

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

DẠNG 1. BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VỀ VECTO

Câu 1: Một trò chơi trên máy tính đang mô phỏng một vùng biển có hai hòn đảo nhỏ có tọa độ $B(50;30)$ và $C(32;-32)$. Một con tàu đang neo đậu tại điểm $A(-10;20)$. Cho biết một đơn vị trên hệ trục tọa độ tương ứng với $1km$. Tính khoảng cách từ con tàu đến mỗi hòn đảo.

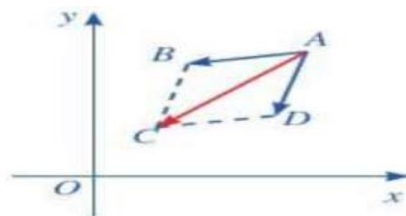


Lời giải

Vì con tàu đang neo đậu tại điểm $A(-10;20)$ và hòn đảo có tọa độ $B(50;30)$ nên khoảng cách từ con tàu đến hòn đảo B là $AB = \sqrt{(50+10)^2 + (30-20)^2} = \sqrt{3700} \approx 60,83(km)$.

Vì con tàu đang neo đậu tại điểm $A(-10;20)$ và hòn đảo $C(32;-23)$ nên khoảng cách từ con tàu đến hòn đảo C là $AC = \sqrt{(32+10)^2 + (-23-20)^2} = \sqrt{3613} \approx 60,1(km)$.

Câu 2: Hai máy tời kéo tàu biển được đặt ở hai vị trí B và D dọc theo kênh đào được minh họa ở hình dưới đây. Hai máy tời đó kéo một con tàu từ vị trí A hướng đến vị trí C . Biết tọa độ các điểm $A(\frac{13}{2};8); B(3;7); D(6;4)$. Tìm tọa độ điểm C .



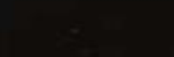
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(-\frac{7}{2}; -1\right), \overrightarrow{AD} = \left(-\frac{1}{2}; -4\right)$. Mặt khác tàu di chuyển từ A đến C nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

, suy ra $\overrightarrow{AC} = \left(-4; -5\right)$. Gọi điểm $C(x;y)$, ta có $\overrightarrow{AC} = \left(x - \frac{13}{2}; y - 8\right)$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x - \frac{13}{2} = -4 \\ y - 8 = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = 3 \end{cases}. \text{ Vậy tàu sau khi được kéo sẽ di chuyển đến vị trí điểm } C\left(\frac{5}{2}; 3\right).$$

A satellite with a gold-colored body and a long, thin solar panel is shown in orbit above the Earth's horizon. The satellite is oriented towards the viewer, and the Earth's surface with clouds is visible below.

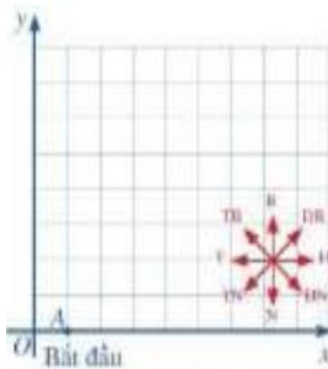
Ảnh: Vệ tinh GPS đang bay trên quỹ đạo quanh Trái Đất.
(Nguồn: <http://commons.wikimedia.org>)

Gọi tọa độ điểm $M(x; y; z)$. Theo giả thiết, ta có $MA=3, MB=5, MC=9, MD=10$ nên ta có

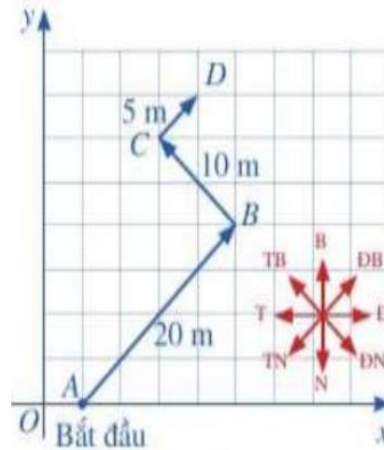
$$\begin{cases} MA^2 = 3^2 \\ MB^2 = 5^2 \\ MC^2 = 9^2 \\ MD^2 = 10^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 9 \\ (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 25 \\ (x+2)^2 + (y-8)^2 + (z-9)^2 = 81 \\ (x+7)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+5y+2z=19 \\ x-2y-2z=-9 \\ 7x+2y+8z=35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=3 \end{cases}$$

WE COACH. WE INSPIRE

Câu 4: Trong một bài luyện tập của các cầu thủ bóng nước, huấn luyện viên cho các cầu thủ di chuyển theo ba đoạn liên tiếp. Đoạn thứ nhất di chuyển về hướng Đông Bắc với quãng đường là $20m$; đoạn thứ hai di chuyển về hướng tây Bắc với quãng đường là $10m$ và đoạn thứ ba di chuyển theo hướng Đông Bắc với quãng đường $5m$.



- ## Lời giải



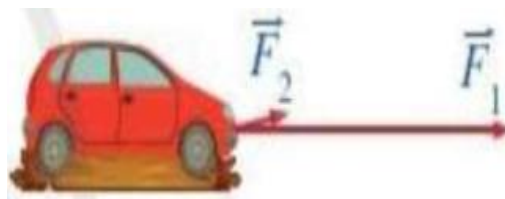
a. Từ hình vẽ ta thấy các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$ lần lượt biểu diễn sự di chuyển theo đoạn thứ nhất, đoạn thứ hai, đoạn thứ ba của các cầu thủ.

b. Do độ dài đường chéo của mỗi ô vuông là $5m$ nên độ dài của mỗi ô vuông là $\frac{5\sqrt{2}}{2}m$. Dựa

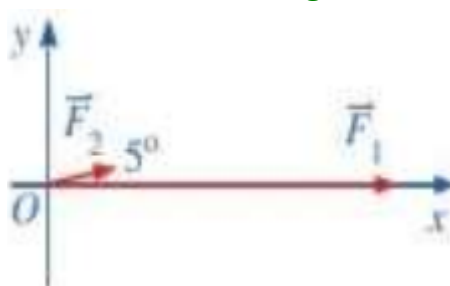
vào hình vẽ ta có $A\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; 0\right); B\left(\frac{25\sqrt{2}}{2}; 10\sqrt{2}\right); C\left(\frac{15\sqrt{2}}{2}; 15\sqrt{2}\right); D\left(10\sqrt{2}; \frac{35\sqrt{2}}{2}\right)$. Từ đó tìm được

$$\overrightarrow{AB} = (10\sqrt{2}; 10\sqrt{2}), \overrightarrow{BC} = (-5\sqrt{2}; 5\sqrt{2}), \overrightarrow{CD} = \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}; \frac{5\sqrt{2}}{2}\right)$$

Câu 5: Một chiếc xe ô tô con bị mắc kẹt trong bùn lầy. Để kéo xe ra, người ta dùng xe tải kéo bằng cách gắn một đầu dây cáp kéo xe vào đầu xe ô tô con và móc đầu còn lại vào phía sau của xe tải. Khi kéo, xe tải tạo ra một lực $\vec{F}_1$ có độ lớn (cường độ) là $2000N$ theo phương ngang lên xe ô tô con. Ngoài ra, có thêm một người đẩy phía sau ô tô con, tạo ra lực $\vec{F}_2$ có độ lớn là $300N$ lên xe. Các lực này đều được biểu diễn bằng vectơ (như hình vẽ) sao cho $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 5^\circ$. Độ lớn tổng lực tổng hợp lên xe ô tô con là bao nhiêu Newton (làm tròn đến kết quả hàng đơn vị)?



