

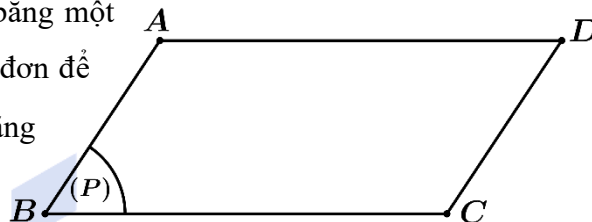
QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN

BÀI 01 ĐƯỜNG THẲNG VÀ MẶT PHẪNG TRONG KHÔNG GIAN

A LÝ THUYẾT CẦN NHỚ

1 Khái niệm mở đầu

Mặt phẳng: Người ta thường biểu diễn một mặt phẳng bằng một hình bình hành và dùng các chữ cái đặt trong dấu ngoặc đơn để đặt tên cho mặt phẳng ấy. Ví dụ: mặt phẳng (P) , mặt phẳng (Q) , mặt phẳng (α) , mặt phẳng (β) ,...

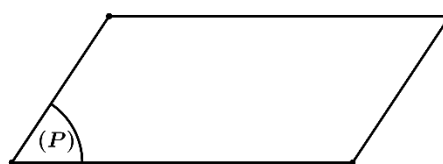
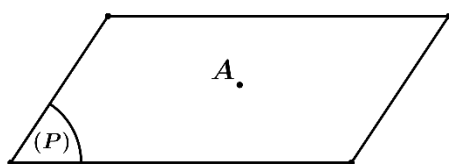


Điểm thuộc mặt phẳng: Với mỗi điểm A và mặt phẳng (P) , chỉ xảy ra một trong hai khả năng sau:

- Điểm A thuộc mặt phẳng (P) , ta kí hiệu $A \in (P)$
- Điểm A không thuộc mặt phẳng (P) hay A nằm ngoài (P) , ta kí hiệu $A \notin (P)$

A.

WE COACH.WE INSPIRE



Hình biểu diễn của một hình trong không gian:

a) Hình được vẽ trong mặt phẳng để giúp ta hình dung được về một hình trong không gian gọi là hình biểu diễn của hình không gian đó.

b) Quy tắc vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian: Để việc vẽ hình biểu diễn của một hình trong không gian được thuận lợi và thống nhất, ta quy ước như sau:

- Đường thẳng được biểu diễn bởi đường thẳng. Đoạn thẳng được biểu diễn bởi đoạn thẳng.
- Hai đường thẳng song song (hoặc cắt nhau) được biểu diễn bởi đường thẳng song song (hoặc cắt nhau).
- Hình biểu diễn giữ nguyên tính liên thuộc giữa điểm với đường thẳng hoặc với đoạn thẳng.

- Những đường nhìn thấy được vẽ bằng nét liền, những đường không nhìn thấy được vẽ bằng nét đứt.

2 Các tính chất thừa nhận của hình học không gian

Do thực tiễn, kinh nghiệm và quan sát, người ta thừa nhận một số tính chất sau của hình học không gian

- **Tính chất 1:** Có một và chỉ một đường thẳng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
- **Tính chất 2:** Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng cho trước.
- **Tính chất 3:** Tồn tại bốn điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
- **Tính chất 4:** Nếu một đường thẳng có hai điểm phân biệt cùng thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.
- **Tính chất 5:** Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng còn có một điểm chung khác nữa.

Nhận xét: Nếu hai mặt phẳng phân biệt có một điểm chung thì chúng có một đường thẳng chung đi qua điểm chung ấy. Đường thẳng đó được gọi là giao tuyến của hai mặt phẳng.

- **Tính chất 6:** Trên mỗi mặt phẳng các, kết quả đã biết trong hình học phẳng đều đúng.

3 Một số cách xác định mặt phẳng

Định lý 1: Cho điểm A không thuộc đường thẳng d . Khi đó qua điểm A và đường thẳng d có một và chỉ một mặt phẳng, kí hiệu $\text{mp}(A, d)$ hoặc (A, d) .

Định lý 2: Cho hai đường thẳng a và b cắt nhau. Khi đó qua a và b có một và chỉ một mặt phẳng, kí hiệu là $\text{mp}(a, b)$.

Một mặt phẳng hoàn toàn xác định khi biết:

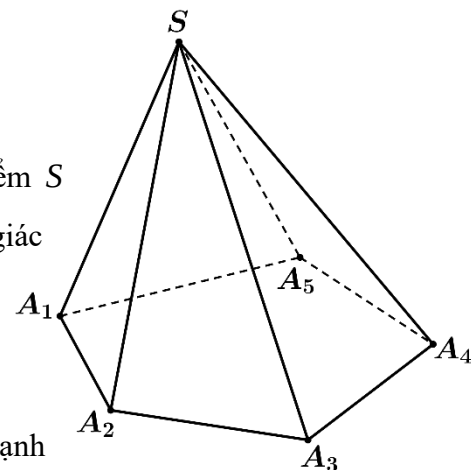
- Nó đi qua ba điểm không thẳng hàng.
- Nó đi qua một điểm và một đường thẳng không đi qua điểm đó.
- Nó chứa hai đường thẳng cắt nhau.

4 Hình chóp và hình tứ diện

Hình chóp: Trong mặt phẳng (α) cho đa giác lồi $A_1A_2...A_n$ ($n \geq 3$). Lấy điểm S nằm ngoài (α) . Lần lượt nối S với các đỉnh $A_1, A_2, ..., A_n$ ta được n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$. Hình gồm đa giác $A_1A_2...A_n$ và n tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ được gọi là hình chóp, kí hiệu là $S.A_1A_2...A_n$

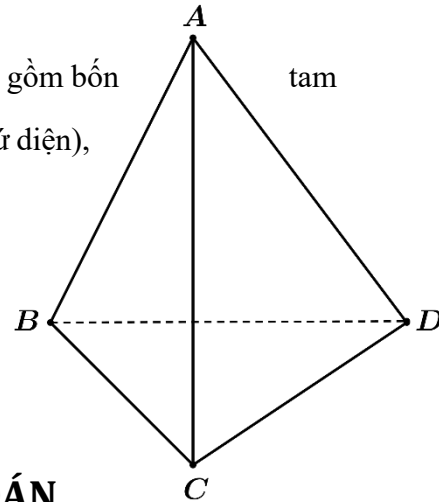
Ta gọi S là đỉnh, đa giác $A_1A_2...A_n$ là đáy, các đoạn $SA_1, SA_2, ..., SA_n$ là các cạnh

bên, $A_1A_2, A_2A_3, ..., A_nA_1$ là các cạnh đáy, các tam giác $SA_1A_2, SA_2A_3, ..., SA_nA_1$ là các mặt bên.



