại $x(\%)$ chất gây ô nhiễm là C (nghìn đô) với $C(x) = \frac{12x}{100-x}$. Tính chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm?

Lời giải

Khi $x = 50$ thì $C(50) = \frac{12 \cdot 50}{100-50} = 12$ (nghìn đô)

Vậy chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm là 12 nghìn đô.

Câu 3: Anh An là một nhà quy hoạch đô thị, mô hình hóa dân số $P(t)$ (nghìn người) của vùng anh ấy sống sau t năm kể từ thời điểm hiện tại là $P(t) = \frac{40t}{t^2+10} - \frac{50}{t+1} + 70$. Dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là bao nhiêu nghìn người (khi $t \rightarrow +\infty$).

Lời giải

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{40t}{t^2+10} = 0$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{-50}{t+1} = 0$ suy ra $P(t) = 70$.

Vậy dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là 70 nghìn người.

Câu 4: Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t) \left(\frac{mg}{ml} \right)$ với $C(t)$ được cho bởi công thức $C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2}+1} + 0,013$. Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể thể nạn nhân trong dài hạn (khi $t \rightarrow +\infty$).

Lời giải

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{0,4}{t^{1,2}+1} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{0,4}{t^{1,2}+1} + 0,013 \right) = 0,013 \left(\frac{mg}{ml} \right)$.

Câu 5: Hai loài cùng tồn tại trong cùng một hệ sinh thái. Sau t năm, số lượng cá thể loài I là $P(t)$ nghìn con, số lượng cá thể loài II là $Q(t)$ nghìn con, trong đó P và Q được mô hình hóa bởi các hàm $Q(t) = \frac{64}{4-t}$ với mọi $t \geq 0$ sao cho số lượng cá thể tương ứng là đại lượng không âm. Tìm số lượng cá thể ban đầu của mỗi loài II.

Lời giải

Ta có: $Q(0) = \frac{64}{4-0} = 16$ (nghìn con).

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{mx^2+(m^2+m+2)x+m^2+3}{x+1}$. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để khoảng cách từ gốc O đến tiệm cận xiên hoặc ngang là nhỏ nhất.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

$$y = \frac{mx^2 + (m^2 + m + 2)x + m^2 + 3}{x + 1} = mx + m^2 + 2 + \frac{1}{x + 1}, x \neq -1$$

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+1} = 0$ nên (d): $y = mx + m^2 + 2 \Leftrightarrow$ (d): $mx - y + m^2 + 2 = 0$ là đường cận xiên hoặc ngang của hàm số.

Ta có: $d(O; d) = \frac{|m^2+2|}{\sqrt{|m^2+1|}} = \sqrt{m^2+1} + \frac{1}{\sqrt{m^2+1}} \geq 2$

Vậy $d(O; d)$ nhỏ nhất bằng 2 khi $\sqrt{m^2+1} = \frac{1}{\sqrt{m^2+1}} \Leftrightarrow m = 0$.

Khi đó hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

-----HẾT-----