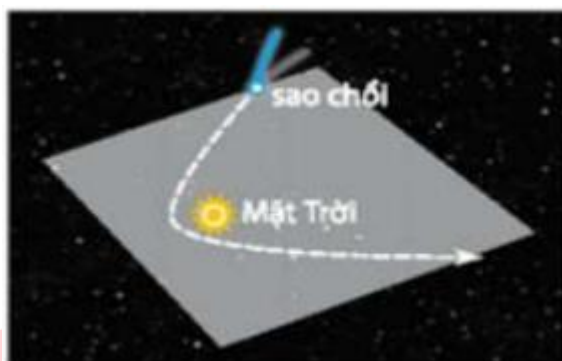


PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

DẠNG 4: HYPEBOL

Câu 1: Một sao chổi đi qua hệ mặt trời theo quỹ đạo là một nhánh hypebol nhận tâm mặt trời là một tiêu điểm, khoảng cách gần nhất từ sao chổi này đến tâm Mặt Trời là $3.10^8 km$ và tâm sai của quỹ đạo hypebol là 3,6. Hãy lập phương trình chính tắc của hypebol chứa quỹ đạo, với 1 đơn vị đo trên mặt phẳng tọa độ tương ứng với $10^8 km$ trên thực tế.

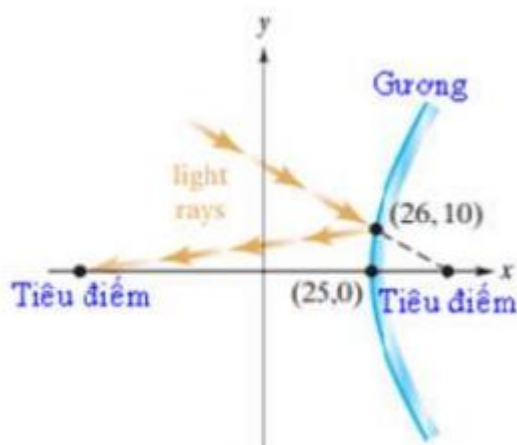


Sao chổi rất quan trọng đối với các nhà khoa học vì chúng là những thiên thể nguyên thủy còn sót lại từ quá trình hình thành hệ mặt trời. Đối với những sao chổi có quỹ đạo là hypebol hay parabol chúng ta chỉ thấy chúng một lần, sau đó chúng đi khỏi hệ mặt trời và không bao giờ quay trở lại. Dựa vào các định luật của Newton về chuyển động người ta có thể rút ra quỹ đạo chuyển động của sao chổi quanh mặt trời là đường elip, Hypebol hay parabol tùy thuộc vào vận tốc chuyển động của nó.

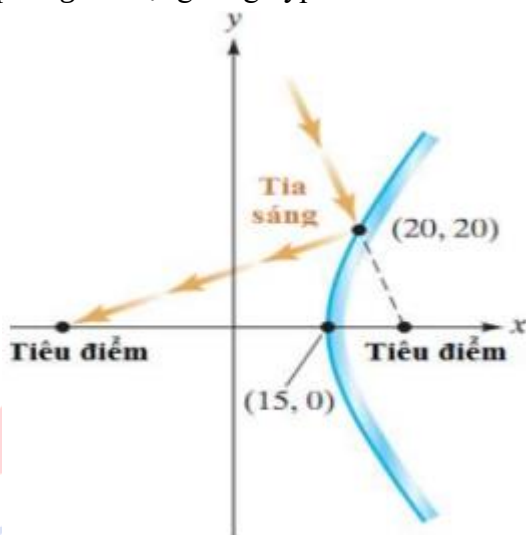


Hình ảnh: Sao chổi Halley có chu kì khoảng 75-76 năm, quan sát được từ Trái Đất

Câu 2: Viết phương trình chính tắc mô tả của bề mặt gương hypebol được mô tả ở hình vẽ sau đây:



