

Dạng 2: Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng. Xác định giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng bằng cách kẻ song song

Phương pháp: Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng ta sử dụng tính chất

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel (\beta) \\ (\gamma) \cap (\alpha) = a \Rightarrow a \parallel b \\ (\gamma) \cap (\beta) = b \end{cases}$$

- Để tìm giao điểm của đường thẳng a và mặt phẳng (P) . Ta cần tìm một mặt phẳng (Q) chứa đường thẳng a và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường thẳng Δ . Khi đó giao điểm của đường thẳng a và Δ chính là giao điểm của đường thẳng a và mặt phẳng (P) .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

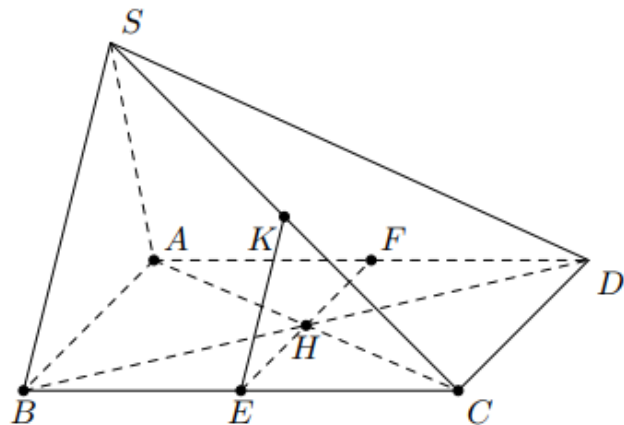
Bài tập 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm H . Mặt phẳng (P) đi qua H và song song với (SAB) . Tìm giao tuyến của:

- Mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.
- Mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SBC) .

Lời giải

- Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có:



$$\begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ (ABCD) \cap (SAB) = AB \Leftrightarrow (P) \cap (ABCD) = EF \text{ với } \begin{cases} EF \text{ qua } H \\ EF \parallel AB \\ E \in BC, F \in AD \end{cases} \\ (P) \cap (ABCD) = H \end{cases}$$

- Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SBC) .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (P) \parallel (SAB) \\ (SBC) \cap (SAB) = SB \Leftrightarrow (P) \cap (ABCD) = EK \text{ với } \begin{cases} EK \cap SC = K \\ EK \parallel SB \end{cases} \\ (P) \cap (SBC) = E \end{cases}$$

Bài tập 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M là điểm bất kỳ trên AB . Gọi (α) là mặt phẳng qua M và song song với (SBC) . Tìm giao tuyến của (α) với cắt mặt của hình chóp.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SBC) \cap (ABCD) = BC \\ (\alpha) \cap (ABCD) = M \end{cases}$$

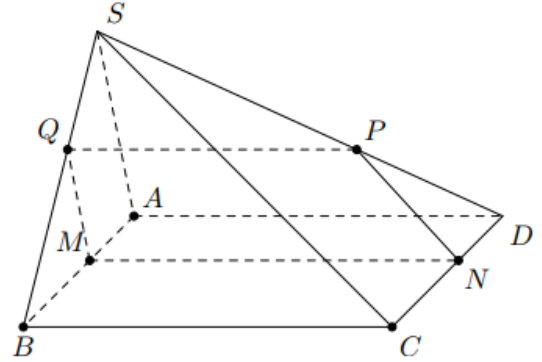
$$\Leftrightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \text{ với } \begin{cases} MN \cap CD = N \\ MN \parallel BC \end{cases}.$$

$$\text{Mặt khác } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SBC) \cap (SCD) = SC \\ (\alpha) \cap (SCD) = N \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow (\alpha) \cap (SCD) = NP \text{ với } \begin{cases} NP \cap SD = P \\ NP \parallel SC \end{cases}.$$

$$\text{Hơn nữa } \begin{cases} (\alpha) \parallel (SBC) \\ (SBC) \cap (SAB) = SB \Leftrightarrow (\alpha) \cap (SAB) = MQ \text{ với } \begin{cases} MQ \cap SA = Q \\ MQ \parallel BC \end{cases} \\ (\alpha) \cap (SAB) = M \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } (P) \cap (SAD) = PQ.$$

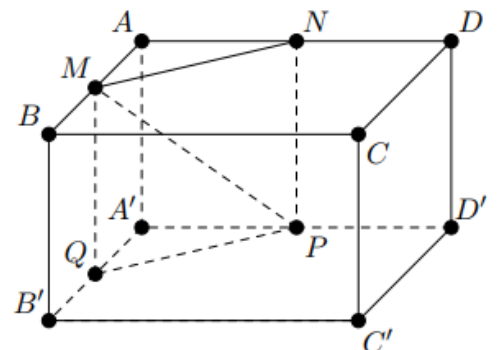


Bài tập 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh $AB, AD, A'D'$. Xác định giao tuyến của (MNP) và các mặt $(A'B'C'D'), (AA'B'B)$.