Lời giải



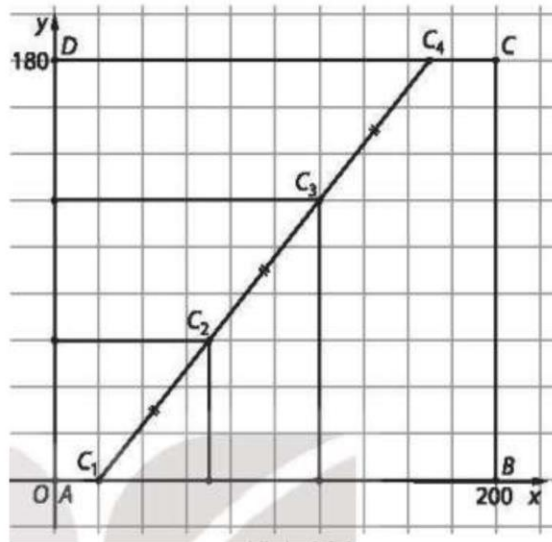
Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên, mỗi đơn vị trên trục ứng với $1N$. Ta có $\vec{F}_1 = (2000; 0)$, $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 5^\circ$ nên tọa độ $\vec{F}_2 = (300\cos 5^\circ; 300\sin 5^\circ)$. Do đó, lực $\vec{F}$ tổng hợp các lực tác động lên xe ô tô con có tọa độ là

$$|\vec{F}| = \sqrt{(2000 + 300\cos 5^\circ)^2 + (300\sin 5^\circ)^2} \approx 2299N$$

A diagram of a bracket attached to a vertical wall. Three forces are applied to the bracket: $\vec{F}_1$ is a horizontal force pointing to the right, $\vec{F}_2$ is a force pointing up and to the right at an angle of 30° from the horizontal, and $\vec{F}_3$ is a force pointing down and to the right at an angle of 45° from the horizontal.

hợp là $|\vec{F}| = \sqrt{(1500 + 300\sqrt{3} + 400\sqrt{2})^2 + (300 - 400\sqrt{2})^2} \approx 2599 \text{ N}.$

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho $A(0;0), B(200;0), C(200;180), D(0;180)$.

Gọi vị trí các cột điện được trông là C_1, C_2, C_3, C_4 (tham khảo hình vẽ bên). Do C_1 thuộc cạnh AB và $AC_1 = 20$ nên $C_1(20;0)$. Tiếp tục C_4 thuộc cạnh CD và $C_4C = 30$ nên $C_4(170;180)$.

Khi đó $\overrightarrow{C_1C_4}(150;180)$. Do 4 cột điện C_1, C_2, C_3, C_4 được trông liên tiếp nhau trên một đường thẳng nên $\overrightarrow{C_1C_2} = \frac{1}{3}\overrightarrow{C_1C_4}$ và $\overrightarrow{C_1C_3} = \frac{2}{3}\overrightarrow{C_1C_4}$. Gọi tọa độ $C_2(x; y)$. Khi đó $\overrightarrow{C_1C_2} = (x - 20; y)$.

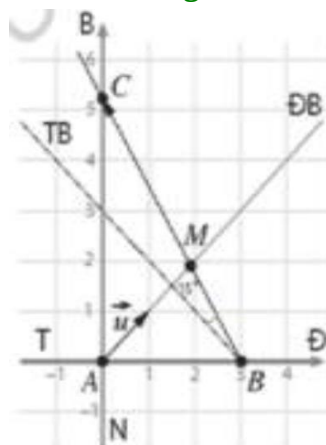
Mặt khác, do $\frac{1}{3}\overrightarrow{C_1C_4}(50;60)$ nên ta có hệ phương trình $\begin{cases} x - 20 = 50 \\ y = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 70 \\ y = 60 \end{cases}$. Vậy tọa độ điểm $C_2(70;60)$.

Vậy $d(C_2; AB) = d(C_2; Ox) = 60(m)$ và $d(C_2; AD) = d(C_2; Oy) = 70(m)$

Tương tự ta tính được $d(C_3; AB) = 120(m)$ và $d(C_3; AD) = 120(m)$.

Câu 8: Một cuộc thi truy tìm kho báu có hai đội A và B tham gia. Bản đồ họ được giao có đơn vị là 1km. Đội A xuất phát từ điểm A và đi theo hướng Đông-Bắc (ĐB), đội B xuất phát từ điểm B và di chuyển theo hướng chệch về hướng bắc 15° so với hướng Tây-Bắc (TB). Ban tổ chức cho biết kho báu nằm ở giao điểm của hai đường đi của hai đội. Do độ dài đường đi và tốc độ khác nhau nên cơ hội hai đội gặp nhau là rất thấp. Vì vậy để tìm được kho báu, các đội phải tự xác định được tọa độ của nó. Em hãy tư vấn giúp các đội tìm tọa độ của điểm M (vị trí của kho báu).

Lời giải



Thời gian chạy trên cung E F hết 36 giây nên chu kì chuyển động là $T = 144$ giây.

Gọi ω là vận tốc góc, khi đó $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{144} = \frac{\pi}{72}$.

Độ lớn của gia tốc là $a = R \cdot \omega^2 = \frac{576}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{72}\right)^2 = \frac{\pi}{9} \Rightarrow a = \frac{\pi^2}{5184} OM \Rightarrow \vec{a} = \frac{\pi^2}{5184} \vec{MO}$.

Mặt khác điểm M nằm chính giữa cung E F nên tìm được $M\left(\frac{576}{\sqrt{2}\pi}; \frac{576}{\sqrt{2}\pi}\right)$.

Vậy tọa độ của vectơ gia tốc hướng tâm cần tìm là $\vec{a} = \frac{\pi^2}{5184} \vec{MO} = \left(-\frac{\sqrt{2}\pi}{18}; -\frac{\sqrt{2}\pi}{18}\right)$.



$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases}$$

- ## Lời giải

- $$\text{Ta có: } \begin{cases} 16,1 = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ 108,2 = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{4}{3}$$

$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40} \cdot 1 = 17,375 \\ y = 105,8 + \frac{9}{5} \cdot 1 = 107,6 \end{cases}$$

- Viết phương trình các đường thẳng AB, AC, BC .
- Tính góc hợp bởi hai đường thẳng AB và AC .
- Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng BC .

