

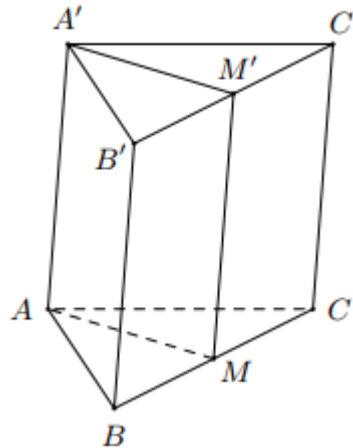
Dạng 4: Hình lăng trụ và hình hộp

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Bài tập 1: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M và M' lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và $B'C'$. Chứng minh rằng

a) $AA' \parallel (BCC'B')$

b) $AM \parallel A'M$.



Lời giải

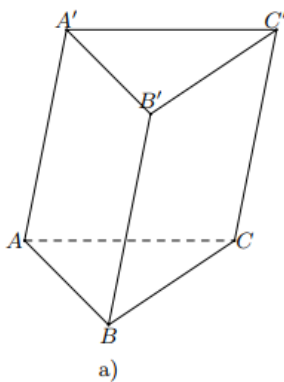
a) Trong hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ ta có $AA' \parallel BB'$ và $BB' \subset (BCC'B') \Rightarrow AA' \parallel (BCC'B')$.

b) Vì $MM' \parallel BB'$, $MM' = BB'$ và $BB' \parallel AA'$, $BB' = AA'$ nên $MM' \parallel AA'$, $MM' = AA'$.

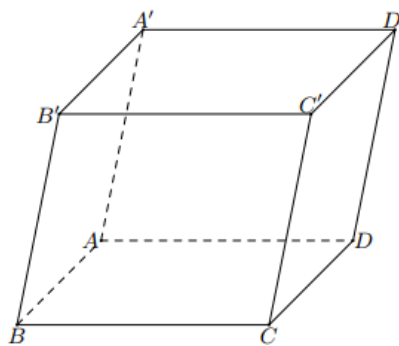
Suy ra $AMM'A'$ là hình bình hành nên $AM \parallel A'M$.

Bài tập 2:a) Gọi tên các hình lăng trụ trong các hình sau đây.

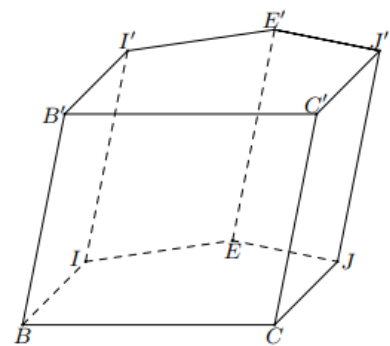
b) Gọi tên các thành phần của hình lăng trụ trong hình đầu tiên.



a)



b)



c)

Lời giải

a) Hình a) là hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$.

Hình b) là hình lăng trụ tứ giác $ABCD.A'B'C'D'$.

Hình c) là hình lăng trụ ngũ giác $IBCJE.I'B'C'J'E'$.

b) Hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ trong hình a) có:

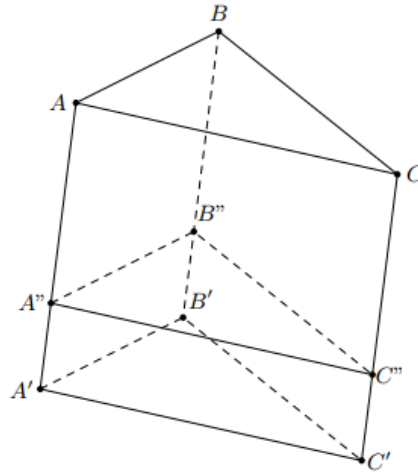
Hai mặt đáy là các tam giác $ABC, A'B'C'$.

Sáu đỉnh A, B, C, A', B', C' .

Ba mặt bên là các hình bình hành $AA'B'B, BB'C'C, CC'A'A$.

Ba cạnh bên AA', BB', CC' .

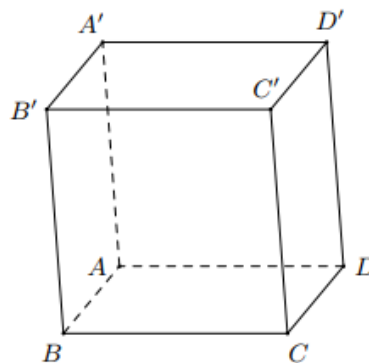
Bài tập 3: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ (hình vẽ bên). Một mặt phẳng song song với mặt đáy của hình lăng trụ cắt các cạnh bên của hình lăng trụ lần lượt tại A'', B'', C'' . Chứng minh rằng $ABC.A''B''C''$ là hình lăng trụ.



Lời giải

Vì các cạnh bên của hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đôi một song song nên AA'', BB'', CC'' đôi một song song. Mặt phẳng (ABC) song song với mặt phẳng $(A''B''C'')$ nên $ABC.A''B''C''$ là hình lăng trụ.

Bài tập 4: Hãy liệt kê các cặp mặt đối diện, các cặp cạnh đối diện và các cặp đỉnh đối diện của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.