Nếu đáy của hình chóp là một tam giác, tứ giác, ngũ giác,... thì hình chóp tương ứng gọi là hình chóp tam giác, hình chóp tứ giác, hình chóp ngũ giác,...

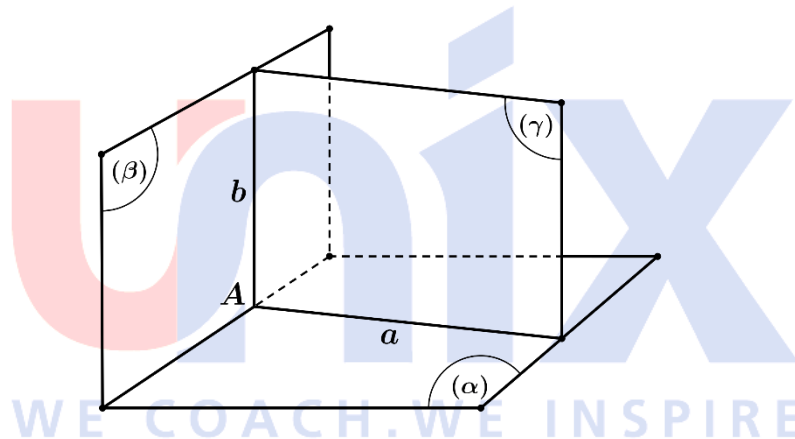
Tứ diện: Cho bốn điểm A, B, C, D không cùng nằm trong một mặt phẳng. Hình gồm bốn giác ABC, ABD, ACD và BCD được gọi là hình tứ diện $ABCD$ (hay gọi tắt là tứ diện), kí hiệu là $ABCD$.



B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN

Dạng 1: Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng

Phương pháp: Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng, ta tìm hai điểm chung của chúng. Đường thẳng đi qua hai điểm chung đó là giao tuyến.



Lưu ý: Điểm chung của hai mặt phẳng (α) và (β) thường được tìm như sau:

- Tìm hai đường thẳng a, b lần lượt thuộc (α) và (β) , đồng thời chúng cùng nằm trong mặt phẳng (γ) nào đó; giao điểm $M = a \cap b$ là điểm chung của (α) và (β) .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song, điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến của các cặp mặt phẳng sau đây:

- (SAC) và (SBD)
- (SAC) và (MBD)
- (MBC) và (SAD)
- (SAB) và (SCD)

Lời giải

$$a) \text{ Gọi } O = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$$

$$\text{Lại có } S \in (SAC) \cap (SBD) \Rightarrow SO = (SAC) \cap (SBD).$$

$$b) O = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \\ O \in BD \subset (MBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (MBD).$$

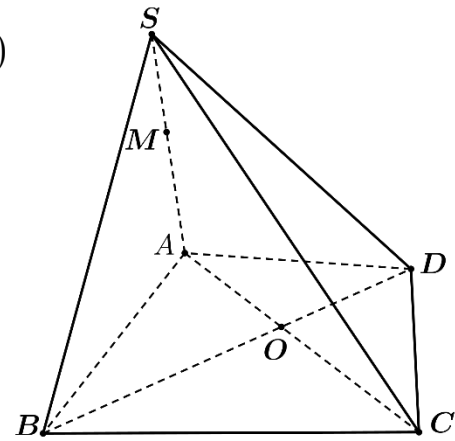
$$\text{Và } M \in (SAC) \cap (MBD) \Rightarrow OM = (SAC) \cap (MBD).$$

c) Trong $(ABCD)$ gọi

$$F = BC \cap AD \Rightarrow \begin{cases} F \in BC \subset (MBC) \\ F \in AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow F \in (MBC) \cap (SAD)$$

$$\text{Và } M \in (MBC) \cap (SAD) \Rightarrow FM = (MBC) \cap (SAD)$$

$$d) \text{ Trong } (ABCD) \text{ gọi } E = AB \cap CD \text{ ta có } SE = (SAB) \cap (SCD).$$



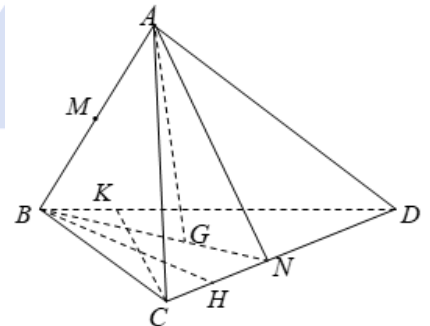
Bài tập 2: Cho tứ diện $ABCD$. G là trọng tâm tam giác BCD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) .

Lời giải

Ta có: A là điểm chung thứ nhất của (ACD) và (GAB)

Mặt khác: G là trọng tâm tam giác BCD , N là trung điểm CD nên $N \in BG$ nên N là điểm chung thứ hai của (ACD) và (GAB) .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (ACD) và (GAB) là AN



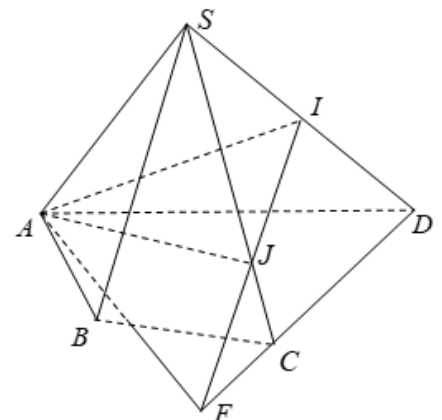
Bài tập 3: Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi I là trung điểm của SD , J là điểm trên SC và không trùng trung điểm SC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (AIJ) .

Lời giải

Ta có: A là điểm chung thứ nhất của $(ABCD)$ và (AIJ)

Hai đường thẳng IJ và CD cắt nhau tại F , còn IJ không cắt BC , AD , AB nên F là điểm chung thứ hai của $(ABCD)$ và (AIJ) .