Lời giải

- Phương trình đường thẳng BC đi qua điểm $B(9;6)$ và nhận $\vec{n}_3 = (9;-4)$ là vectơ pháp tuyến là: $9(x-9)-4(y-6)=0 \Leftrightarrow 9x-4y-57=0$

$$\text{c. } d(A; BC) = \frac{|9(-1) - 4.1 - 57|}{\sqrt{9^2 + (-4)^2}} = \frac{70}{\sqrt{97}}$$

The diagram shows a trapezoidal room with a slanted roof. The left vertical wall is labeled 250 cm. The right vertical wall is labeled 150 cm. The bottom horizontal floor is labeled 150 cm. A rectangular refrigerator, labeled 'tủ lạnh', is placed against the left wall. The top of the refrigerator is aligned with the 150 cm height of the right wall.

Do $183\text{cm} < 190\text{cm}$ nên bố mẹ bạn Nam có thể kê chiếc tủ lạnh có bề ngang là 90cm và chiều cao 183cm .

Lời giải

đường thẳng Δ . Ta có: $d(S, \Delta) = \frac{|12.5 + 5.1 - 20|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{45}{13} \approx 3,46(km)$.

Lời giải

$T(2;3)$ đến đường thẳng $\Delta: 6x+8y-5=0$. Ta có $d(T, \Delta) = \frac{|6.2+8.3-5|}{\sqrt{6^2+8^2}} = \frac{31}{10} = 3,1(\text{km})$.

- Viết phương trình của đường thẳng Δ .
- Giao điểm của đường thẳng Δ và trục tung trong tình huống này có ý nghĩa gì?
- Tính tổng chi phí lắp đặt và sử dụng Internet trong 12 tháng đầu tiên.

Lời giải

- a. Đường thẳng Δ đi qua 2 điểm $A(0;5), B(5;20)$ nên Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_{\Delta} = \overrightarrow{AB}(5;15)$. Khi đó Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{\Delta}(15;-5)$ nên có phương trình tổng quát là $\Delta: 15(x-0) - 5(y-5) = 0 \Leftrightarrow 3x - y + 5 = 0 \Leftrightarrow y = 3x + 5$.

- b. Giao điểm của đường thẳng Δ với trục Oy ứng với $x=0$. Thời điểm $x=0$ cho biết mức phí ban đầu lắp đặt để sử dụng Internet.

Khi $x=0$ thì $y=5$, vì vậy chi phí lắp đặt ban đầu là 500000 đồng.

- c. Trong 12 tháng đầu tiên ứng với $x=12$. Do đó $y=3.12+5=41$.

Vây tổng chi phí lắp đặt và sử dụng Internet trong 12 tháng đầu tiên là 4100000 đồng.

Câu 20: Có hai con tàu A và B cùng xuất phát từ hai bến, chuyển động đều hướng theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra đa của trạm điều khiển (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với

đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), sau khi xuất phát t giờ ($t \geq 0$), vị trí của tàu A có tọa

độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 35t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$, vị trí của tàu B có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$.

- Tính cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu A và B .
- Sau bao lâu kể từ thời điểm xuất phát hai tàu gần nhau nhất?
- Nếu tàu A đứng yên ở vị trí ban đầu, tàu B chạy thì khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu?

Lời giải

a. Đường đi của tàu A là đường thẳng d_1 có phương trình tham số $\begin{cases} x = 3 - 35t \\ y = -4 + 25t \end{cases} (t \geq 0)$. Đường

đi của tàu B là đường thẳng d_2 có phương trình tham số $\begin{cases} x = 4 - 30t \\ y = 3 - 40t \end{cases} (t \geq 0)$.

Khi đó, đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_1(-35; 25)$ và đường thẳng d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2(-30; -40)$. Vậy cosin góc giữa hai đường đi của hai tàu A và B là

$$\cos \varphi = \left| \cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2) \right| = \frac{|\vec{u}_1 \cdot \vec{u}_2|}{|\vec{u}_1| \cdot |\vec{u}_2|} = \frac{|(-35)(-30) + 25(-40)|}{\sqrt{(-35)^2 + 25^2} \sqrt{(-30)^2 + (-40)^2}} = \frac{1}{5\sqrt{74}}.$$

b. Vị trí của tàu A tại thời điểm sau khi xuất phát được t giờ ($t \geq 0$) là điểm E có tọa độ là $(3 - 35t; -4 + 25t)$. Vị trí của tàu B tại thời điểm sau khi xuất phát được t giờ ($t \geq 0$) là điểm F có tọa độ là $(4 - 30t; 3 - 40t)$. Khi đó $\overrightarrow{MN}(1 + 5t; 7 - 65t), (t \geq 0)$ suy ra khoảng cách giữa hai tàu A và B sau t giờ là

$$EF = \sqrt{(1 + 5t)^2 + (7 - 65t)^2}.$$

$$EF = \sqrt{4250t^2 - 900t + 50} = \sqrt{4250\left(t - \frac{9}{85}\right)^2 + \frac{40}{17}} \geq \sqrt{\frac{40}{17}} \approx 1,53(\text{km}).$$

Kết luận: Vậy sau $\frac{9}{85}$ giờ kể từ thời điểm xuất phát thì hai tàu A và B gần nhau nhất và cách nhau một khoảng $1,53(\text{km})$.

c. Với $t = 0$ thì tàu A đang ở vị trí ban đầu có tọa độ là $A(3; -4)$. Tàu B chạy theo quỹ đạo là một đường thẳng có phương trình tổng quát là $\Delta: 4x - 3y - 7 = 0$. Khi tàu B ở vị trí hình chiếu vuông góc của điểm A trên đường thẳng Δ thì khoảng cách giữa hai tàu là gần nhau nhất và khoảng cách đó là $d(A; \Delta) = \frac{|4 \cdot 3 - 3(-4) - 7|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{17}{5} = 3,4 (\text{km})$.

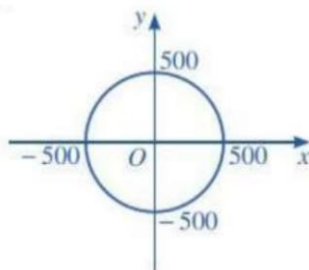
Câu 21: Một chiếc phi cơ bắt đầu chạy trên đường băng 300m rồi cất cánh, độ cao của nó tăng với vận tốc 14m/s , còn khoảng cách trên mặt đất tăng với vận tốc 64m/s . Chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ đặt ở vị trí ban đầu của máy bay, trục hoành thể hiện sự di chuyển trên mặt đất, trục tung thể hiện độ cao của phi cơ; gốc thời gian tính tại thời điểm phi cơ cất cánh.



- ## Lời giải

Kết luận: Vây sau 15 giây cất cánh, phi cơ đang ở vị trí có tọa độ là (1260m;210m).

có tọa độ như sau:
$$\begin{cases} x = \frac{1600}{3} - \frac{1400}{3}t \\ y = \frac{1900}{3} - \frac{1400}{3}t \end{cases}$$



- Tìm vị trí của máy bay lúc 14 giờ 30 phút. Thời điểm này máy bay đã xuất hiện trên màn hình ra-đa chưa?
- Lúc mấy giờ máy bay gần đài kiểm soát không lưu nhất? Tính khoảng cách giữa máy bay và đài kiểm soát không lưu lúc đó.
- Máy bay ra khỏi màn hình ra-đa vào thời gian nào?