Lời giải

Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có

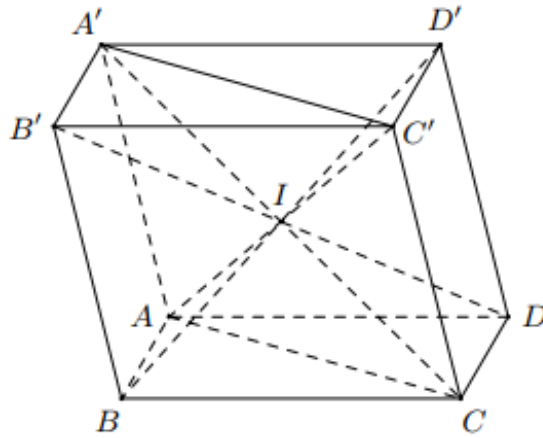
Ba cặp mặt đối diện: $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$; $(ABB'A')$ và $(DCC'D')$; $(ADD'A')$ và $(BCC'B')$.

Sáu cặp cạnh đối diện: AB và $D'C'$; BC và $A'D'$; CD và $B'A'$; DA và $C'B'$; AA' và CC' ; BB' và DD' .

Bốn cặp đỉnh đối diện: A và C' ; B và D' ; C và A' ; D và B' .

Bài tập 5: Chứng minh rằng bốn đường chéo của hình hộp cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Lời giải



Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các đường chéo $A'C$; AC' ; BD' và $B'D$. Tứ giác $ACC'A'$ có $AA' \parallel CC'$ và $AA' = CC'$ (tính chất hình hộp) nên tứ giác $ACC'A'$ là hình bình hành.

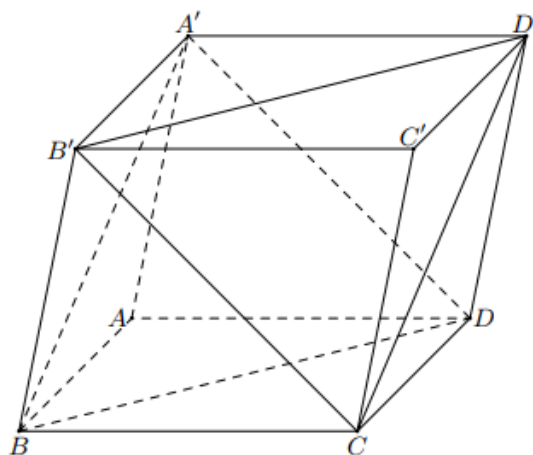
Gọi I là giao điểm của hai đường chéo AC' và $A'C$. Khi đó I là trung điểm của mỗi đường chéo AC' và $A'C$.

Tương tự, hai tứ giác $A'B'CD$ và $BCD'A'$ cũng là các hình bình hành nên I là trung điểm của $B'D$ và BD' .

Vậy các đường chéo của hình hộp cắt nhau tại trung điểm mỗi đường.

Bài tập 6: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chứng minh (BDA') và $(B'D'C)$ là các mặt phẳng song song

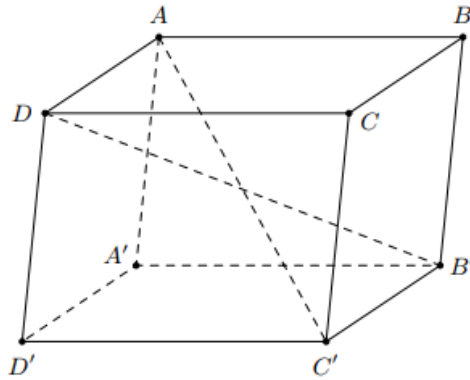
Lời giải



Ta có $BB' \parallel DD'$ và $BB' = DD'$ suy ra $BB'D'D$ là hình bình hành do đó $BD \parallel B'D'$.

Tương tự ta cũng có $A'B \parallel D'C$. Từ đó suy ra $(BDA') \parallel (B'D'C)$.

Bài tập 7: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên). Chứng minh rằng các đường chéo AC' , BD' , CA' và DB' của hình hộp cùng đi qua trung điểm của mỗi đường.



Lời giải

Đáy $ABCD$ của hình hộp là hình bình hành nên $AD \parallel BC$ và $AD = BC$.

Mặt bên $BCC'B'$ của hình hộp là hình bình hành nên $BC \parallel B'C'$ và $BC = B'C'$.

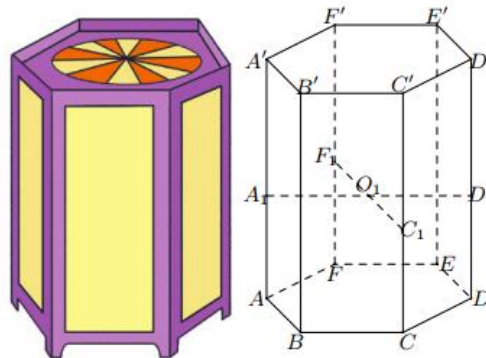
Vậy $AD \parallel B'C'$ và $AD = B'C'$ suy ra $ADC'B'$ là hình bình hành.

Từ đó AC' và DB' cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Tương tự AC' và BD' , AC' và CA' cũng cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường.

Vậy bốn đường chéo của hình hộp cùng đi qua trung điểm của mỗi đường.

Bài tập 8: Để làm một khung lồng đèn kéo quân hình lăng trụ lục giác $ABCDEF.A'B'C'D'E'F'$. Bình gắn hai thanh tre A_1D_1, F_1C_1 song song với mặt phẳng đáy và cắt nhau tại O_1 (hình bên dưới).



a) Xác định giao tuyến của mặt phẳng (A_1D_1, F_1C_1) với các mặt bên của lăng trụ.

b) Cho biết $A'A_1 = 6AA_1$ và $AA' = 70$ cm, tính CC_1 và C_1C' .