Vậy giao tuyến của $(ABCD)$ và (AIJ) là AF .



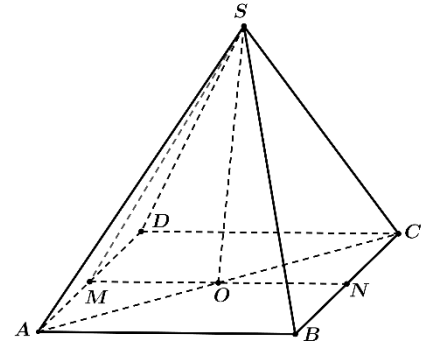
Bài tập 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) .

Lời giải

Ta có: S là điểm chung thứ nhất của (SMN) và (SAC) .

Mặt khO là giao điểm của AC và MN nên $O \in AC, O \in MN$ do đó O là điểm chung thứ hai của (SMN) và (SAC) .

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SMN) và (SAC) là SO



Bài tập 5: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MBD) và (ABN)

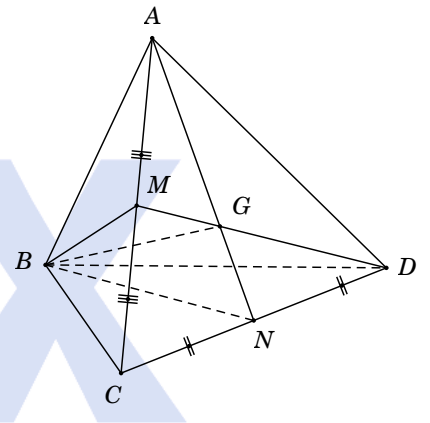
Lời giải

B là điểm chung thứ nhất giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) .

Vì M, N lần lượt là trung điểm của AC, CD nên suy ra AN, DM là hai trung tuyến của tam giác ACD . Gọi $G = AN \cap DM$

$$\Rightarrow \begin{cases} G \in AN \subset (ABN) \Rightarrow G \in (ABN) \\ G \in DM \subset (MBD) \Rightarrow G \in (MBD) \end{cases} \Rightarrow G \text{ là điểm chung}$$

thứ hai giữa hai mặt phẳng (MBD) và (ABN) . Vậy $(ABN) \cap (MBD) = BG$.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết điều nào sau đây?

- A.** Một đường thẳng và một điểm thuộc nó. **B.** Ba điểm mà nó đi qua.
C. Ba điểm không thẳng hàng. **D.** Hai đường thẳng thuộc mặt phẳng.

Lời giải

Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định nếu biết ba điểm không thẳng hàng.

Câu 2: Trong các tính chất sau, tính chất nào **không** đúng?

- A.** Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước.
B. Tồn tại 4 điểm không cùng thuộc một mặt phẳng.
C. Có một và chỉ một mặt phẳng đi qua ba điểm không thẳng hàng.

Tư vấn hướng nghiệp cho học sinh bằng phân tích nhân tướng học – xem chỉ tay – tử vi

D. Nếu một đường thẳng đi qua hai điểm thuộc một mặt phẳng thì mọi điểm của đường thẳng đều thuộc mặt phẳng đó.

Lời giải

Có hai đường thẳng phân biệt cùng đi qua hai điểm phân biệt cho trước là không đúng.

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Hai đường thẳng phân biệt không song song thì chéo nhau.

B. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.

C. Hai đường thẳng chéo nhau thì không có điểm chung.

D. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.

Lời giải

Đáp án C đúng, vì hai đường thẳng chéo nhau là hai đường thẳng không cùng nằm trong mặt phẳng nên chúng không có điểm chung.

Câu 4: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b

A. 0..

B. Vô số.

C. 2..

D. 1.

Lời giải

Trong không gian hai đường thẳng a và b chéo nhau, có một và chỉ một mặt phẳng đi qua a và song song với b .

Câu 5: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số cạnh là

A. 9 cạnh.

B. 10 cạnh.

C. 6 cạnh.

D. 5 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có số cạnh bên bằng số cạnh đáy nên số cạnh của hình chóp là: $5 + 5 = 10$.

Câu 6: Một hình chóp có đáy là ngũ giác có số mặt và số cạnh là

A. 5 mặt, 5 cạnh.

B. 6 mặt, 5 cạnh.

C. 6 mặt, 10 cạnh.

D. 5 mặt, 10 cạnh.

Lời giải

Hình chóp có đáy là ngũ giác có:

6 mặt gồm 5 mặt bên và 1 mặt đáy.

10 cạnh gồm 5 cạnh bên và 5 cạnh đáy.

Câu 7: Hình chóp có 16 cạnh thì có bao nhiêu mặt?

A. 10.

B. 8.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

Hình chóp $S.A_1A_2...A_n$, ($n \geq 3$) có n cạnh bên và n cạnh đáy nên có $2n$ cạnh.

Ta có: $2n = 16 \Leftrightarrow n = 8$.

Vậy khi đó hình chóp có 8 mặt bên và 1 mặt đáy nên nó có 9 mặt.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N, K, E lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC, BC . Bốn điểm nào sau đây đồng phẳng?

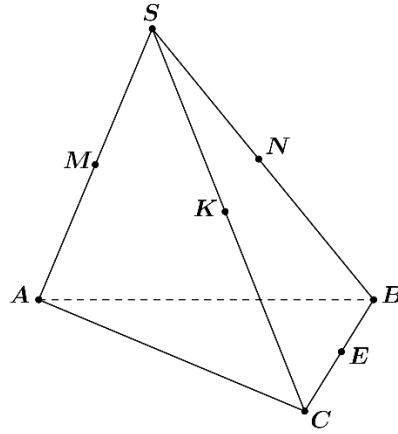
A. M, K, A, C .

B. M, N, A, C .

C. M, N, K, C .

D. M, N, K, E .

Lời giải



Ta thấy M, K cùng thuộc mặt phẳng (SAC) nên bốn điểm $M; K; A; C$ đồng phẳng.

Câu 9: Trong không gian cho bốn điểm không đồng phẳng, có thể xác định nhiều nhất bao nhiêu mặt phẳng phân biệt từ các điểm đó?

- A. 3. **B. 4.** C. 2. D. 6.