Lời giải

$$\begin{cases} x = \frac{1600}{3} - \frac{1400}{3}t \\ y = \frac{1900}{3} - \frac{1400}{3}t \end{cases} \text{ ta được } \begin{cases} x = \frac{1600}{3} - \frac{1400}{3}.0,5 \\ y = \frac{1900}{3} - \frac{1400}{3}.0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 300 \\ y = 400 \end{cases}. \text{ Vậy } M(300; 400).$$
$$d = OM = \sqrt{\left(\frac{1600}{3} - \frac{1400}{3}t\right)^2 + \left(\frac{1900}{3} - \frac{1400}{3}t\right)^2} = \frac{100}{3}\sqrt{392t^2 - 980t + 617}.$$
$$\Leftrightarrow \frac{100}{3} \sqrt{392t^2 - 980t + 617} > 500 \Leftrightarrow 392t^2 - 980t + 392 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t < \frac{1}{2} \\ t > 2 \end{cases}$$

được tính theo công thức
$$\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ y = 105,8 + \frac{9}{5}t. \end{cases}$$



15 | **Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số**

$$\text{bay Đà Nẵng thì } t \text{ phải thỏa mãn các điều kiện } \begin{cases} 16,1 = 21,2 - \frac{153}{40}t \\ 108,2 = 105,8 + \frac{9}{5}t \end{cases} \Leftrightarrow t = \frac{4}{3} \approx 1,33 \text{ giờ.}$$

b. Thay $t=1$ vào hệ phương trình $\begin{cases} x = 21,2 - \frac{153}{40} \\ y = 105,8 + \frac{9}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{139}{8} \approx 17,4 \\ y = \frac{538}{5} \approx 107,6 \end{cases}$.

Câu 24: Hai đơn vị nhiệt độ thường dùng là C (Celsius) và độ F (Fahtenheit). Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, nếu biểu diễn độ C trên trục Ox và độ F trên trục Oy thì liên hệ của giữa hai nhiệt độ này được biểu diễn một đường thẳng. Biết $0^{\circ}C$ tương ứng $32^{\circ}F$ và $100^{\circ}C$ tương ứng $212^{\circ}F$.



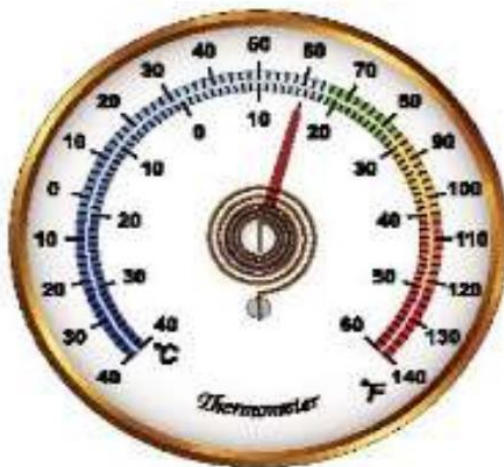
b. Dùng kết quả trên, tìm các nhiệt độ tính bằng độ F tương ứng với $-20^{\circ}\text{C}, 37^{\circ}\text{C}, 1000^{\circ}\text{C}$.

a. Gọi Δ là đường thẳng biểu diễn liên hệ giữa độ C và độ F . Vì $0^\circ C$ tương ứng $32^\circ F$ và $100^\circ C$ tương ứng $212^\circ F$ nên đường thẳng Δ đi qua các điểm $A(0;32), B(100;212)$. Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u}_\Delta = \overrightarrow{AB}(100;180)$ nên Δ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\Delta(9;-5)$. Phương trình tổng quát của $\Delta: 9(x-0)-5(y-32)=0 \Leftrightarrow 9x-5y+160=0$.

b. Ở nhiệt độ $x = -20^{\circ}\text{C}$ thì tương ứng với $y = \frac{9}{5} \cdot (-20) + 32 = -4^{\circ}\text{F}$.

Ở nhiệt độ $x = 37^{\circ}\text{C}$ thì tương ứng với $y = \frac{9}{5} \cdot 37 + 32 = 98,6^{\circ}\text{F}$.

Câu 25: Việc quy đổi nhiệt độ giữa đơn vị độ C (Anders Celsius, 1701-1744) và đơn vị độ F (Daniel Fahrenheit, 1686-1736) được xác định bởi hai mốc sau: Nước đóng băng ở $0^{\circ}C, 32^{\circ}F$; Nước sôi ở $100^{\circ}C, 212^{\circ}F$. Trong quy đổi đó, nếu $a^{\circ}C$ tương ứng với $b^{\circ}F$ thì trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm $M(a;b)$ thuộc đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;32)$ và $B(100;212)$. Hỏi $0^{\circ}F, 100^{\circ}F$ tương ứng với bao nhiêu độ C ?

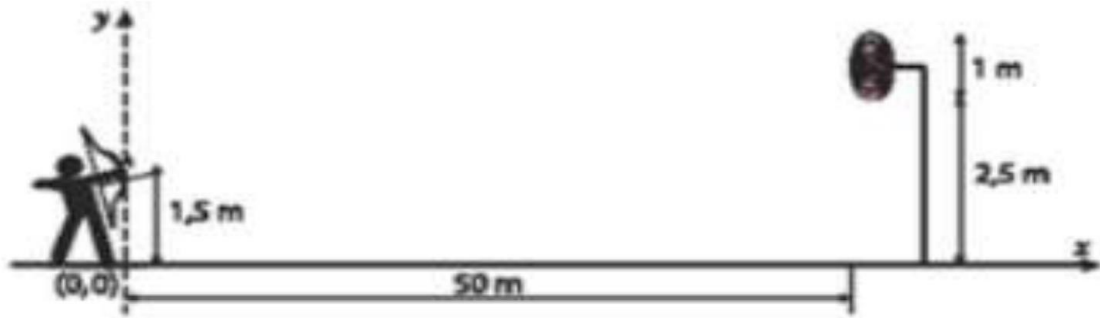


Lời giải

các điểm $A(0;32), B(100;212)$. Khi đó ta có hệ:
$$\begin{cases} 100a + b = 212 \\ b = 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{5} \\ b = 32 \end{cases}$$

$$0 = \frac{9}{5}x + 32 \Leftrightarrow x = -\frac{160}{9}. \text{ Vậy ở nhiệt độ } 0^{\circ}F \text{ thì tương ứng với } -\frac{160}{9}^{\circ}C.$$
$$100 = \frac{9}{5}x + 32 \Leftrightarrow x = \frac{340}{9}. \text{ Vậy ở nhiệt độ } 100^\circ F \text{ thì tương ứng với } \frac{340^\circ}{9} C.$$

Câu 26: Một xạ thủ bắn cung bắn một mục tiêu ở cách vị trí anh ta đứng $50m$. Mục tiêu là hình tròn có đường kính bằng $1m$ và vị trí thấp nhất của nó cách mặt đất $2,5m$.