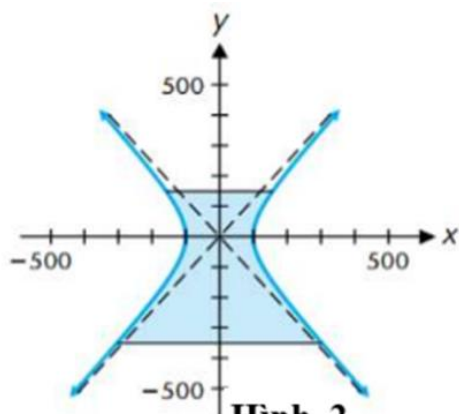
Câu 3: Gương hypebol được sử dụng trong một số kính viễn vọng. Các gương như thế có tính chất là tia sáng hướng tới một tiêu điểm của gương sẽ được phản xạ với tiêu điểm kia. Dựa vào hình vẽ bên hãy viết phương trình mô phỏng bề mặt gương hypebol.



Câu 4: Một tháp cao làm mát của nhà máy hạt nhân dạng hypebol tròn xoay, tức là một hypebol xoay tròn quanh trục ảo của nó. Phương trình hypebol được dùng để tạo ra hypeboloid là $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{150} = 1$. Nếu tháp có chiều cao $500m$, đỉnh tháp cao $150m$ tính từ tâm của hypebol và đáy tháp cao $350m$ dưới tâm của hypebol thì bán kính của đỉnh tháp và đáy tháp bằng bao nhiêu? Bán kính của mặt cắt ngang hình tròn nhỏ nhất trong tháp là bao nhiêu?



Hình 1

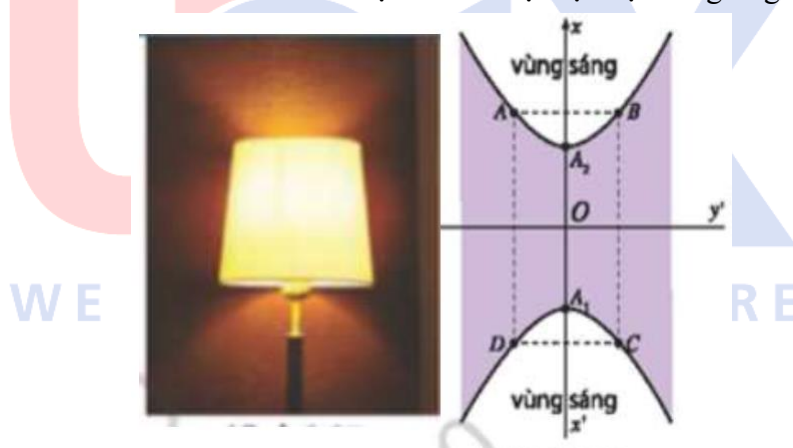


Hình 2

Câu 5: Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là một hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{27^2} - \frac{y^2}{40^2} = 1$. Cho biết chiều cao của tháp là 120m và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng một nửa khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính đường tròn nóc và bán kính đường tròn đáy của tháp đã cho.

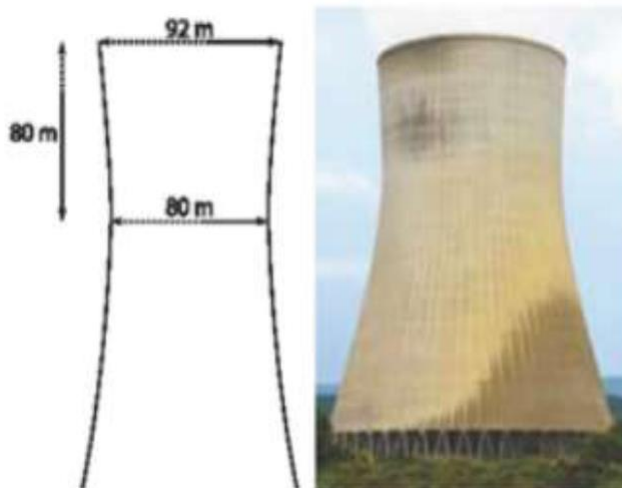


Câu 6: Quan sát vùng sáng hắt lên tường từ một đèn ngủ để song song với tường, người ta thấy vùng sáng gồm hai miền được giới hạn bởi hai nhánh của một hypebol. Khoảng cách giữa hai đỉnh A_1, A_2 của hypebol là 100 cm. Trên hai nhánh của hypebol, người ta lấy bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình chữ nhật $ABCD$ và tiến hành đo được các $AB = 60\text{cm}, AD = 125\text{cm}$. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên với vector đơn vị trên các trục tọa độ tương ứng độ dài 10cm.