Lời giải

Trong không gian, bốn điểm không đồng phẳng tạo thành một hình tứ diện. Vì vậy xác định nhiều nhất bốn mặt phẳng phân biệt.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình bình hành. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SAD) là

- A. Đường thẳng SC . B. Đường thẳng SB . C. Đường thẳng SD . **D. Đường thẳng SA .**

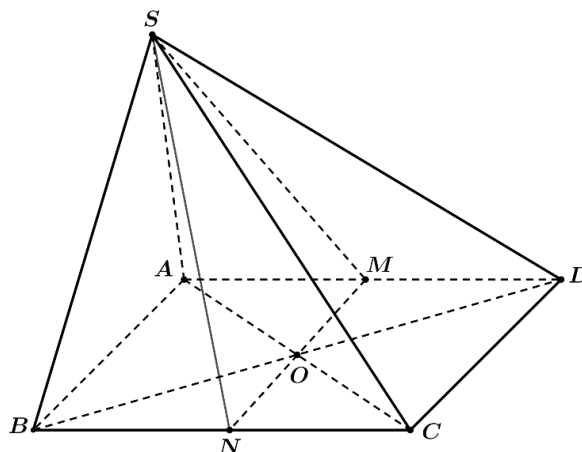
Lời giải

Ta thấy $(SAC) \cap (SAD) = SA$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Giao tuyến của (SMN) và (SAC) là

- A. SK (K là trung điểm của AB).
B. SO (O là tâm của hình bình hành $ABCD$).
 C. SF (F là trung điểm của CD).
 D. SD .

Lời giải



Gọi O là tâm hhh $ABCD \Rightarrow O = AC \cap MN \Rightarrow SO = (SMN) \cap (SAC)$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với đáy lớn AD , $AD = 2BC$. Gọi O là giao điểm của AC và BD . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

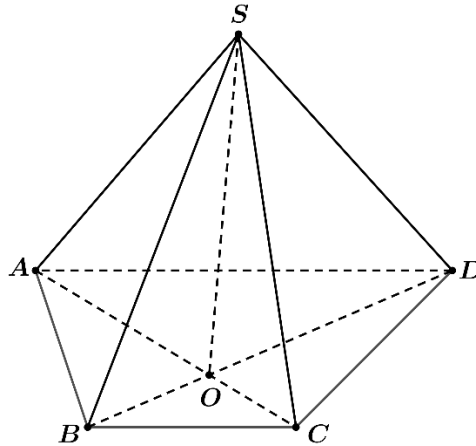
A. SA .

B. AC .

C. SO .

D. SD .

Lời giải



Ta có: $S \in (SAC) \cap (SBD)$ suy ra $\begin{cases} O \in AC, AC \subset (SAC) \\ O \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAC) \cap (SBD)$.

Nên $SO = (SAC) \cap (SBD)$.

Câu 13: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là

A. SA .

B. SB .

C. SC .

D. AC .

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} S \in (SAB) \cap (SBC) \\ B \in (SAB) \cap (SBC) \end{cases} \Rightarrow SB$ là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) .

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AD \parallel BC$). Gọi M là trung điểm của CD .

. Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là:

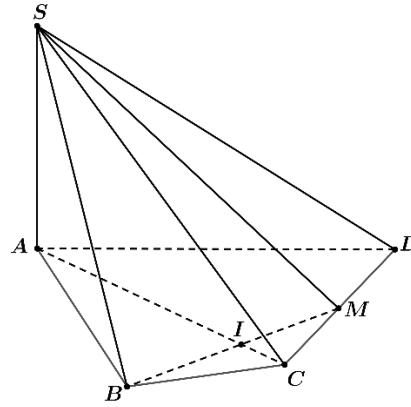
A. SP với P là giao điểm của AB và CD .

B. SI với I là giao điểm của AC và BM .

C. SO với O là giao điểm của AC và BD .

D. SJ với J là giao điểm của AM và BD .

Lời giải



Giao tuyến của hai mặt phẳng (MSB) và (SAC) là SI với I là giao điểm của AC và BM .

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AC cắt BD tại M , AB cắt CD tại O . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

A. SO .

B. SM .

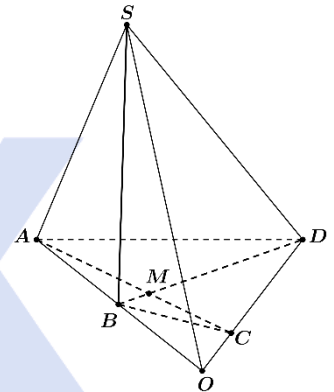
C. SA .

D. SC .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} O = AB \cap CD \\ AB \subset (SAB) \\ CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow O \in (SAB) \cap (SCD).$$

Lại có: $S \in (SAB) \cap (SCD)$; $S \neq O$. Khi đó $(SAB) \cap (SCD) = SO$.



Câu 16: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SA và SB . Khẳng định nào sau đây sai?

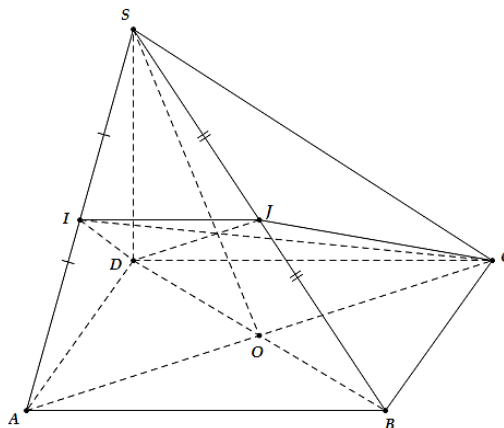
A. $(SAB) \cap (IBC) = IB$.