Mũi tên xuất phát từ khoảng cách 1,5m tính từ mặt đất. Lực bắn của xạ thủ rất mạnh nên mũi tên bay theo quỹ đạo là một đường thẳng. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

a. Viết phương trình tổng quát của quỹ đạo d_1 của mũi tên khi mũi tên trúng vị trí thấp nhất của mục tiêu.

b. Nếu xạ thủ nâng vị trí xuất phát của mũi tên thành 1,7m tính từ mặt đất và mũi tên trúng tâm của mục tiêu, hãy viết phương trình tổng quát của quỹ đạo d_2 của mũi tên trong trường hợp này và cho biết vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

c. Nếu $y = ax + b$ là phương trình quỹ đạo trong trường hợp vị trí xuất phát của mũi tên cách mặt đất 1,5m, hãy xác định b và điều kiện của a để xạ thủ bắn trúng mục tiêu

Lời giải

a. Vì mũi tên xuất phát từ khoảng cách 1,5m so với mặt đất nên mũi tên đi qua điểm $A(0; 1,5)$. Hơn nữa mũi tên trúng vị trí thấp nhất của mục tiêu (vị trí cách mặt đất 2,5 m) đồng thời mục tiêu cách xạ thủ 50 m nên mũi tên đi qua điểm thứ hai $B(50; 2,5)$.

Khi đó đường thẳng d_1 đi qua hai điểm $A(0; 1,5)$ và $B(50; 2,5)$ nên có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB} = (50; 1)$, suy ra d_1 có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_1 = (1; -50)$.

Vậy đường thẳng d_1 có phương trình là $1(x-0) - 50(y-1,5) = 0 \Leftrightarrow x - 50y + 75 = 0$.

b. Nếu xạ thủ nâng vị trí xuất phát của mũi tên thành 1,7m tính từ mặt đất thì mũi tên xuất phát từ điểm $C(0; 1,7)$, đồng thời mũi tên trúng tâm mục tiêu nên mũi tên đi qua điểm $D(50; 3)$. Khi đó đường thẳng d_2 đi qua hai điểm $C(0; 1,7)$ và $D(50; 3)$ nên có một vectơ chỉ phương $\overrightarrow{CD} = (50; 1,3)$, suy ra d_2 có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_2 = (1,3; -50)$.

Vậy đường thẳng d_2 có phương trình là $1,3(x-0) - 50(y-1,7) = 0 \Leftrightarrow 1,3x - 50y + 85 = 0$.

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng d_1 và d_2 là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x - 50y + 75 = 0 \\ 1,3x - 50y + 85 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{100}{3} \\ y = \frac{5}{6} \end{cases}. \text{ Vậy } d_1 \text{ và } d_2 \text{ cắt nhau tại điểm } K\left(-\frac{100}{3}; \frac{5}{6}\right).$$

c. Để xạ thủ bắn trúng mục tiêu thì mũi tên phải đi qua điểm $E(50; m)$, với $2,5 \leq m \leq 3,5$. Hơn nữa vị trí xuất phát của mũi tên cách mặt đất 1,5m nên mũi tên đi qua điểm $A(0; 1,5)$. Vậy đường thẳng $y = ax + b$ đi qua hai điểm $A(0; 1,5)$ và $E(50; m)$, ta có hệ

$$\text{phương trình } \begin{cases} m = 50a + b \\ b = 1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 50a + 1,5 \\ b = 1,5 \end{cases}$$

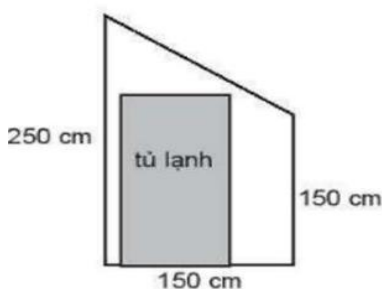
Do $2,5 \leq m \leq 3,5$ nên ta có $2,5 \leq 50a + 1,5 \leq 3,5 \Leftrightarrow \frac{1}{50} \leq a \leq \frac{1}{25}$.

a. Viết phương trình tham số và phương trình tổng quát của đường thẳng Δ .

19 | **Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số**

đã đi bộ bằng $d(N, AB) + d(T, BC) = \frac{|5.4 + 4.2 - 20|}{\sqrt{5^2 + 4^2}} + \frac{|5.(-4) - 3.2 + 15|}{\sqrt{5^2 + (-3)^2}} \approx 3,14$ đơn vị.

Câu 29: Nhà bạn Nam định đổi tủ lạnh và dự định kê vào vị trí dưới cầu thang. Biết vị trí định kê tủ lạnh có mặt cắt là một hình thang vuông với hai đáy lần lượt là $150cm$ và $250cm$, chiều cao là $150cm$ như hình vẽ bên. Bố mẹ bạn Nam định mua một tủ lạnh 2 cánh (Side by side) có chiều cao là $183cm$ và bề ngang là $90cm$. Bằng cách sử dụng hệ tọa độ trong mặt phẳng, em có thể giúp bạn Nam kê vừa chiếc tủ lạnh vào vị trí cần kê hay không?



Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ. Khi đó để tận dụng tối đa chiều cao có thể khi kê tủ lạnh thì bố mẹ bạn Nam sẽ kê tủ sát vào trục Oy. Do đó để kê được một chiếc tủ lạnh 2 cánh với bề ngang $90cm$ thì chiều cao của tủ phải nhỏ hơn tung độ của điểm E thuộc đường thẳng BC với hoành độ điểm E bằng 90 .

Vậy đường thẳng BC có vecto pháp tuyến là

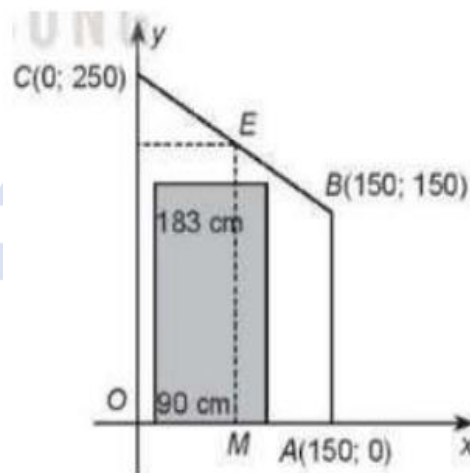
$\vec{n} = (100; 150)$. Khi đó phương trình tổng quát của