Lời giải

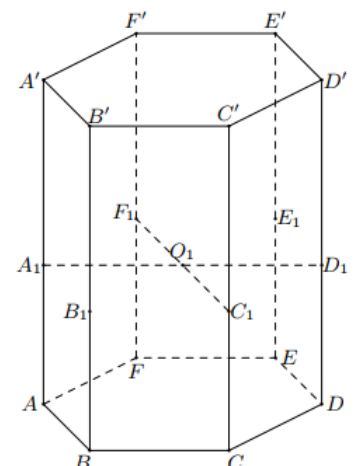
a) Qua O_1 kẻ B_1C_1 song song với mặt phẳng đáy như hình vẽ, khi

đó ta có: $(A_1D_1, F_1C_1) \cap (ABB'A') = A_1B_1$.

$(A_1D_1, F_1C_1) \cap (BCC'B') = B_1C_1$.

$(A_1D_1, F_1C_1) \cap (CDD'C') = C_1D_1$.

$(A_1D_1, F_1C_1) \cap (DEE'D') = D_1E_1$.



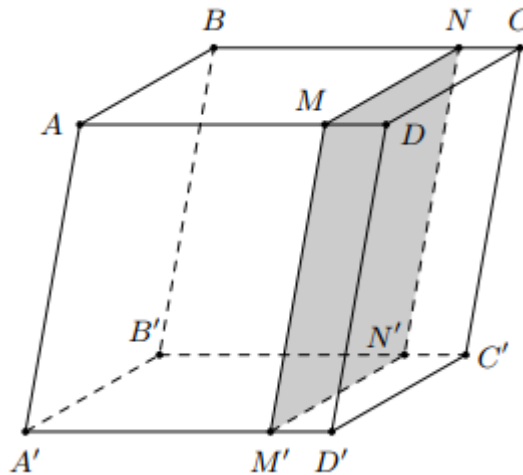
$$(A_1D_1, F_1C_1) \cap (EFF'E') = E_1F_1.$$

$$(A_1D_1, F_1C_1) \cap (AFF'A') = A_1F_1.$$

$$\text{b) Ta có } \begin{cases} A'A_1 = 6AA_1 \\ A'A_1 + AA_1 = AA' = 70 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A'A_1 = 60 \\ AA_1 = 10. \end{cases}$$

Suy ra $CC_1 = AA_1 = 10$ cm và $C_1C' = A_1A' = 60$ cm.

Bài tập 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Một mặt phẳng song song với mặt bên $(ABB'A')$ của hình hộp và cắt các cạnh $AD, BC, A'D', B'C'$ lần lượt tại M, N, M', N' . Khi đó hãy chứng minh rằng $ABNMA'B'N'M'$ là hình hộp.



Lời giải

Vì mặt phẳng $(ABCD)$ cắt hai mặt phẳng song song $(ABB'A'), (MNN'M')$ theo hai giao tuyến AB và $MN \Rightarrow AB \parallel MN$ mà $AM \parallel BN$ nên $ABNM$ là hình bình hành.

Tương tự ta cũng có các tứ giác $A'B'N'M', AA'M'N', BB'N'M', MNN'M'$ là các hình bình hành.

Vậy $ABNM.A'B'N'M'$ là hình hộp

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hình lăng trụ tam giác (xem hình bên), chọn khẳng định sai?

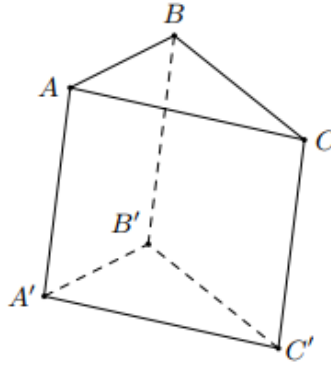
A. Các cạnh bên song song với nhau.

B. Các mặt bên là các hình chữ nhật.

C. Hai tam giác đáy bằng nhau.

D. Hai đáy nằm trên hai mặt phẳng song song.

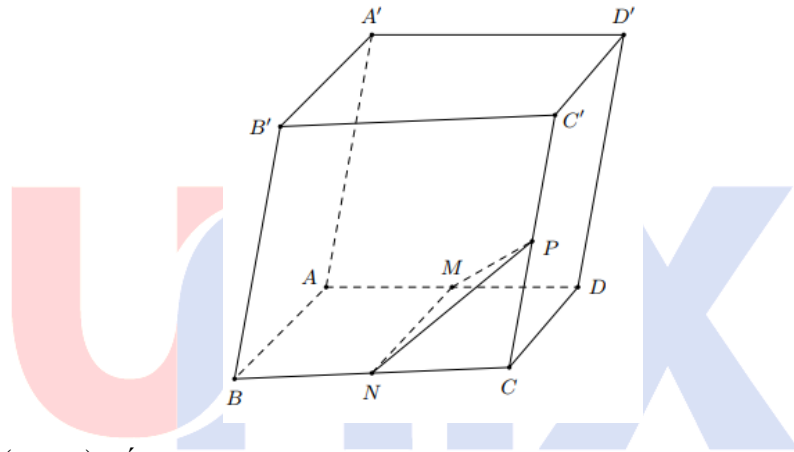
Lời giải



Theo định nghĩa hình lăng trụ thì các mặt bên là hình bình hành.