B. $IJCD$ là hình thang.

C. $(SBD) \cap (JCD) = JD$.

D. $(IAC) \cap (JBD) = AO$ (O là tâm $ABCD$).

Lời giải



Ta có: $(IAC) \cap (JBD) = (SAC) \cap (SBD) = SO$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = M$, $AB \cap CD = N$. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là:

A. SM .

B. SA .

C. MN .

D. SN .

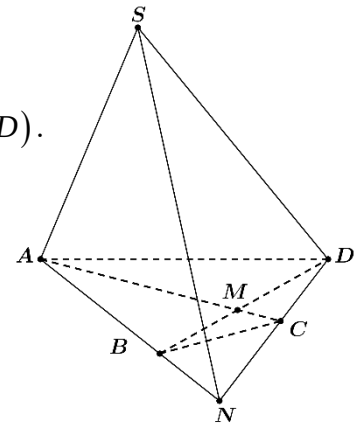
Lời giải

Ta có: S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

$$\text{Vì } AB \cap CD = N \text{ nên } \begin{cases} N \in AB \subset (SAB) \\ N \in CD \subset (SCD) \end{cases}$$

Do đó N là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng trên.

Vậy SN là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .



Câu 18: Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của AB , N là điểm trên AC mà

$$AN = \frac{1}{4}AC, P \text{ là điểm trên đoạn } AD \text{ mà } AP = \frac{2}{3}AD. \text{ Gọi } E \text{ là giao điểm của } MP \text{ và } BD,$$

F là giao điểm của MN và BC . Khi đó giao tuyến của (BCD) và (CMP) là

A. CP .

B. NE .

C. MF .

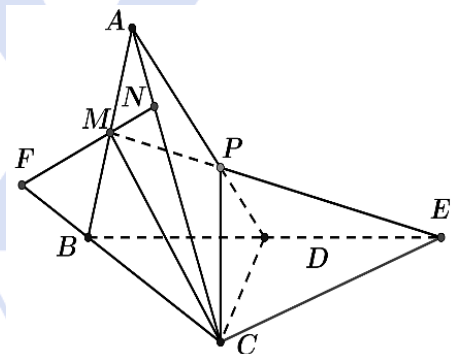
D. CE .

Lời giải

Ta có $C \in (BCD) \cap (CMP)$ (1).

$$\text{Lại có } BD \cap MP = E \Rightarrow \begin{cases} E \in BD \Rightarrow E \in (BCD) \\ E \in MP \Rightarrow E \in (CMP) \end{cases} \text{ (2).}$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow (BCD) \cap (CMP) = CE$.



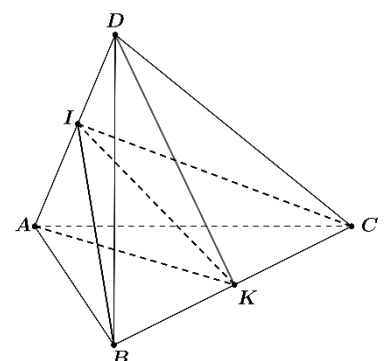
Câu 19: Cho bốn điểm A, B, C, D không đồng phẳng. Gọi I, K lần lượt là trung điểm hai đoạn thẳng AD và BC . IK là giao tuyến của cặp mặt phẳng nào sau đây?

A. (IBC) và (KBD) . B. (IBC) và (KCD) . **C. (IBC) và (KAD) .** D. (ABI) và (KAD) .

Lời giải

$$\begin{cases} I \in AD \subset (KAD) \\ I \in (IBC) \end{cases} \Rightarrow I \text{ là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng } (IBC) \text{ và } (KAD).$$

$$\begin{cases} K \in BC \subset (IBC) \\ K \in (KAD) \end{cases} \Rightarrow K \text{ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng } (IBC) \text{ và } (KAD).$$



Vậy $(IBC) \cap (KAD) = IK$.

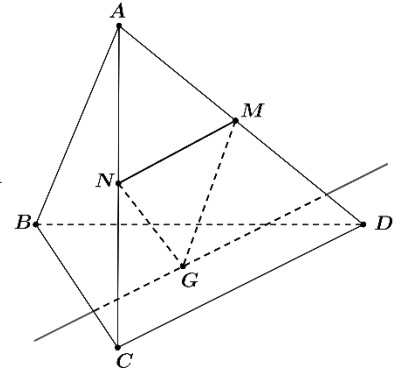
Câu 20: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và AC . Gọi G là trọng tâm tam giác BCD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng:

- A. qua M và song song với AB . B. Qua N và song song với BD .
C. qua G và song song với CD . D. qua G và song song với BC .

Lời giải

Ta có MN là đường trung bình tam giác ACD nên $MN \parallel CD$.

Ta có $G \in (GMN) \cap (BCD)$, hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) lần lượt chứa DC và MN nên giao tuyến của hai mặt phẳng (GMN) và (BCD) là đường thẳng đi qua G và song song với CD .



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Xét tính đúng của các khẳng định sau:

- a) Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên.
b) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO (O là giao điểm của AC và BD).
c) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI (I là giao điểm của AD và BC).
d) Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) là đường trung bình của $ABCD$.

Lời giải

a) Đúng: Hình chóp $S.ABCD$ có 4 mặt bên: $(SAB), (SBC), (SCD), (SAD)$.

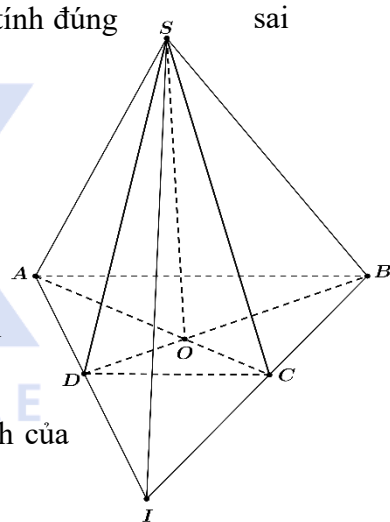
b) Đúng: S là điểm chung thứ nhất của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

$\begin{cases} O \in AC \subset (SAC) \Rightarrow O \in (SAC) \\ O \in BD \subset (SBD) \Rightarrow O \in (SBD) \end{cases} \Rightarrow O \text{ là điểm chung thứ hai của hai mặt phẳng } (SAC) \text{ và } (SBD) \longrightarrow (SAC) \cap (SBD) = SO.$

c) Đúng: Tương tự, ta có $(SAD) \cap (SBC) = SI$.

d) Sai: $(SAB) \cap (SAD) = SA$ mà SA không phải là đường trung bình của hình thang $ABCD$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$, biết AB cắt CD tại E, AC cắt BD tại F trong mặt phẳng đáy. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