đường thẳng BC là

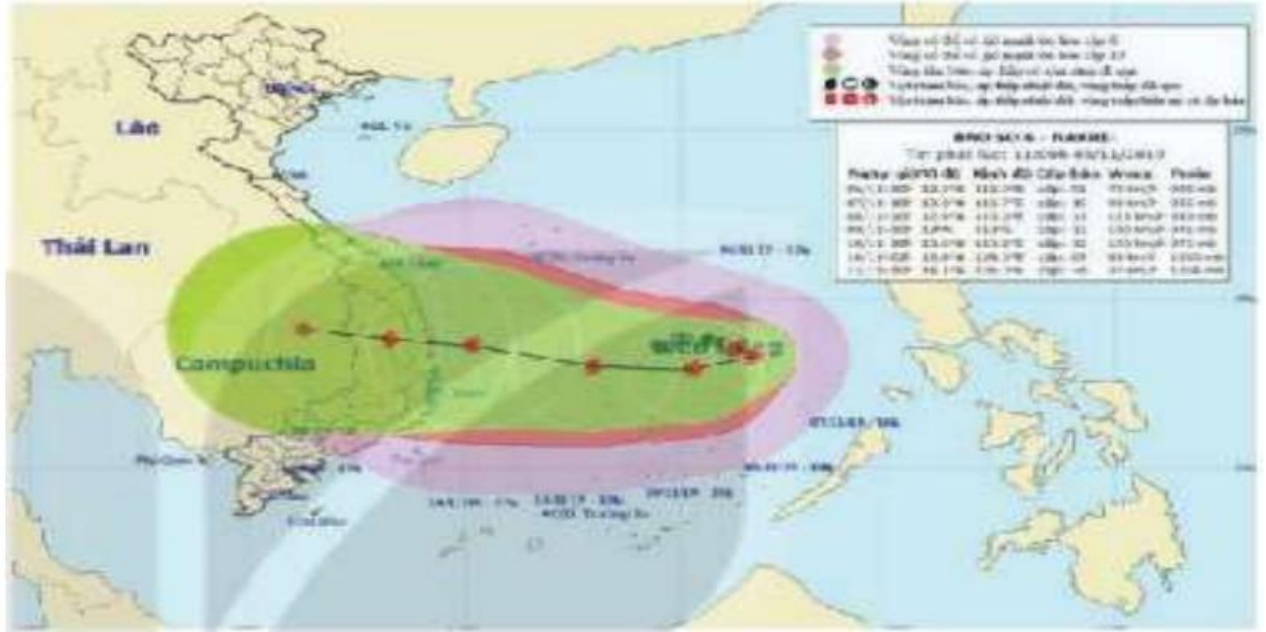
$$100(x-0)+150(y-250)=0 \Leftrightarrow 2x+3y-750=0.$$

Điểm E thuộc BC có hoành độ bằng 90 nên tìm được

tung độ bằng 190. Do $183\text{cm} < 190\text{cm}$ nên bố mẹ bạn Nam có thể kê chiếc tủ lạnh có bề ngang là 90cm và chiều cao là 183cm .



20 | **Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số**



Lời giải

Do cơn bão di chuyển thẳng đều nên điểm M nằm trên đoạn thẳng AB . Khi đó $\overrightarrow{AM}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$. Gọi tọa độ $M(x; y)$, ta có $\overrightarrow{AM} = (x-13; y-108,3)$, $\overrightarrow{AB} = (0,3; 2)$.

$$\text{Tồn tại một số } k \in \mathbb{R} \text{ thỏa mãn } \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-13,8 = k \cdot 0,3 \\ y-108,3 = -2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13,8 + k \cdot 0,3 \\ y = 108,3 - 2k \end{cases}$$

Ta có vị trí M của tâm bão tại thời điểm 9 giờ trong khoảng thời gian 12 giờ của dự báo nên

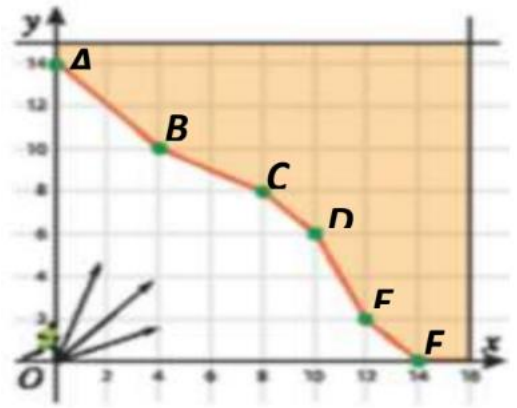
$$k = \frac{AM}{AB} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}. \text{ Khi đó } \begin{cases} x = 13,8 + \frac{3}{4} \cdot 0,3 \\ y = 108,3 - 2 \cdot \frac{3}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 14,025 \\ y = 106,8 \end{cases}$$

Kết luận: Vậy ở thời điểm 9 giờ tâm bão ở vị trí điểm $M(14,025; 106,8)$.

Câu 31: Luật của một cuộc thi bóng mềm quy định rằng một đội sẽ thắng cuộc nếu các cầu thủ của đội đó mang được bóng và chạy đến chạm miền tô màu với thời gian ngắn hơn. Trong buổi huấn luyện chiến thuật trước khi thi đấu, huấn luyện viên mô phỏng sân vận động bằng một hệ trục tọa độ mà gốc tọa độ ở vị trí cầu thủ mang bóng đang chuẩn bị xuất phát. Đơn vị trong hệ trục tọa độ là 10m (tham khảo hình ảnh bên). Hãy giúp huấn luyện viên chọn đường chạy ngắn nhất cho các cầu thủ. Đoạn đường chạy ngắn nhất xấp xỉ bằng bao nhiêu mét?



Lời giải



Bằng cách quan sát trên hình vẽ ta nhận thấy điểm B nằm trên đoạn thẳng AB mà có khoảng cách gần gốc tọa độ O (điểm xuất phát) nhất và khoảng cách đó bằng $OB = 2\sqrt{29} \approx 10,77$ m. Tương tự điểm E nằm trên đoạn thẳng EF mà có khoảng cách gần gốc tọa độ O (điểm xuất phát) nhất và khoảng cách đó bằng $OE = 2\sqrt{37} \approx 12,16$ m.

Nhận xét: Phương trình của đoạn thẳng BC là $x + 2y - 24 = 0$, với $4 \leq x \leq 8$. Khi đó điểm $H(4, 8; 9, 6)$ nằm trên đoạn thẳng BC . Vậy điểm H nằm trên đoạn thẳng BC mà gần gốc tọa độ O nhất, khoảng cách đó bằng 10,73m.

□ Đường thẳng DE đi qua điểm $D(10; 6)$, có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{DE}(2; -4)$, suy ra có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_3(2; 1)$. Khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng DE là $2 \cdot (x - 10) + 1 \cdot (y - 6) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 26 = 0$. Tìm được hình chiếu vuông góc của điểm O trên đường thẳng DE là điểm $K\left(\frac{52}{5}; \frac{26}{5}\right)$ hay $K(10, 4; 5, 2)$ và $OK = \frac{26\sqrt{5}}{5} \approx 11,63\text{m}$.