Lời giải

Ta có M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, AD, A'D'$.

$$\Rightarrow \begin{cases} MN \parallel BD \parallel B'D' \\ NP \parallel AA' \parallel DD' \end{cases} \Rightarrow (MNP) \parallel (BDD'B')$$



$$\text{Khi đó: } \begin{cases} (MNP) \parallel (BDD'B') \\ (BDD'B') \cap (A'B'C'D') = B'D' \Leftrightarrow (MNP) \cap (A'B'C'D') = PQ \text{ với } \begin{cases} PQ \cap A'B' = Q \\ PQ \parallel B'D' \end{cases} \\ (MNP) \cap (A'B'C'D') = P \end{cases}$$

Bài tập 4: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD . Biết mặt phẳng (α) chứa BG và song song với đường thẳng AC . Tìm giao điểm K của AD và mặt phẳng (α) .

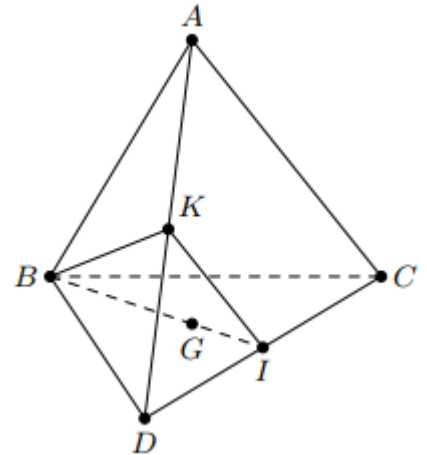
Lời giải

Gọi I là trung điểm của CD . Ta có

$$\begin{cases} I \in (\alpha) \cap (ACD) \\ AC \parallel (\alpha) \\ AC \subset (ACD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ACD) = Ix \parallel AC.$$

Trong mặt phẳng (ACD) gọi $Ix \cap AD = K$. Ta có

$$\begin{cases} K \in AD \\ K \in Ix \subset (\alpha) \Rightarrow K \in (\alpha) \end{cases} \Rightarrow K = AD \cap (\alpha)$$



Bài tập 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang có đáy lớn là AB . Gọi M là một điểm trên CD và (α) là mặt phẳng qua M và song song với SA và BC . Tìm giao điểm Q của SC và (α) .

Lời giải

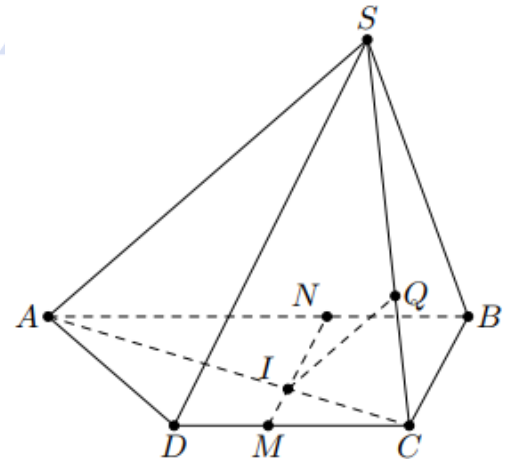
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel BC, BC \subset (ABCD) \\ M \in (\alpha) \cap (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN \parallel BC \text{ và } N \in AB.$$

Gọi I là giao điểm của AC và MN ta có

$$\begin{cases} SA \parallel (\alpha) \\ SA \subset (SAC) \\ I \in (\alpha) \cap (SAC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAC) = Ix \parallel SA.$$

Trong mặt phẳng (SAC) gọi Q là giao điểm của Ix và SC .

$$\begin{cases} Q \in SC \\ Q \in Ix \subset (\alpha) \Rightarrow Q \in (\alpha) \end{cases} \Rightarrow Q = SC \cap (\alpha).$$



Bài tập 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD, SB .

a) Chứng minh $BD \parallel (MNP)$.

- b) Tìm giao điểm của (MNP) với BC .
- c) Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (MNP) và (SBD) .

Lời giải

- a) $\triangle ABD$ có MN là đường trung bình nên

$$MN \parallel BD \text{ và } MN = \frac{1}{2}BD$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BD \parallel MN \\ MN \subset (MNP) \Rightarrow BD \parallel (MNP) \\ BD \not\subset (MNP) \end{cases}$$

- b) Trong $(ABCD)$ dựng $H = MN \cap BC$

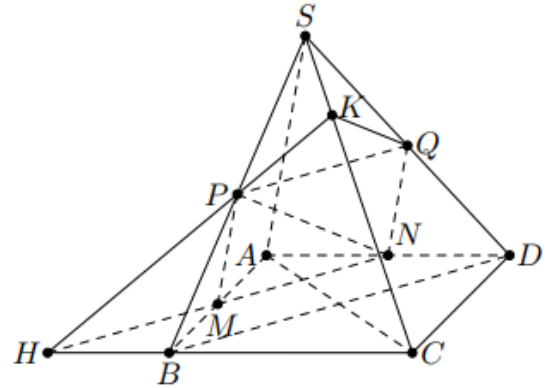
$$\text{Ta có } \begin{cases} H \in BC \\ H \in MN, MN \subset (MNP) \end{cases} \Rightarrow H = (MNP) \cap BC$$

$$\text{c) Gọi } \Delta = (MNP) \cap (SBD) \text{ ta có } \begin{cases} P \in (SBD) \\ P \in (MNP) \end{cases} \Rightarrow P \in \Delta.$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} MN \parallel BD \\ MN \subset (MNP), (BD) \subset (SBD) \Rightarrow \Delta \parallel MN \\ (MNP) \cap (SBD) = \Delta \end{cases}$$

Vậy Δ là đường thẳng qua P và song song với MN .