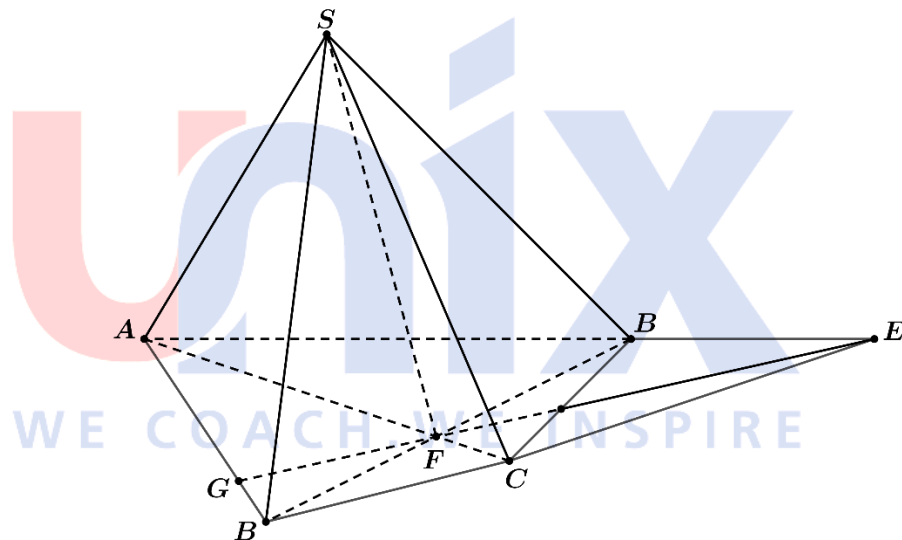
- a) Đường thẳng EF nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.
- b) AB là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$.
- c) SF là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) , SE là giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- d) Gọi $G = EF \cap AD$ khi đó, SG giao tuyến của mặt phẳng (SEF) và mặt phẳng (SAD) .

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $E = AB \cap CD \Rightarrow E \in AB, AB \subset (ABCD) \Rightarrow E \in (ABCD)$.

Tương tự: $F = AC \cap BD \Rightarrow F \in AC, AC \subset (ABCD) \Rightarrow F \in (ABCD)$. Vậy $EF \subset (ABCD)$.

b) Đúng: Dễ thấy A là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$, B cũng là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$. Suy ra $AB = (SAB) \cap (ABCD)$.



c) Sai: Tìm giao tuyến của (SAB) và (SCD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) .

Ta có:
$$\begin{cases} E \in AB, AB \subset (SAB) \\ E \in CD, CD \subset (SCD) \end{cases} \Rightarrow E \in (SAB) \cap (SCD). \text{ Vậy } SE = (SAB) \cap (SCD).$$

Tìm giao tuyến của (SAC) và (SBD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .

Ta có:
$$\begin{cases} F \in AC, AC \subset (SAC) \\ F \in BD, BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow F \in (SAC) \cap (SBD). \text{ Vậy } SF = (SAC) \cap (SBD).$$

d) Đúng: Tìm giao tuyến của (SEF) với (SAD) :

Dễ thấy S là điểm chung của hai mặt phẳng (SEF) và (SAD) .

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi $G = EF \cap AD$.

Ta có: $\begin{cases} G \in EF, EF \subset (SEF) \\ G \in AD, AD \subset (SAD) \end{cases} \Rightarrow G \in (SEF) \cap (SAD)$. Vậy $SG = (SEF) \cap (SAD)$.

Câu 3: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD, BC , M là một điểm trên cạnh AB, N là một điểm trên cạnh AC . Khi đó:

- IJ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (JAD)$.
- ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.
- BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.
- Giao tuyến của hai mặt phẳng $(IBC), (DMN)$ song song với đường thẳng IJ .

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $I \in AD, AD \subset (JAD) \Rightarrow I \in (JAD) \Rightarrow IJ \subset (JAD)$
 $; J \in BC, BC \subset (IBC) \Rightarrow J \in (IBC) \Rightarrow IJ \subset (IBC)$. Vậy
 $(IBC) \cap (JAD) = IJ$.

b) Đúng: ND là giao tuyến của hai mặt phẳng $(MND), (ADC)$.

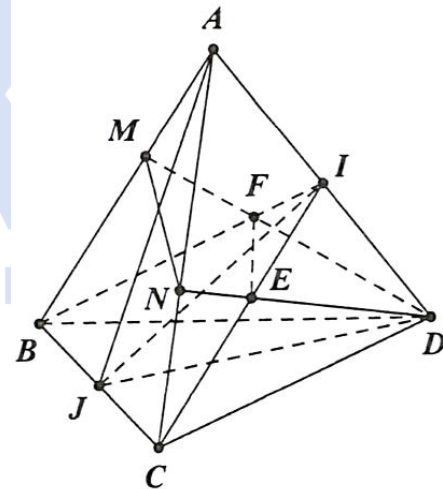
c) Đúng: BI là giao tuyến của hai mặt phẳng $(BCI), (ABD)$.

d) Sai: Gọi $E = DN \cap CI$ (trong (ACD)) và $F = DM \cap BI$ (trong (ABD)).

Ta có: $\begin{cases} E \in DN, DN \subset (DMN) \\ E \in IC, IC \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow E \in (DMN) \cap (IBC) \quad (1)$

Tương tự: $\begin{cases} F \in DM, DM \subset (DMN) \\ F \in BI, BI \subset (IBC) \end{cases} \Rightarrow F \in (DMN) \cap (IBC) \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra $(DMN) \cap (IBC) = EF$. Khi đó EF cắt IJ



Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M là điểm trên cạnh AB, N là điểm thuộc cạnh AC sao cho MN không song song với BC . Gọi P là điểm nằm trong $\triangle ABC$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $MN = (MNP) \cap (ABC)$
- b) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (BCD)$ là đường thẳng cắt BC
- c) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ABD)$ là đường thẳng cắt AB và DC
- d) Giao tuyến của hai mặt phẳng $(MNP), (ACD)$ là đường thẳng cắt AB và DC