Vậy khẳng định "Các mặt bên là hình chữ nhật" là sai.

Câu 2: Cho lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có hai đáy là các hình bình hành. Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của cạnh AD, BC, CC' (tham khảo hình vẽ). Xét các khẳng định sau:



- a) Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh $A'D'$.
- b) Mặt phẳng (MNP) cắt cạnh DD' tại trung điểm của DD' .
- c) Mặt phẳng (MNP) song song với mặt phẳng $(ABC'D')$.

Trong các khẳng định trên, số khẳng định đúng là:

- A. 4. **B. 3.** C. 2. D. 1.

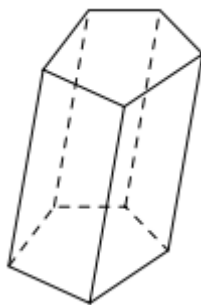
Lời giải

Mặt phẳng (MNP) cắt DD' tại trung điểm Q của DD' . Từ đó thấy rằng ba khẳng định trong đề bài đều đúng.

Câu 3: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau.
- B. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành bằng nhau.**
- C. Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.
- D. Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành.

Lời giải



Theo tính chất của hình lăng trụ thì

Hai đáy của hình lăng trụ là hai đa giác bằng nhau và nằm trên hai mặt phẳng song song nhau.

Các cạnh bên của hình lăng trụ bằng nhau và song song với nhau.

Các mặt bên của hình lăng trụ là các hình bình hành nhưng chưa chắc chúng bằng nhau.

Câu 4: Lăng trụ tam giác có bao nhiêu mặt?

A. 3.

B. 9.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Theo lý thuyết.

Câu 5: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi I, J, K lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC , ACC' , $A'B'C'$ như hình vẽ. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (IJK) ?

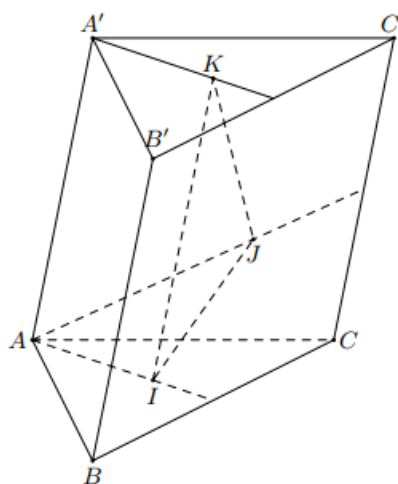
A. (ABB') .

B. (ACC') .

C. (ABC') .

D. $(BB'C')$.

Lời giải



Dựa vào quan hệ song song ta có $(IJK) // (BCC'B')$ suy ra $(IJK) // (BB'C')$.

Câu 6: Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G, G' lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và $A'B'C'$, M là điểm trên cạnh AC sao cho $AM = 2MC$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $GG' // (ABB'A')$.

B. $GG' // (ACC'A')$.

C. Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$.

D. $(MGG') // (BCC'B')$.

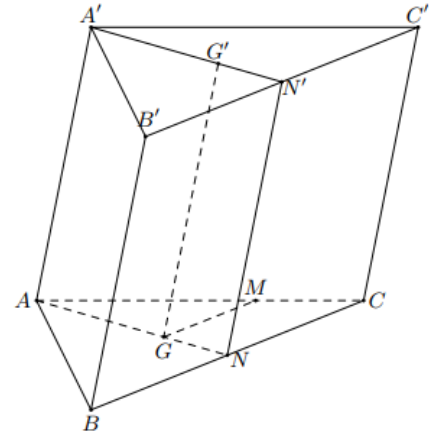
Lời giải

Ta có $GG' \parallel AA'$ và $MG \parallel BC$ nên $GG' \parallel (ACC'A')$ là mệnh đề đúng,

$GG' \parallel (ABB'A')$ là mệnh đề đúng,

$(MGG') \parallel (BCC'B')$ là mệnh đề đúng,

Đường thẳng MG' cắt mặt phẳng $(BCC'B')$ là mệnh đề sai.



Câu 7: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của $A'B'$. Mặt phẳng (IBD) cắt hình hộp theo thiết diện là hình gì?

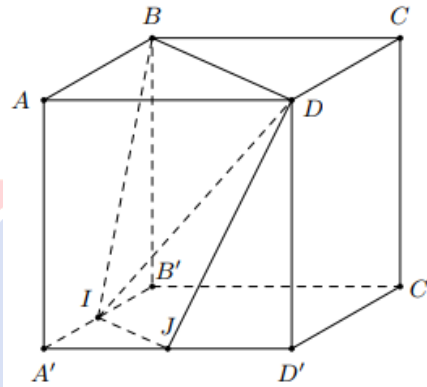
A. Hình thang.

B. Hình chữ nhật.

C. Tam giác.

D. Hình bình hành.

Lời giải



Gọi $J = A'D' \cap (IBD)$. Ta có thiết diện của mặt phẳng (IBD) và hình hộp là tứ giác $IJDB$.