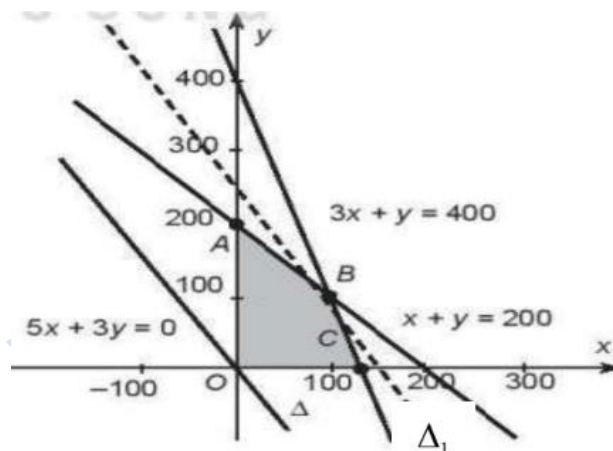
$H(4,8;9,6)$ thì đường chạy là ngắn nhất, quãng đường đó gần bằng 10,73m.

Lời giải

Ta có $x, y \in \mathbb{N}$, từ giả thiết ta có:
$$\begin{cases} x + y \leq 200 \\ 15000x + 5000y \leq 2000000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 200 \\ 3x + y \leq 400 \end{cases}.$$

Để tìm lợi nhuận lớn nhất thì ta cần tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 5x + 3y$.

phương trình $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 200 \\ 3x + y \leq 400 \end{cases}$ trên mặt phẳng


$$T = 5x + 3y = \sqrt{34} \cdot \frac{|5x + 3y|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \sqrt{34} \cdot d(M, \Delta), \text{ với } \Delta \text{ là đường thẳng có phương trình } 5x + 3y = 0$$
$$T = \sqrt{34} \cdot \frac{|5.100 + 3.100|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = 800.$$

Nhận xét: Dạng toán này học sinh đã được gặp ở chuyên đề hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Tuy nhiên khi đó học sinh thường công nhận kết quả là giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất đạt được tại đỉnh có miền đa giác là miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn mà không có giải thích rõ ràng. **Lời giải** trên là một minh họa cho cách chứng minh chặt chẽ của dạng toán này. Đây là một ứng dụng khá thú vị của hình học tọa độ.

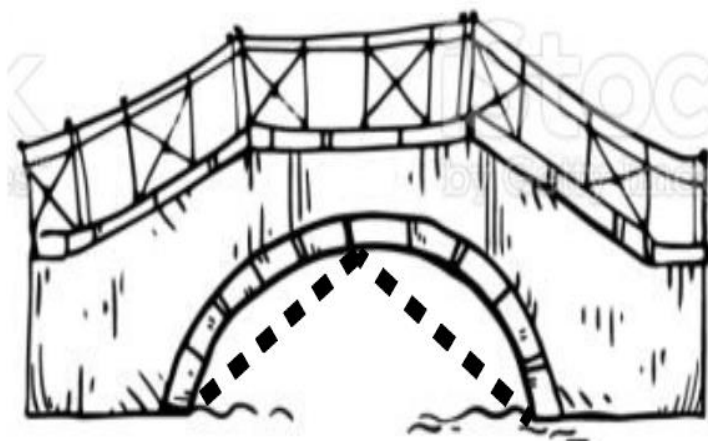
- ### Lời giải

-

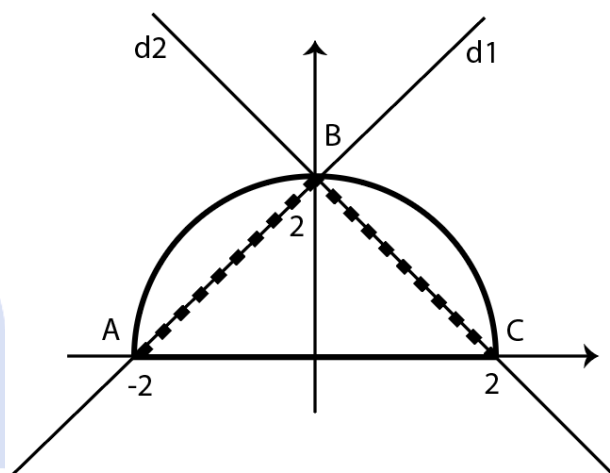
Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm B và vuông góc với đường thẳng EF . Khi đó đường thẳng Δ có phương trình dạng $5x - 3y + c = 0$. Do điểm $B(0;0) \in \Delta$ nên tìm được $c = 0$, suy ra đường thẳng Δ có phương trình là $5x - 3y = 0$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm B trên đường

thẳng EF . Khi đó tọa độ H là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 5y - 75 = 0 \\ 5x - 3y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{225}{34} \approx 6,6 \\ y = \frac{375}{34} \approx 11 \end{cases}$.

Câu 34: Trong giai đoạn sửa chữa cầu, nhà thầu thi công gia cố thêm hệ thống chịu tải là 2 thanh sắt có độ dài bằng nhau (được vẽ nét đứng trong hình).



Lời giải

$$\square \quad 1(x-0)+1(y-2)=0 \Rightarrow d_7: x+y-2=0$$


Lời giải

Suy ra $\Delta: x + y - 8 = 0$.

$$\begin{cases} M \in d \\ M \in \Delta \end{cases} \Rightarrow M = d \cap \Delta.$$

Suy ra tọa độ của M là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x - y - 3 = 0 \\ x + y - 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{2} \\ y = \frac{5}{2} \end{cases}.$

Vậy máy thu đặt ở vị trí $M\left(\frac{11}{2}; \frac{5}{2}\right)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất.

Câu 36: Trong sinh hoạt tập thể Hội trại chào mừng ngày thành lập Đoàn TNCSHCM 26/3, toàn bộ các đoàn viên tham gia sinh hoạt tập trung thành hình tròn, trong đó có Bình và An; đồng thời người quản trò đứng ở vị trí tâm của đường tròn là Tâm. Biết vị trí tâm đứng có tọa độ là $T(3;2)$, còn Bình và An thuộc đường thẳng $d: 3x - 4y + 9 = 0$, đồng thời vị trí 3 người Tâm, Bình, An tạo thành tam giác vuông. Tính khoảng cách từ người quản trò đến một đoàn viên bất kỳ còn lại đang tham gia trò chơi.

Lời giải

* Gọi H là hình chiếu vuông góc từ T đến đường thẳng d . Khi đó:

$$TH = d(T, d) = \frac{|3 \cdot 3 - 4 \cdot 2 + 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

* Gọi Bình và An lần lượt đứng tại vị trí B và A .