Lời giải

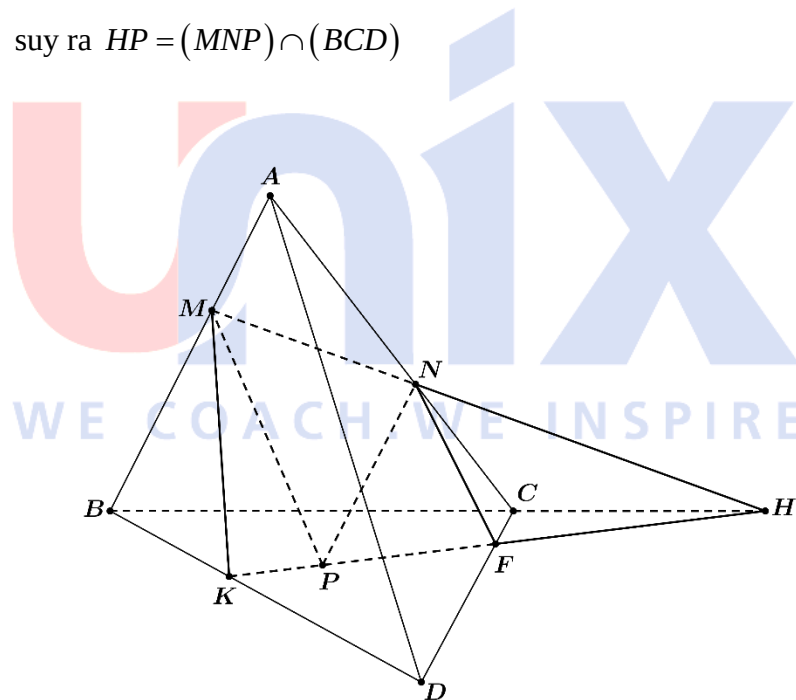
a) Đúng: $MN = (MNP) \cap (ABC)$

b) Đúng: Trong (ABC) gọi $H = MN \cap BC$.

Ta có: $\begin{cases} H \in MN \subset (MNP) \\ H \in BC \subset (BCD) \end{cases} \Rightarrow H \in (MNP) \cap (BCD) \quad (1)$

Lại có: $\begin{cases} P \in (MNP) \\ P \in (BCD) \end{cases} \Rightarrow P \in (MNP) \cap (BCD) \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $HP = (MNP) \cap (BCD)$



c) Sai: Trong (BCD) gọi $K = HP \cap BD$

Ta có: $\begin{cases} K \in BD \subset (ABD) \\ K \in HP \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow K \in (MNP) \cap (ABD) \quad (1)$

Lại có: $\begin{cases} M \in (MNP) \\ M \in AB \subset (ABD) \end{cases} \Rightarrow M \in (MNP) \cap (ABD) \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $MK \in (MNP) \cap (ABD)$.

d) Sai: Trong (BCD) gọi $F = HK \cap DC$.

Trình bày tương tự như hai câu trên ta được $NF = (MNP) \cap (ACD)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD . Số điểm chung của hai mặt phẳng (BCD) và (CMN) là bao nhiêu?

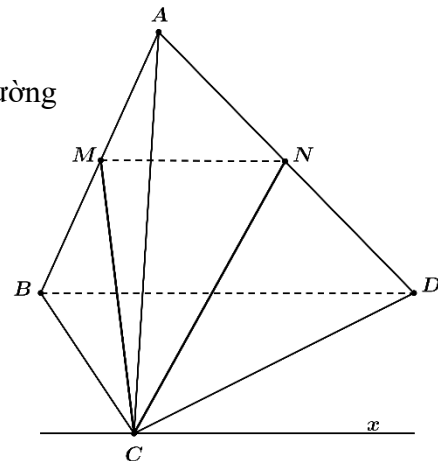
Lời giải

Ta có M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD . Nên MN là đường trung bình tam giác ABD suy ra $MN \parallel BD$ (1). Mặt khác:

$$C \in (BCD) \cap (CMN) \quad (2)$$

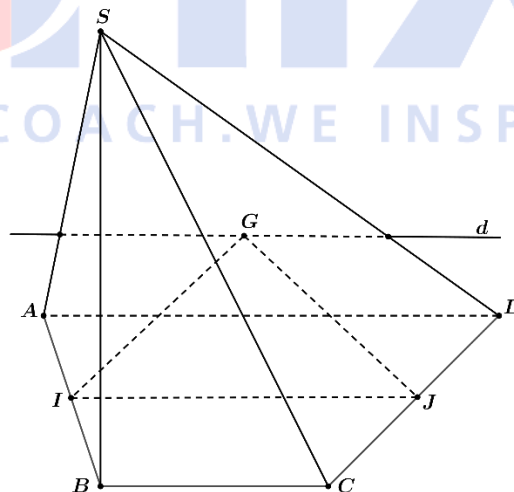
Từ (1) và (2) suy ra $(BCD) \cap (CMN) = Cx$ với Cx là đường thẳng qua C và song song với các đường thẳng BD, MN .

Vậy Số điểm chung của hai mặt phẳng (BCD) và (CMN) là vô số.



Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AD và BC , G là trọng tâm $\triangle SAB$. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG)

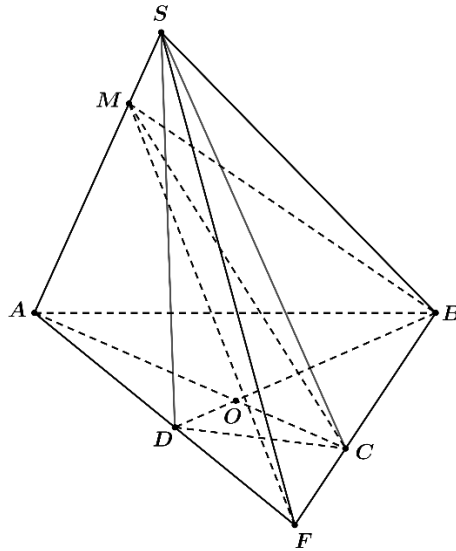
Lời giải



Ta có: G là điểm chung của hai mặt phẳng (SAB) và (IJG) . Khi đó $AB \subset (SAB), IJ \subset (IJG)$ và $IJ \parallel AB \parallel DC \Rightarrow (SAB) \cap (IJG) = d$ đi qua G và song song với DC .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. Gọi $O = AC \cap BD, F = BC \cap AD$. Điểm M thuộc cạnh SA , tìm giao tuyến (d) của cặp mặt phẳng (MBC) và (SAD)