Gọi $Q = \Delta \cap SD$ ta được $(MNP) \cap (SBD) = PQ$.



Bài tập 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là một hình thang với đáy lớn là cạnh AD . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, CD, SA .

- a) Xác định giao điểm Q của cạnh SD với (MNP) .
- b) Chứng minh SB, SC cùng song song với (MNP) .
- c) Chứng minh MP và NQ cắt nhau. Chứng minh giao điểm của MP và NQ , giao điểm của AB và CD và điểm S thẳng hàng.

Lời giải

a) Ta có $AD \parallel MN$ nên $AD \parallel (MNP)$ mà $AD \subset (SAD)$

Khi đó giao tuyến của (MNP) và (SAD) là đường thẳng qua P , song song với AD , cắt SD tại $Q \Rightarrow Q$ là giao điểm của SD và (MNP) .

b) Tam giác SAB có MP là đường trung bình nên $SB \parallel MP$ do đó $SB \parallel (MNP)$.

Theo cách dựng điểm Q suy ra Q là trung điểm của SD .

Do đó NQ là đường trung bình của tam giác SCD suy ra $SC \parallel NQ$. Suy ra $SC \parallel (MNP)$.

c) Ta có $MN \parallel PQ$ (vì cùng song song với AD).

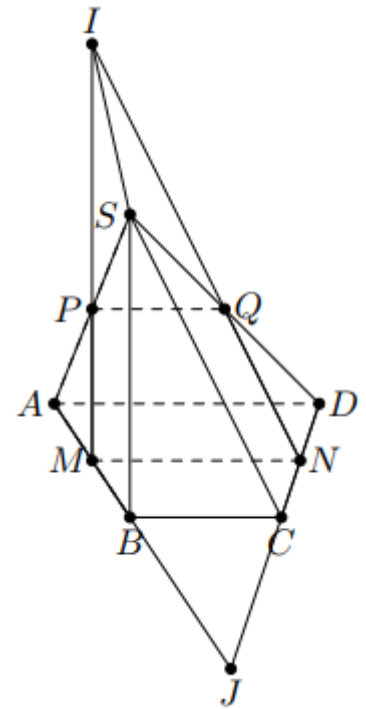
Mặt khác ta có $PQ = \frac{1}{2}AD$, $MN = \frac{AD + BC}{2} > \frac{AD}{2} = PQ$ nên

$MNQP$ là hình thang.

Vậy MP và NQ có thể cắt nhau tại I .

Theo cách dựng thì I là một điểm chung của (SAB) và (SCD) .

Tương tự, giao điểm J của AB và CD cũng là điểm chung của (SAB) và (SCD) . Do đó I, S, J thẳng hàng.



BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

- A.** Nếu đường thẳng d song song mặt phẳng (P) thì trong (P) có duy nhất một đường thẳng a song song với d .
- B.** Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì d song song với mọi đường thẳng nằm trong (P) .
- C.** Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì trong (P) tồn tại đường thẳng a song song với d .
- D.** Nếu đường thẳng d song song mặt phẳng (P) , đường thẳng a bất kỳ nằm trong (P) thì a và d chéo nhau.

Lời giải

Khẳng định đúng là "Nếu đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) thì trong (P) tồn tại đường thẳng a song song với d ".

Câu 2: Trong không gian, đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) nếu

- A. $a \not\subset (P)$. B. $\begin{cases} a \parallel b \\ b \subset (P) \end{cases}$. C. $\begin{cases} a \parallel b \\ b \not\subset (P) \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a \parallel b \\ b \subset (P) \\ a \not\subset (P) \end{cases}$.

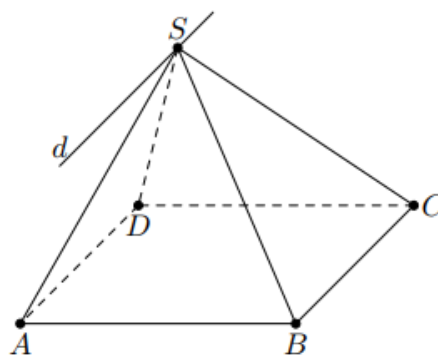
Lời giải

Đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) khi và chỉ khi a không nằm trong (P) , đồng thời a song song với một đường thẳng b nằm trong (P) .

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình bình hành. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng song song với đường thẳng nào sau đây?

- A. AC . B. DC . C. BD . **D.** AD .