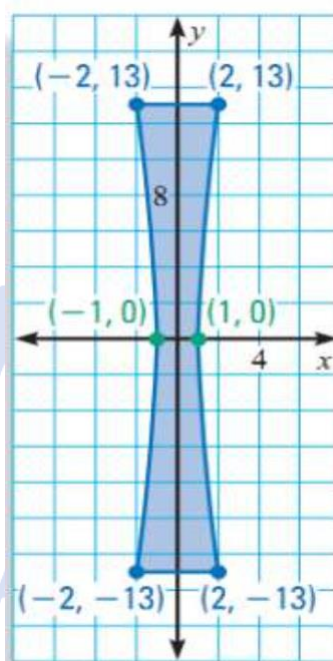


- Tìm độ dài trục thực của hypebol
- Viết phương trình chính tắc của hypebol

Câu 7: Các ống khói của các nhà máy điện hạt nhân có kích thước rất lớn để giải nhiệt nhanh. Người ta phải chọn hình dạng của nó sao cho tiết kiệm được vật liệu nhưng đồng thời phải chịu được gió bão. Sau khi tính toán người ta nhận thấy hình trụ dạng hyperboloid là tối ưu. Nếu cắt hình trụ bằng mặt phẳng bất kì nhưng qua trục hình trụ, ta đều được một thiết diện có hai đường giới hạn là hai nhánh của một hypebol. Đo một ống khói như thế, ta được khoảng cách giữa hai đỉnh hyperbol là 80 m, đường kính của miệng ống khói là 92 m và khoảng cách từ đỉnh hyperbol đến miệng ống khói là 80 m. Viết phương trình chính tắc của hyperbol

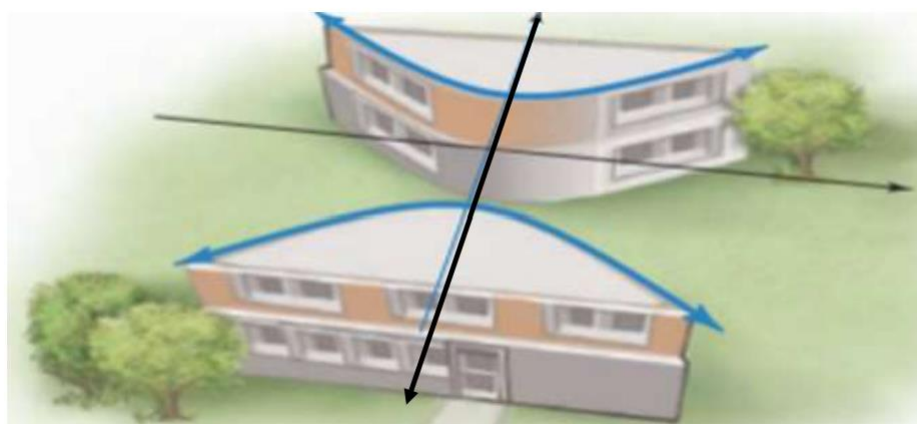


Câu 8: Biểu đồ ở hình vẽ bên mô tả một thiết diện hyperbol của bức tượng đặt trước phòng thí nghiệm Gia tốc Quốc gia Fermi ở Batavia, Illinois.

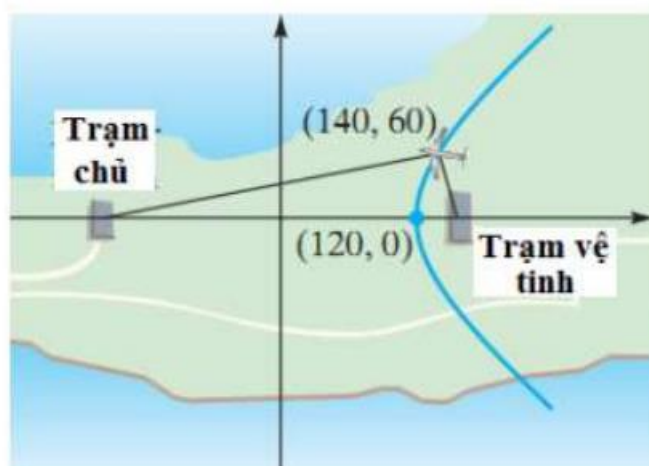


- Viết phương trình mô tả hai đường cong biên của bức tượng.
- Ở độ cao 16 feet thì chiều rộng của bức tường bằng bao nhiêu?