Mặt khác $\begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (IBD) \cap (A'B'C'D') = IJ \Rightarrow IJ \parallel BD \Rightarrow IJDB \text{ là hình thang.} \\ (IBD) \cap (ABCD) = BD \end{cases}$

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I là trung điểm của AB . Mặt phẳng $(IB'D')$ cắt hình hộp theo thiết diện là

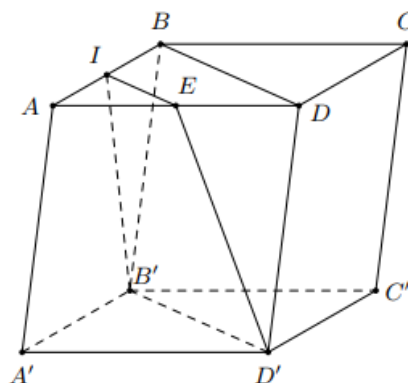
A. Tam giác.

B. Hình bình hành.

C. Hình chữ nhật.

D. Hình thang.

Lời giải



Ta có
$$\begin{cases} B'D' \subset (IB'D') \\ BD \subset (ABCD) \end{cases}$$
 nên giao tuyến của $(IB'D')$ với $(ABCD)$ là đường thẳng IE qua I và $BD \parallel B'D'$

song song với $BD (E \in AD)$.

Vì $IE \parallel B'D'$ nên thiết diện là hình thang $IED'B'$.

Câu 9: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bên AA', BB', CC', DD' . Khẳng định nào dưới đây sai?

- A. $A'B'CD$ là hình bình hành. B. $(AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$.
C. $(BA'D') \parallel (ADC')$. D. $BB'D'D$ là một tứ giác.

Lời giải

Ta có $BB'D'D$ là hình bình hành và $A'B' \parallel CD$ và $A'B' = CD$ (cùng song song và bằng AB) nên $A'B'CD$ là hình bình hành.

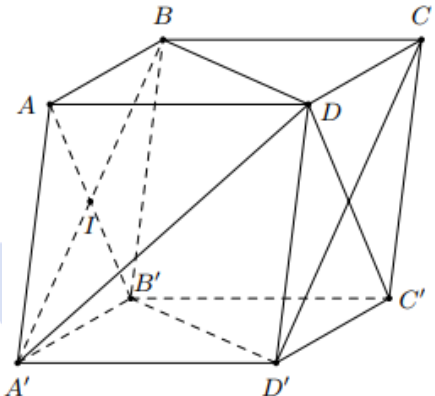
Ta

có

$$\begin{cases} AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (DD'C'C) \\ AA' \parallel DD' \Rightarrow AA' \parallel (DD'C'C) \end{cases} \Rightarrow (AA'B'B) \parallel (DD'C'C)$$

Ta có $(ADC') \equiv (ADC'B')$. Trong $(AA'B'B)$, gọi I là giao điểm của $A'B$ và AB' .

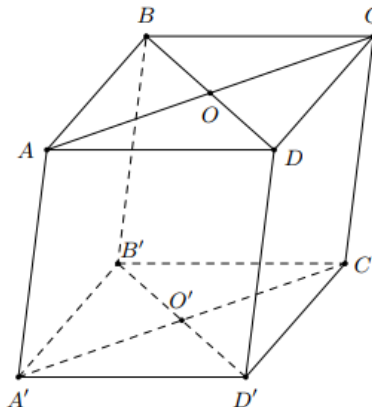
Khi đó I là điểm chung của $(BA'D')$ và (ADC') do đó $(BA'D')$ không song song với (ADC')



Câu 10: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(BA'D') \parallel (ADC')$. B. $(ABB') \parallel (CDD')$.
C. $(ABO') \parallel (OC'D')$. D. $(B'AC) \parallel (DA'C')$.

Lời giải

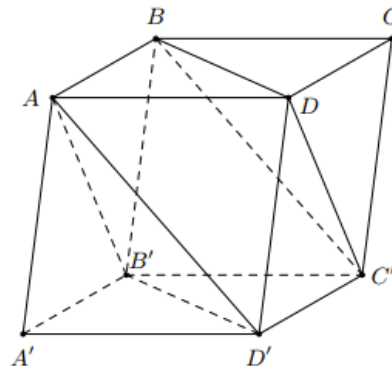


Ta có $(BA'D') \parallel (ADC')$ là mệnh đề sai.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (BDC') . B. (BCA') . C. (BDA') . D. $(A'C'C)$

Lời giải



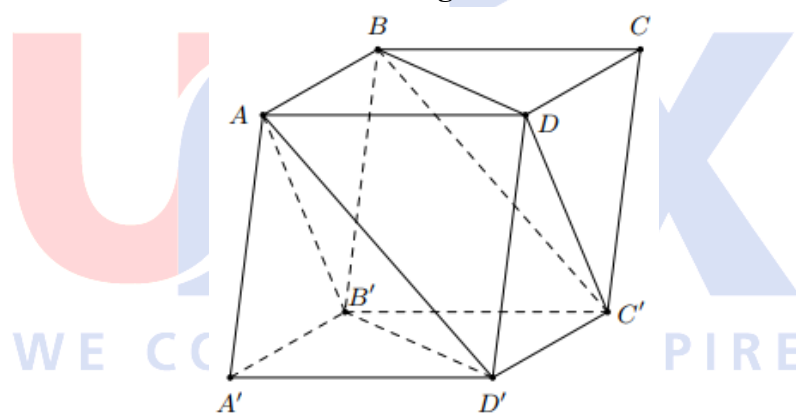
Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng (BDC') .