Lời giải



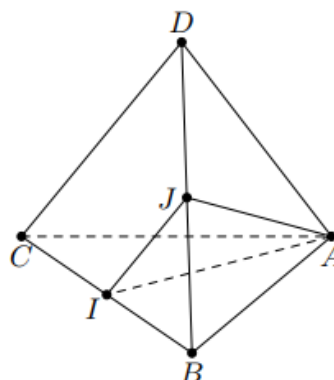
Giao tuyến của 2 mặt phẳng chứa 2 đường thẳng song song với nhau là đường thẳng đi qua 1 điểm chung của 2 mặt phẳng đó và song song với 2 đường thẳng song song trên.

Mà $AD \parallel BC$ nên giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là đường thẳng qua S và song song với AD .

Câu 4: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD . Giao tuyến của hai mặt phẳng (AIJ) và (ACD) là đường nào sau đây?

- A. Đường thẳng d đi qua A và $d \parallel BC$.
 B. Đường thẳng d đi qua A và $d \parallel BD$.
C. Đường thẳng d đi qua A và $d \parallel CD$.
 D. Đường thẳng d đi qua A và giao điểm của IJ và CD .

Lời giải



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của BC và BD nên $IJ \parallel CD$.

Do đó giao tuyến của (AIJ) với (ACD) là đường thẳng đi qua A và song song với CD .

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$ và ba điểm P, Q, R lần lượt nằm trên cạnh các AB, CD, BC (không trùng với các đỉnh của tứ diện $ABCD$) sao cho $PR \parallel AC$. Khi đó giao tuyến của hai mặt phẳng (PQR) và (ACD) song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

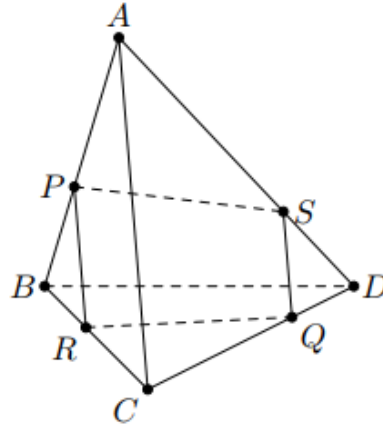
A. BD .

B. CD .

C. CB .

D. AC .

Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} Q \in (PQR) \cap (ACD) \\ PR \subset (PQR) \\ AC \subset (ACD) \\ PR \parallel AC \end{cases} \text{ nên } (PQR) \cap (ACD) = Qx \parallel AC$$

Vậy giao tuyến của hai mặt phẳng (PQR) và (ACD) song song với đường thẳng AC .

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P theo thứ tự là trung điểm của SA, SD và AB . Khẳng định nào sau đây đúng?

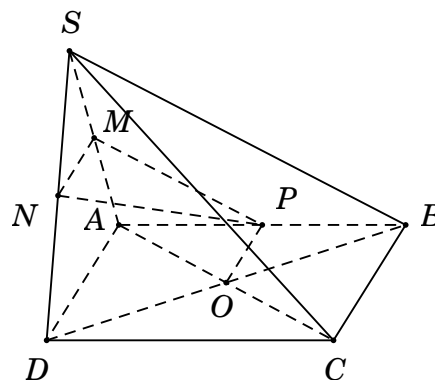
A. (NOM) cắt (OPM) .

B. $(MON) \parallel (SBC)$.

C. $(PON) \cap (MNP) = NP$.

D. $(NMP) \parallel (SBD)$.

Lời giải



Ta có MN là đường trung bình của tam giác SAD suy ra $MN \parallel AD$. (1)

Và OP là đường trung bình của tam giác BAD suy ra $OP \parallel AD$. (2)

Từ (1), (2) suy ra $MN \parallel OP \parallel AD \Rightarrow M, N, O, P$ đồng phẳng.

Lại có $MP \parallel SB$, $OP \parallel BC$ suy ra $(MNOP) \parallel (SBC)$ hay $(MON) \parallel (SBC)$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang ($AB \parallel CD$). Gọi M là trung điểm của SB . Mặt phẳng qua DM , song song với AB cắt đường thẳng SC tại Q . Tính tỉ số $\frac{SC}{SQ}$.

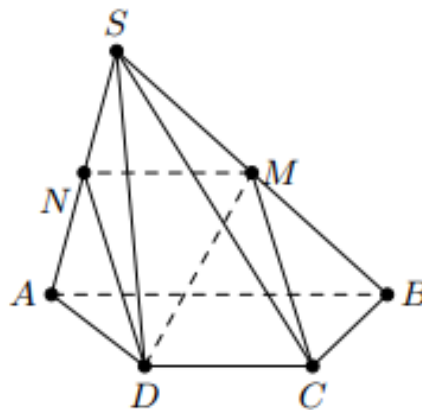
A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải



Gọi (α) là mặt phẳng qua DM và song song với AB .

Vì $AB \parallel (\alpha)$ và $AB \subset (ABCD)$ nên giao tuyến của (α) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua D và song song với AB .

Ta có $DC \parallel AB$ nên DC chính là giao tuyến của (α) và $(ABCD)$.

Do đó (α) cắt SC tại C tức là Q trùng với C nên $\frac{SC}{SQ} = 1$.

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm $\triangle ABD$ và $\triangle BCD$. Khẳng định nào sau đây là sai?