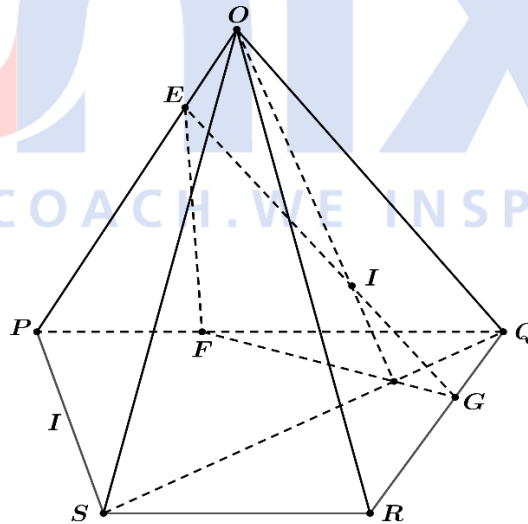
Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} M \in (SAD) \cap (MBC) \\ F \in (SAD) \cap (MBC) \quad (F = AD \cap BC) \end{cases} \Rightarrow FM = (SAD) \cap (MBC).$$

Câu 4: Cho hình chóp $O.PQRS$, có đáy $PQRS$ là hình thang, đáy lớn PQ . Gọi E, F, G lần lượt là các điểm trên các cạnh OP, PQ, QR . Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (EFG) với mặt phẳng (OPQ) .

Lời giải



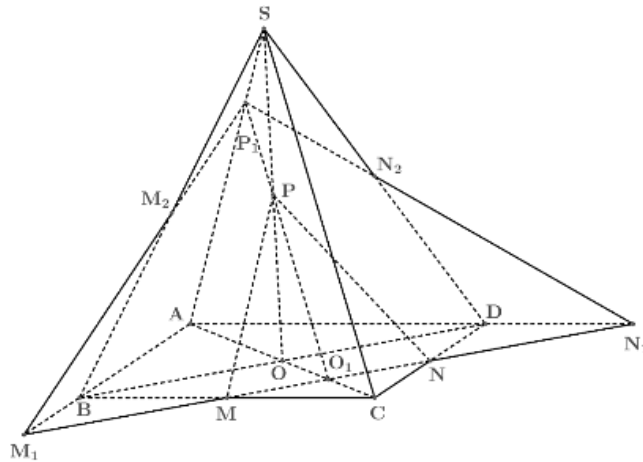
Ta có
$$\begin{cases} E \in (EFG) \\ E \in OP \subset (OPQ) \end{cases} \Rightarrow E \in (EFG) \cap (OPQ)$$

Tương tự
$$\begin{cases} F \in (EFG) \\ F \in PQ \subset (OPQ) \end{cases} \Rightarrow F \in (EFG) \cap (OPQ). \text{ Vậy } (EFG) \cap (OPQ) = EF.$$

Câu 5: Trong mặt phẳng (α) cho hình bình hành $ABCD$ tâm O , S là một điểm không thuộc (α) . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của BC, CD, SO . Đường thẳng MN cắt AB, AD, AC lần lượt tại

M_1, N_1, O_1 . Nối O_1P cắt SA tại P_1 , nối M_1P_1 cắt SB tại M_2 , nối N_1P_1 cắt SD tại N_2 . Xác định giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) với (SAD)

Lời giải



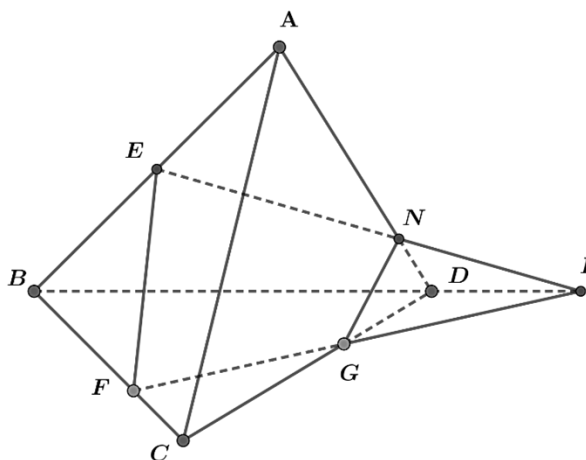
$$\text{Ta có } \begin{cases} N_2 \in SD \subset (SAD) \\ N_2 \in P_1N_1 \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow N_2 \in (SAD) \cap (MNP).$$

$$\begin{cases} P_1 \in SA \subset (SAD) \\ P_1 \in PO \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow P_1 \in (SAD) \cap (MNP).$$

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (MNP) là đường thẳng N_2P_1 .

Câu 6: Cho tứ diện $ABCD$ có các cạnh bằng nhau và bằng a . Gọi E là trung điểm AB , F là điểm thuộc cạnh BC sao cho $BF = 2FC$, G là điểm thuộc cạnh CD sao cho $CG = 2GD$. Gọi N là giao điểm của AD với mặt phẳng (EFG) . Tính độ dài đoạn giao tuyến NG của mặt phẳng (EFG) với mặt phẳng (ACD) theo a .

Lời giải



Trong mặt phẳng (BCD) ta gọi $I = FG \cap BD$, trong mặt phẳng (ADB) ta gọi $N = IE \cap AD$.

Khi đó: $NG = (EFG) \cap (ACD)$.

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác BCD với ba điểm I, G, F thẳng hàng ta có:

$$\frac{ID}{IB} \cdot \frac{FB}{FC} \cdot \frac{GC}{GD} = 1 \Rightarrow \frac{ID}{IB} = \frac{1}{4}.$$

Áp dụng định lý Menelaus cho tam giác ABD với ba điểm I, N, E thẳng hàng ta có:

$$\frac{ND}{NA} \cdot \frac{EA}{EB} \cdot \frac{IB}{ID} = 1 \Rightarrow \frac{ND}{NA} = \frac{1}{4} \Rightarrow ND = \frac{a}{5}.$$

Áp dụng định lý Cosin vào tam giác NDG ta có: $NG^2 = ND^2 + DG^2 - 2 \cdot DN \cdot DG \cdot \cos 60^\circ$

$$= \frac{a^2}{25} + \frac{a^2}{9} - \frac{a^2}{15} = \frac{19a^2}{225} \Rightarrow NG = \frac{\sqrt{19}a}{15}.$$

-----HẾT-----