Thật vậy, ta có $AB' \parallel DC'$ và $AD' \parallel BC'$ có điều cần chứng minh.

Câu 12: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mặt phẳng $(AB'D')$ song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(BA'C')$. B. (ACD') . C. (BDA') . D. $(C'BD)$.

Lời giải



Ta có $BDB'D'$ là hình bình hành nên $BD \parallel B'D'$.

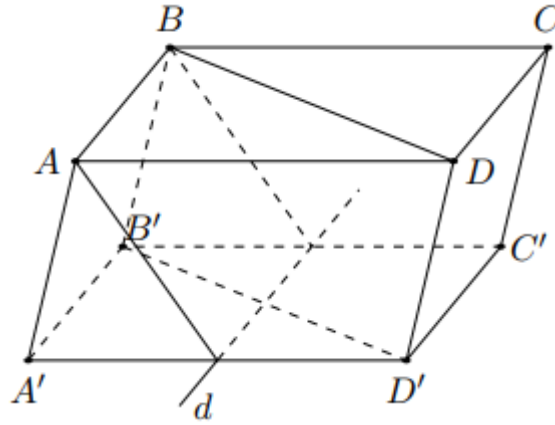
Tương tự ta có $AD' \parallel BC'$ nên từ đó suy ra $BD \parallel (AB'D')$ và $BC \parallel (AB'D')$.

Vậy $(AB'D') \parallel (C'BD)$.

Câu 13: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua một cạnh của hình hộp và cắt hình hộp theo thiết diện là một tứ giác T . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. T là hình thoi. B. T là hình chữ nhật.
C. T là hình vuông. D. T là hình bình hành.

Lời giải



Giả sử mặt phẳng (α) đi qua cạnh AB và cắt hình hộp theo tứ giác T . Gọi d là đường thẳng giao tuyến của (α) và mặt phẳng $(A'B'C'D')$. Ta chứng minh được $AB \parallel d$ suy ra tứ giác T là một hình bình hành.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hai điểm M, N lần lượt nằm trên hai cạnh AD, CC' sao cho $AM = \frac{1}{2}AD$, $CN = \frac{1}{2}CC'$. Thiết diện của hình hộp cắt bởi mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với mặt phẳng (ACB') là

- A. Hình lục giác. B. Hình tam giác. C. Hình tứ giác. D. Hình ngũ giác.

Lời giải

Gọi mặt phẳng chứa đường thẳng MN và song song với mặt phẳng (ACB') là (α) .

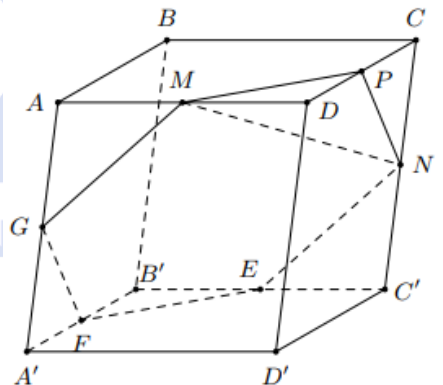
Giao tuyến của (α) với mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng qua M và song song với AC , đường thẳng này cắt CD tại P là trung điểm CD .

Giao tuyến của (α) với mặt phẳng $(BCC'B')$ là đường thẳng qua N và song song với $B'C$, đường thẳng này cắt $B'C'$ tại E là trung điểm $B'C'$.

Giao tuyến của (α) với mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là đường thẳng qua E và song song với $A'C'$, đường thẳng này cắt $A'B'$ tại F là trung điểm $A'B'$.

Giao tuyến của (α) với mặt phẳng $(ABB'A')$ là đường thẳng qua F và song song với AB' , đường thẳng này cắt AA' tại G là trung điểm AA' .

Do đó $MPNEFG$ là thiết diện cần tìm. Vậy thiết diện là một hình lục giác.



Câu 15: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

- A. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$. B. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$.
C. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$. D. $(AA'D'D) \parallel (BCC'B')$.

Lời giải

Ta thấy $\begin{cases} (ABCD) \parallel (A'B'C'D') \\ (AA'D'D) \parallel (BCC'B') \\ (ABB'A') \parallel (CDD'C') \end{cases}$ luôn đúng và hai mặt phẳng $(BDD'B'), (ACC'A')$ là cắt nhau.

Câu 16: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của AB , mặt phẳng $(MA'C')$ cắt cạnh BC tại N . Tính tỉ số $k = \frac{MN}{A'C'}$.

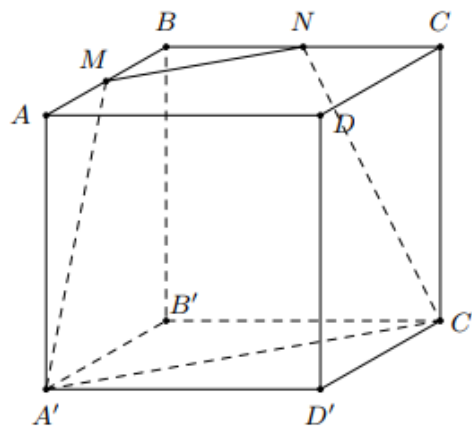
A. $k = \frac{1}{2}$.