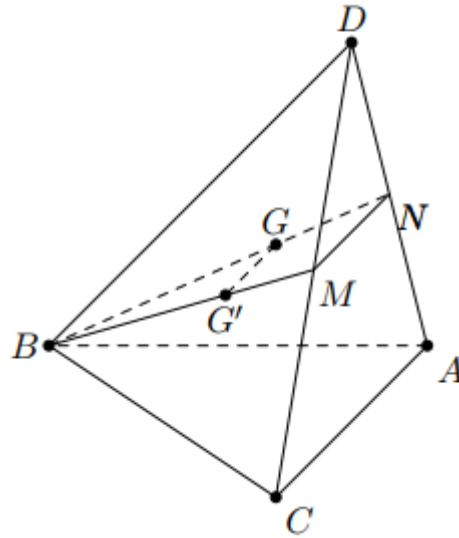
A. $GG' \parallel (ACD)$.

B. $GG' \parallel BD$.

C. $GG' \parallel (ABC)$.

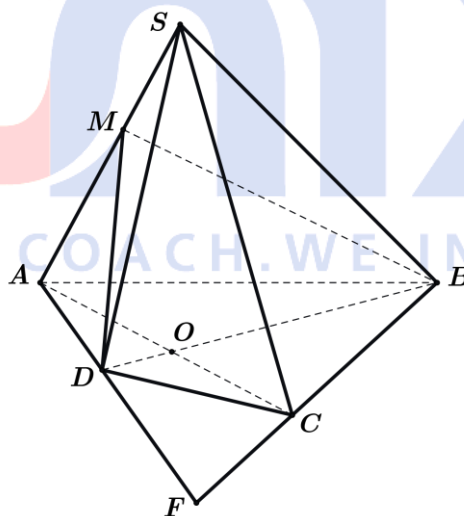
D. $GG' \parallel AC$.

Lời giải



Ta có GG' cắt mặt phẳng (ABD) tại G . Do đó GG' không thể song song được với BD nằm trong mặt phẳng (ABD) .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là tứ giác có các cặp cạnh đối không song song. Gọi $O = AC \cap BD, F = BC \cap AD$. Điểm M thuộc cạnh SA . Tìm giao tuyến (d) của cặp mặt phẳng (MBD) và (SAC)



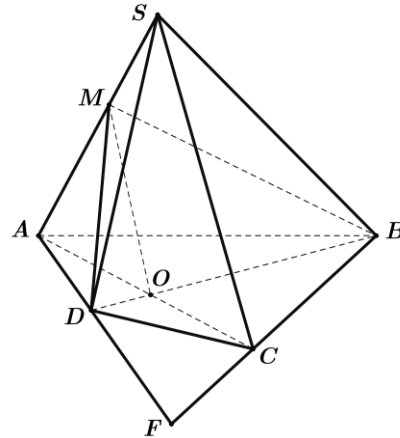
A. $d = SO$.

B. $d = SF$.

C. $d = MO$.

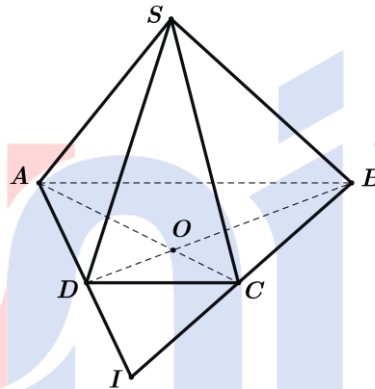
D. $d = MF$.

Lời giải



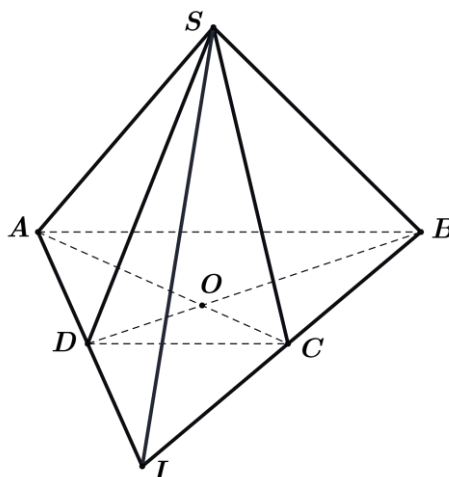
Ta có:
$$\begin{cases} M \in (SAC) \cap (MBD) \\ O \in (SAC) \cap (MBD) \quad (O = AC \cap BD) \end{cases} \Rightarrow MO = (SAC) \cap (MBD).$$

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $ABCD$ ($AB \parallel CD$). Gọi O là giao điểm của AC và BD , I là giao điểm của AD và BC . Khẳng định nào sau đây **sai**?



- A. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) là SC .
- B. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) là SO .
- C. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC) là SI .
- D. Giao tuyến của hai mặt phẳng (SID) và (SCO) là SB .

Lời giải



Ta có: S, C là hai điểm chung của (SAC) và (SBC) nên A đúng.

S, O là hai điểm chung của (SAC) và (SBD) nên B đúng.

S, I là hai điểm chung của (SAD) và (SBC) nên C đúng.