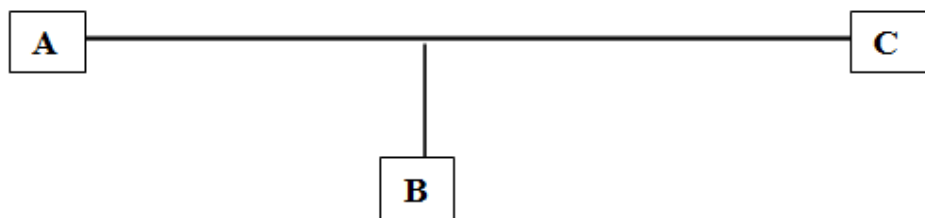
Bán kính đường tròn là $R = TA = TB$

Ta có: $\triangle TAB$ vuông nên vuông tại T .

$$\text{Suy ra: } \frac{1}{TH^2} = \frac{1}{TA^2} + \frac{1}{TB^2} \Rightarrow \frac{1}{TH^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{R^2} \Rightarrow R^2 = 8$$

Vậy khoảng cách từ người quản trò đến một thành viên còn lại là $R = 2\sqrt{2}$

Câu 37: Hai bạn An và Bảo cùng học chung trường THPT Nguyễn Đình Chiểu. Nhà An tại vị trí điểm $A(4; -1)$, trường học của hai bạn ở vị trí điểm $C(12; 8)$. Mỗi ngày bạn An đi học chạy xe ngang khu vực nhà bạn Bảo ở vị trí điểm $B(2; 5)$. Để tiện cho việc bạn An cùng đón đến trường, bạn Bảo đi một đoạn đường từ nhà ra đường. Hỏi bạn Bảo phải đi một đoạn đường ngắn nhất là bao nhiêu đơn vị độ dài để đi cùng xe với bạn An đến trường học?



Lời giải

Viết phương trình tổng quát đường thẳng AC , $\overrightarrow{AC} = (8; 9)$

Véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (9; -8)$, PTTQ đường thẳng AC là: $9x - 8y - 44 = 0$

Câu 38: Hai bạn Tình và Thương chơi với nhau rất thân, từ nhà Tình đến nhà An phải đi qua đường Trần Hưng Đạo có phương trình $d: 2x + y + 5 = 0$. Giả sử nhà bạn Tình có tọa độ $A(1; -3)$ và nhà bạn Thương có tọa độ $B(-4; 2)$. Tình đến nhà Thương theo đường thẳng với mục tiêu là chọn đường đi ngắn nhất. Hỏi Tình phải qua điểm có tọa độ bao nhiêu trên đường Trần Hưng Đạo.

Lời giải

Gọi $M(x; y)$ là điểm trên đường Trần Hưng Đạo thỏa yêu cầu bài toán.

Ta có: $M \in d \Rightarrow M(t; -5 - 2t)$

$\overrightarrow{AM} = (t - 1; -2t - 2)$; $\overrightarrow{AB} = (-5; 5)$

Vì mục tiêu chọn đường đi ngắn nhất nên A, B, M phải thẳng hàng. Suy ra $\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương $5(t - 1) - (-2t - 2)(-5) = 0 \Rightarrow t = -3 \Rightarrow M(-3; 1)$

Vậy: Tình phải qua điểm $M(-3; 1)$ trên đường Trần Hưng Đạo

Câu 39: Một chiếc Phà chở khách qua sông từ điểm $A(3; 4)$ đến điểm $B(3; 50)$ bên kia sông. Nhưng vì có gió và nước chảy mạnh nên chiếc Phà qua bên kia sông tại điểm $C(38; 50)$. Tính góc lệch của con thuyền so với lúc dự tính ban đầu.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0; 46)$ nên véc tơ pháp tuyến của AB là $\overrightarrow{n_{AB}} = (1; 0)$

Phương trình tổng quát của AB là: $x - 3 = 0$.

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (35; 46)$ nên véc tơ pháp tuyến của AC là $\overrightarrow{n_{AC}} = (46; -35)$

Phương trình tổng quát của AC là: $46(x - 3) - 35(y - 4) = 0 \Leftrightarrow 46x - 35y + 2 = 0$.

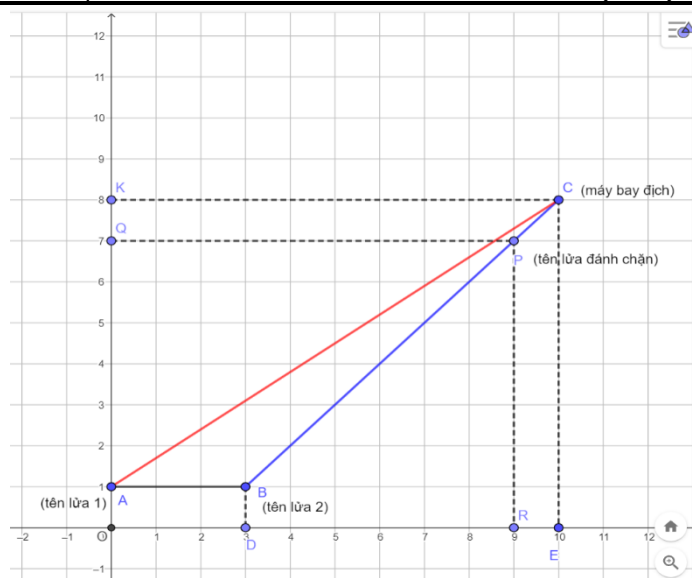
Ta có: $\cos A = \cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}) = \frac{|1 \cdot 46 + 0 \cdot (-35)|}{\sqrt{1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{46^2 + (-35)^2}} = \frac{46}{\sqrt{3341}} \Rightarrow A \approx 37^\circ 16'$

Vậy con thuyền lệch một góc bằng $37^\circ 16'$ so với lúc dự tính ban đầu.

Câu 40: Tại một trạm rada của bộ đội phòng không, rada cảnh giới đã phát hiện được một máy bay xâm nhập trái phép vào không phận. Tại thời điểm đó có hai quả tên lửa phòng không sẵn sàng xuất kích bắn hạ mục tiêu, hai quả tên lửa cách nhau 3 km (quả thứ 2 cách quả 1 3 km) mỗi quả đặt trên bệ phóng cách mặt đất 1 m . Sau khi tính toán chỉ ra các thông số khi máy bay cách vị trí quả tên lửa thứ 2 là $7\sqrt{2} \text{ km}$ và bay ở độ cao 8 km so với mặt đất thì hai quả tên lửa sau khi rời bệ phóng sẽ tiêu diệt mục tiêu với **góc bắn** (tham khảo hình vẽ minh họa) đã xác định. Cùng thời điểm này rada phát hiện một tên lửa đánh chặn (do máy bay địch phóng) bay ở độ cao 7 km và cách tên lửa thứ hai là $6\sqrt{2} \text{ km}$ và cách máy bay $\sqrt{2} \text{ km}$. Trong hai quả tên lửa được bắn ra tên lửa nào hạ được mục tiêu? (Giả sử rằng quỹ đạo bay tên lửa bay theo đường thẳng)

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ:



Ta có $A(0;1)$, $B(3;1)$, $C(10;8)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = (10;7) \text{ và } \overrightarrow{BC} = (7;7)$$

Phương trình tổng quát của AC và BC lần lượt là:

$$AC : 7x - 10y + 10 = 0, BC : x - y - 2 = 0$$

Điểm $P(x_p;7)$ mà $BP = 6\sqrt{2} \Rightarrow x_p = 9$ hoặc $x_p = -3$

Chọn giá trị thích hợp là $x_p = 9$.

Do đó điểm $P(9;7)$. Thay tọa độ điểm $P(9;7)$ vào phương trình tổng quát của AC và BC ta có $P \in BC$ và $P \notin AC$.

Vậy tên lửa thứ nhất bắn hạ được mục tiêu là máy bay địch.

WE COACH.WE INSPIRE