B. $k = \frac{1}{3}$.

C. $k = \frac{2}{3}$.

D. $k = 1$.

Lời giải



Ba mặt phẳng phân biệt $(ABCD), (ACC'A'), (MA'C')$ đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến $AC, A'C'$ và MN . Theo tính chất hình hộp ta có $AC \parallel A'C'$ nên $MN \parallel AC \parallel A'C'$.

Lại có M là trung điểm của AB nên MN là đường trung bình trong tam giác ABC .

Vì vậy $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}A'C' \Rightarrow k = \frac{MN}{A'C'} = \frac{1}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và $A'B'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

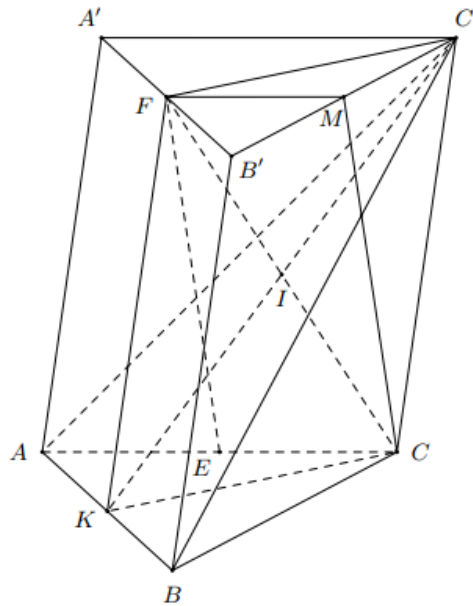
a) Nếu gọi M là trung điểm của $B'C'$ thì $FM = \frac{1}{2}A'C'$

b) $EF \parallel (BCC'B')$.

c) Nếu gọi K là trung điểm của AB thì tứ giác $CC'FK$ là hình thang vuông

b) Gọi $I = CF \cap (AC'B)$ thì khi đó I là trung điểm đoạn thẳng CF .

Lời giải



a) Đúng: Gọi M là trung điểm $B'C'$ ta có FM là đường trung bình của $\Delta A'B'C'$ nên FM song song và độ dài bằng nửa đoạn $A'C'$.

b) Đúng: Lại có E là trung điểm AC , AC song song và bằng $A'C'$ nên EC song song và độ dài bằng nửa $A'C'$.

Suy ra FM song song và bằng EC , nên $CEFM$ là hình bình hành.

Do đó EF song song với MC mà MC nằm trong $(BCC'B')$ nên EF song song với $(BCC'B')$

c) Sai: Gọi K là trung điểm AB , vì F là trung điểm $A'B'$ và $ABB'A'$ là hình bình hành nên FK song song và bằng AA' . Do đó FK song song và bằng CC' , suy ra $CC'FK$ là hình bình hành.

d) Đúng: Khi đó gọi I là giao điểm của CF và KC' thì I là trung điểm CF .

Mặt khác $KC' \subset (AC'B)$ nên điểm I xác định như trên chính là giao điểm của CF và $(AC'B)$ theo yêu cầu đề bài.

Câu 2: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G, G' lần lượt là giao điểm của BD' với các mặt phẳng (ACB') và $(A'C'D)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $(ACB') \parallel (A'C'D)$.

b) Điểm G và G' là giao điểm của BD' với các mặt phẳng (ACB') và $(A'C'D)$.

c) Hai điểm G, G' lần lượt là trọng tâm của hai tam giác ACB' và $A'C'D$.

d) $BG = GG' = D'G'$

Lời giải

a) Đúng: Ta có $ACC'A'$ là hình bình hành nên $AC \parallel A'C'$ mà $A'C' \subset (A'C'D) \Rightarrow AC \parallel (A'C'D)$

Lại có $A'B'CD$ là hình bình hành nên $B'C \parallel A'D$ mà $A'D \subset (A'C'D) \Rightarrow B'C \parallel (A'C'D)$.

Mặt khác: $AC, B'C \subset (ACB')$ và $AC, B'C$ cắt nhau $\Rightarrow (ACB') \parallel (A'C'D)$.

b) Đúng: Gọi O và O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$.

Trong $(BDD'B')$ gọi G là giao điểm của BD' với $B'O$ và DO' .

Do $B'O \subset (ACB'), DO' \subset (A'C'D)$ nên điểm G và G' xác định như trên chính là giao điểm của BD' với các mặt phẳng (ACB') và $(A'C'D)$.

c) Đúng: Gọi I là giao điểm của BD' và $B'D$. Vì $BDD'B'$ là hình bình hành nên I là trung điểm của BD' và $B'D$.

Xét $\triangle BDB'$ có $B'O$ và BI là trung tuyến nên G là trọng tâm $\triangle BDB' \Rightarrow B'G = \frac{2}{3}BO$.

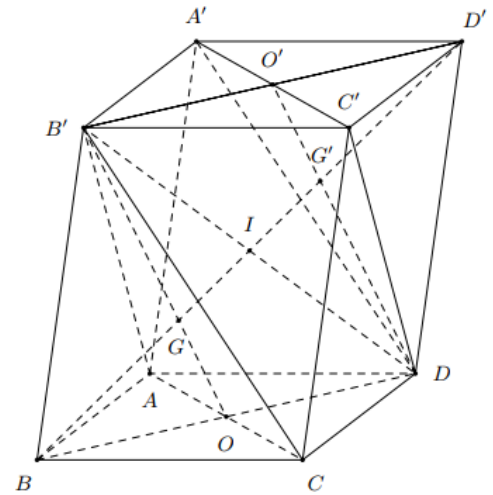
Xét $\triangle ACB'$ có $B'O$ là trung tuyến và $B'G = \frac{2}{3}BO$ suy ra G là trọng tâm $\triangle ACB'$.