S, A là hai điểm chung của (SID) và (SCO) nên D sai.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, SC, SD . Gọi (α) là mặt phẳng đi qua O và song song với mặt phẳng (SAB) . Giao tuyến của (α) với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) lần lượt là

- A. MN và PN B. MN và PQ . C. QP và QM D. NP và MQ .

Lời giải

Vì $(\alpha) \parallel (SAB) \Rightarrow (\alpha) \parallel AB; (\alpha) \parallel SB; (\alpha) \parallel SA$

Vì M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, BC, SC, SD nên

$MN \parallel AB; NP \parallel SB; MQ \parallel SA$

Ta có:

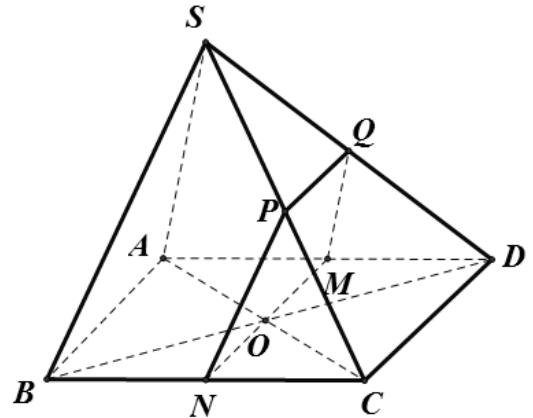
$$\begin{cases} (\alpha) \parallel AB \\ AB \subset (ABCD) \\ O \in (\alpha), O \in (ABCD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (ABCD) = MN$$

qua O

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel SB \\ SB \subset (SBC) \\ N \in (\alpha), N \in (SBC) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = NP \parallel SB$$

$$\begin{cases} (\alpha) \parallel SA \\ SA \subset (SAD) \\ M \in (\alpha), M \in (SAD) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SAD) = MQ \parallel SA$$

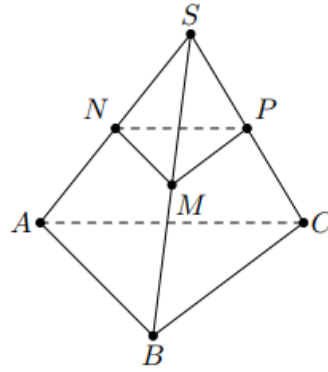
Vậy giao tuyến của (α) với các mặt phẳng (SBC) và (SAD) lần lượt là NP và MQ .



Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M là trung điểm của SB , mặt phẳng (α) đi qua M và song song với mặt phẳng (ABC) cắt SA, SC lần lượt tại N, P . Khẳng định nào đúng?

- A. (α) không trùng với (MNP) . B. MP cắt BC .
C. MN cắt AC . D. $MP \parallel BC$.

Lời giải



Theo cách xác định mặt phẳng (α) ta có $MP \parallel BC$.

Câu 13: Cho lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BB', CC' . Đường thẳng qua đi qua trọng tâm I của tam giác ABC cắt $A'B$ và MN lần lượt tại P, Q . Khi đó tỉ số $\frac{IP}{IQ}$ bằng

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{2}{5}$.

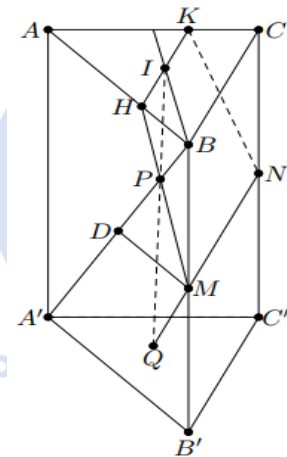
D. $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Qua I kẻ đường thẳng song song với BC cắt AC, AB tại H, K .
Suy ra $KH \parallel MN$ do đó M, N, K, H, I đồng phẳng. Gọi $P = A'B \cap MH, Q = IP \cap MN$.

Kẻ $MD \parallel A'B' (D \in A'B)$ ta được $\frac{HP}{PM} = \frac{HB}{DM} = \frac{\frac{1}{3} \cdot AB}{\frac{1}{2} \cdot A'B'} = \frac{2}{3}$.

Do đó $\frac{IP}{PQ} = \frac{HP}{PM} = \frac{2}{3}$ nên $\frac{IP}{PQ} = \frac{2}{5}$.



Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang với $AB \parallel CD$ và $AB = 2CD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác SBC, H là giao điểm của DG và (SAC) . Tỉ số $\frac{GH}{GD}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{3}{5}$.

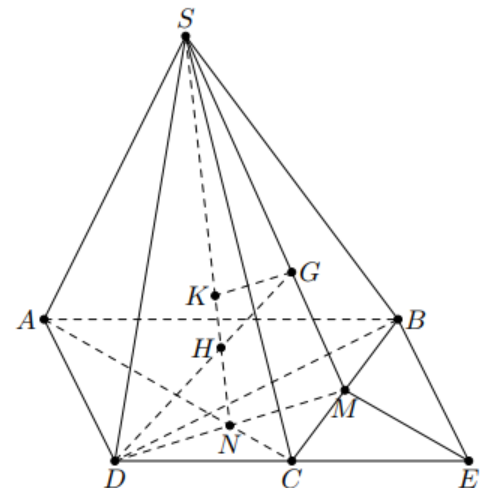
C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC, N là giao điểm của AC và MD .

Khi đó, $(SMD) \cap (SAC) = SN$.



Vì $DG \subset (SMD)$ và $DG \cap (SAC) = H$ nên $H \in SN$.

Gọi E là điểm đối xứng với D qua C thì tứ giác $ABED$ là hình bình hành. Suy ra $EM // AC$.
Do đó, N là trung điểm của MD .

Dựng đường thẳng đi qua G song song với MN và cắt SN tại K .

Khi đó, $\frac{SG}{SM} = \frac{KG}{NM}$ và $\frac{HD}{HG} = \frac{DN}{KG}$.

Suy ra $\frac{SG}{SM} \cdot \frac{NM}{ND} \cdot \frac{HD}{HG} = \frac{KG}{NM} \cdot \frac{NM}{ND} \cdot \frac{ND}{KG} = 1$.

Mặt khác $\frac{SG}{SM} = \frac{1}{3}$ và $\frac{NM}{ND} = 1$ nên $\frac{2}{3} \cdot 1 \cdot \frac{HD}{HG} = 1 \Leftrightarrow \frac{HD}{HG} = \frac{3}{2}$.

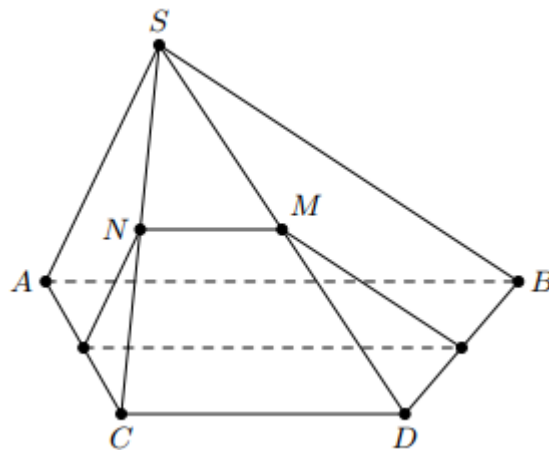
Vậy $\frac{GH}{GD} = \frac{2}{5}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang và $AB // CD$. Gọi M là trung điểm của SD và (P) là mặt phẳng qua M và song song với (SAB) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (SCD)
- Đường thẳng AB song song với mặt phẳng (P)
- Đường thẳng CD cũng song song với mặt phẳng (P)
- Giao điểm của (P) và SC là điểm N với N là trung điểm của SC

Lời giải



- Sai: Mặt phẳng (P) cắt mặt phẳng (SCD)
- Đúng: Hai mặt phẳng (P) và (SCD) có điểm M chung. Giả sử (P) cắt SC tại điểm N .

Khi đó $MN = (P) \cap (SCD)$ mà $(P) \parallel (SAB)$ nên $AB \parallel (P)$.

c) Đúng: Lại có $CD \parallel AB, CD \not\subset (P)$ nên $CD \parallel (P)$.

d) Đúng: Từ đó suy ra $MN \parallel CD$, mà M là trung điểm của SD nên N là trung điểm của SC .

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm H . Mặt phẳng (P) đi qua H và song song với (SAB) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$ là EF với E, F lần lượt là trung điểm của BC và AD .

b) Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SBC) là EK với K là trung điểm của SD

c) Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SAD) là FI với I là trung điểm của FE

d) Giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (SBC) là đường thẳng KE

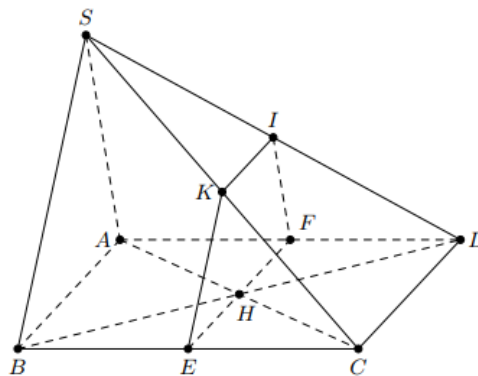
Lời giải

a) Đúng: Ta có H là một điểm chung của mặt phẳng (P) và mặt phẳng $(ABCD)$, $(P) \parallel (SAB)$
 $(ABCD) \cap (SAB) = AB$ nên giao tuyến của (P) và $(ABCD)$ là đường thẳng qua H , song song với AB , cắt BC và AD lần lượt tại E, F .

Do H là tâm hình bình hành $ABCD$ nên E, F là trung điểm của BC và AD .

b) Sai: Theo cách dựng trên ta có (P) và (SBC) có điểm chung E .