Một cách tương tự ta cũng chứng minh được G là trọng tâm $\triangle BDD'$ và từ đó suy ra G là trọng tâm $\triangle A'C'D$.

d) Đúng: Xét $\triangle BDG'$ có O là trung điểm BD và $OG \parallel DG'$ nên G là trung điểm BG' .

Xét $\triangle B'D'G$ có O' là trung điểm $B'D'$ và $O'G' \parallel B'G$ nên G' là trung điểm $D'G$.

Từ đó suy ra $BG = GG' = D'G'$.



Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC, AA', C'D', AD'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $NQ \parallel A'D'$ và $NQ = \frac{1}{2}A'D'$

b) Tứ giác $MNQC$ là hình bình hành

c) $MN \parallel (ACD')$

d) $(MNP) \parallel (ACD')$

Lời giải

a) Đúng: Ta có NQ là đường trung bình của $\triangle AA'D'$

nên $NQ \parallel A'D'$ và $NQ = \frac{1}{2} A'D'$.

b) Đúng: Ta có M là trung điểm BC , BC lại song song và bằng $A'D'$ nên MC song song và độ dài bằng nửa $A'D'$. Kết hợp với kết quả câu (1) suy ra MC song song và bằng NQ .

Do đó $MNQC$ là hình bình hành.

c) Đúng: Do $MNQC$ là hình bình hành nên MN song song với QC mà QC nằm trong (ACD') nên MN song song với (ACD') .

d) Đúng: Trước tiên ta sẽ chứng minh $MOD'P$ là hình bình hành. Thật vậy gọi O là trung điểm AC thì suy ra MO là đường trung bình của $\triangle ABC$.

Do đó OM song song và có độ dài bằng nửa đoạn AB .

Lại có P là trung điểm $C'D'$ mà $C'D'$ song song và bằng AB nên PD' song song và độ dài bằng nửa đoạn AB .

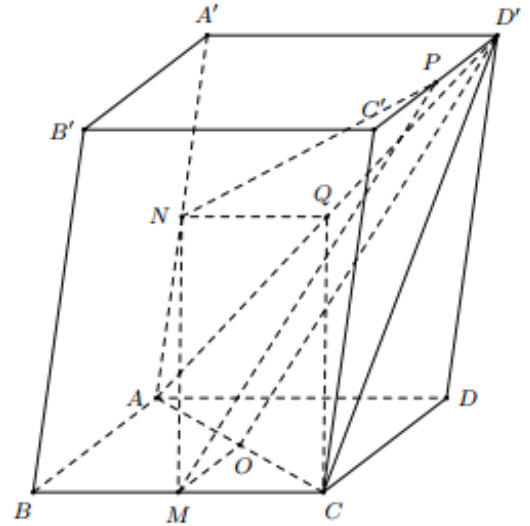
Suy ra OM song song và bằng PD' do đó $MOD'P$ là hình bình hành.

Từ đó ta có MP song song với $D'O$ mà $D'O \subset (ACD')$ nên MP song song với (ACD') .

Ta đã chứng minh được MN song song (ACD') .

Mặt khác MP, MN nằm trong (MNP) và MP, MN cắt nhau.

Vậy (MNP) song song với (ACD') .



Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm của $\triangle B'D'A$ và $\triangle BDC'$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

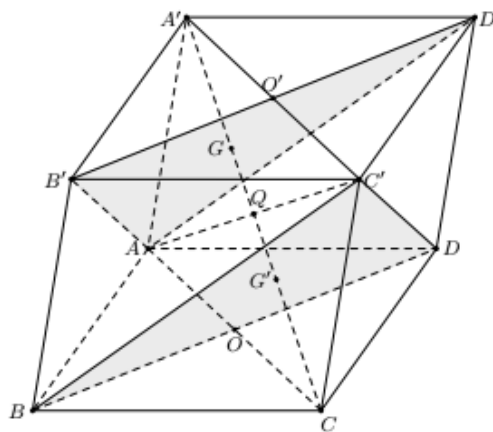
a) Đường thẳng $A'Q$ đi qua trọng tâm của tam giác $\triangle BDC'$

b) Đường thẳng CQ đi qua trọng tâm của tam giác $\triangle B'D'A$

c) $\frac{CG'}{CQ} = \frac{2}{3}$

d) $A'G = GG' = G'C = \frac{1}{3} A'C$

Lời giải



a) Sai: Gọi O, O' và Q lần lượt là tâm các hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$ và $AA'C'C$

Vì G là trọng tâm tam giác $AB'D' \Rightarrow A'Q$ đi qua G

b) Sai: Vì G' là trọng tâm tam giác $BDC' \Rightarrow CQ$ đi qua G'

Do đó $A'C$ qua G và G'

c) Đúng: Lại có: $\frac{A'G}{A'Q} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{A'G}{A'C} = \frac{1}{3} \Rightarrow A'G = \frac{1}{3}A'C; \Rightarrow \frac{CG'}{A'C} = \frac{1}{3} \Rightarrow CG' = \frac{1}{3}A'C$

-----HẾT-----