Mặt phẳng $(P) \parallel (SAB)$, $(SBC) \cap (SAB) = SB$ nên giao tuyến của (P) và (SBC) là đường thẳng qua E , song song với SB , cắt SC tại K . Khi đó EK là đường trung bình của tam giác SBC nên K là trung điểm của SC .



c) Sai: Tương tự ta có giao tuyến của (P) và (SAD) là đường thẳng qua F , song song với SA và cắt SD tại I . Khi đó I là trung điểm của SD .

d) Đúng: Từ các kết quả trên ta có $(P) \cap (ABCD) = EF$, $(P) \cap (SAD) = FI$, $(P) \cap (SCD) = IK$
 $(P) \cap (SBC) = KE$

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SC , lấy điểm $P \in SA$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

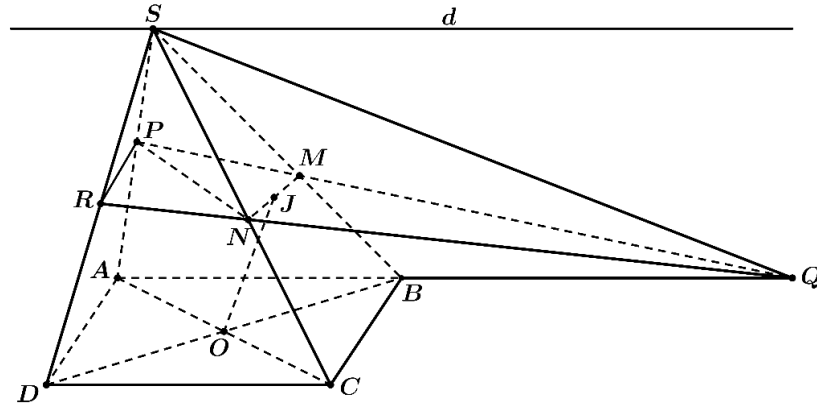
a) Giao tuyến (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S và song song với AC và BD .

b) Giao điểm SD và (MNP) là R với $R = QN \cap SD$

c) Ba đường thẳng $PR; MN; AD$ đôi một song song

d) $OJ \parallel (SAD)$.

Lời giải



a) Sai: Do AB song song với CD nên giao tuyến của (SAB) và (SCD) là đường thẳng d đi qua S và song song với AB và CD .

b) Đúng: Trong mặt phẳng (SAB) kéo dài PM cắt AB tại Q , trong mặt phẳng $(PMQR)$, kéo dài QN cắt SD tại R , giao điểm của SD và (MNP) là R .

c) Đúng: Do 3 mặt phẳng (MNP) ; (ABC) ; (SAD) cắt nhau theo 3 giao tuyến là PR ; MN ; AD nên chúng song song hoặc đồng quy.

Mặt khác: $MN \parallel AD \Rightarrow MN \parallel AD \parallel PR$

d) Đúng: Ta có OM là đường trung bình trong tam giác $SBD \Rightarrow OM \parallel SD$.

Tương tự ta có: $ON \parallel SA \Rightarrow (OMN) \parallel (SAD)$.

Mặt khác $OJ \subset (OMN) \Rightarrow OJ \parallel (SAD)$.

Câu 4: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi I và I' lần lượt là trung điểm của BC và $B'C'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

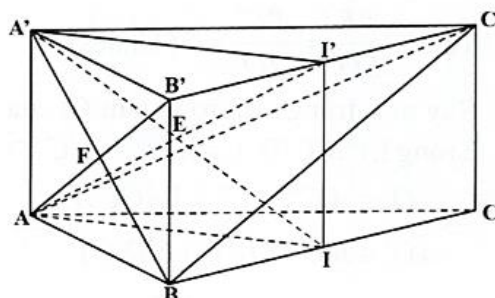
a) $II' \parallel BB'$

b) $AA'I'I$ là hình bình hành

c) IA' song song $(AB'C')$.

d) Giao tuyến của $(AB'C')$ và $(A'BC')$ là đường thẳng đi qua giao điểm của hai đường thẳng AI' , $A'I$

Lời giải



a) Đúng: Ta có I', I lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và BC .

Suy ra II' là đường trung bình của hình bình hành $BB'C'C$.

Suy ra $II' = BB'$ và $II' \parallel BB'$.

b) Đúng: Ta có $\begin{cases} II' \parallel AA' (\parallel BB') \\ II' = AA' (= BB') \end{cases} \Rightarrow AA'I'I$ là hình bình hành. $\Rightarrow AI \parallel A'I'$.

c) Sai: Trong $(IAA'I')$ gọi $E = AI' \cap A'I \Rightarrow \begin{cases} E \in AI'; AI' \subset (AB'C') \\ E \in A'I \end{cases} \Rightarrow E = A'I \cap (AB'C')$

d) Đúng: Trong $(AA'B'B)$ gọi $F = AB' \cap A'B$

$\Rightarrow \begin{cases} F \in AB'; AB' \subset (AB'C') \\ F \in A'B; A'B \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow F \in (AB'C') \cap (A'BC') \quad (1)$

Ta có $E = AI' \cap A'I \Rightarrow \begin{cases} E \in AI'; AI' \subset (AB'C') \\ E \in A'I; A'I \subset (A'BC') \end{cases} \Rightarrow E \in (AB'C') \cap (A'BC') \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $EF = (AB'C') \cap (A'BC')$.