Câu 9: Một kiến trúc sư thiết kế hai tòa nhà có hình dạng và vị trí giống như một phần của hai nhánh hyperbol có phương trình $\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{625} = 1$ trong đó x và y đo theo đơn vị mét. Hỏi điểm gần nhất của hai tòa nhà cách nhau bao xa?

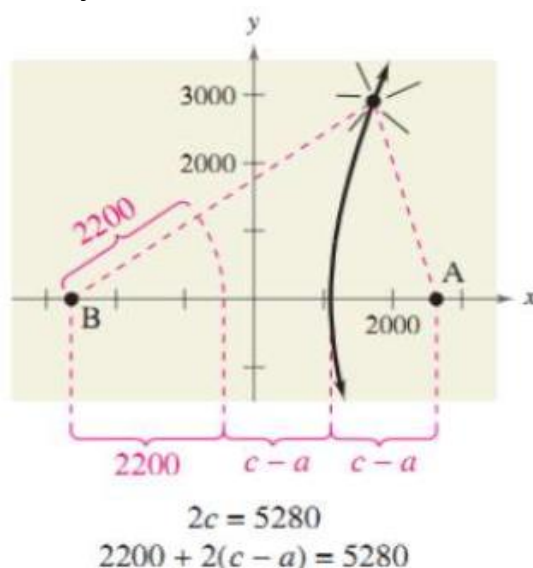


Câu 10: Gương Một của hệ thống định vị từ xa có thể giúp hoa tiêu điều khiển kinh khí cầu bằng cách duy trì hiệu số không đổi giữa các khoảng cách từ kinh khí cầu tới hai điểm cố định trên mặt đất: trạm chủ và trạm vệ tinh. Hãy viết phương trình của hyperbol.



Câu 11: Hai trạm thông tin lần lượt đặt tại F_1 và F_2 cách nhau 4 km. Trong khu vực xảy ra một vụ nổ và micro đặt tại trạm F_1 ghi nhận được tiếng nổ chậm hơn 6 giây so với micro đặt tại trạm F_2 . Chứng tỏ rằng vị trí vụ nổ nằm trên một đường hyperbol với F_1 và F_2 là hai tiêu điểm và hãy viết phương trình chính tắc của hyperbol này. Cho biết tốc độ âm thanh lan truyền trong không khí là 343 m/s.

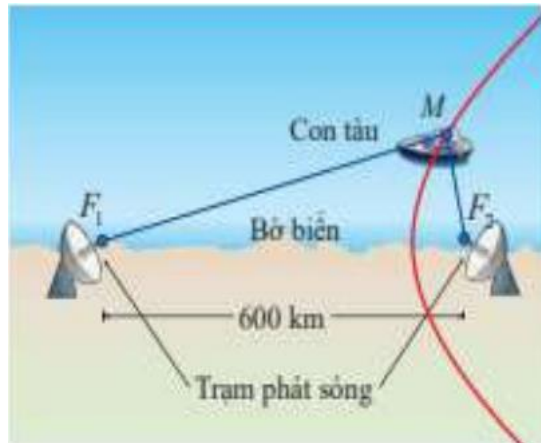
Câu 12: Hai micro cách nhau 1 dặm Anh ghi lại một vụ nổ. Micro A nhận được âm thanh trước 2 giây so với micro B. Vậy vụ nổ đã xảy ra ở đâu?



Viết phương trình chính tắc của hyperbol đó theo đơn vị kilômét.

A diagram of a cable-stayed bridge. Two towers, labeled S_1 and S_2 , are positioned on a horizontal base. The distance between the towers is marked as 200 km. A central support structure is located between the towers, with a height of 60 km. Two cables, labeled d_1 and d_2 , connect the towers to the central support. The background shows a blue sky and a brown ground.

173 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số



Câu 17: Dọc theo bờ biển, người ta thiết lập hệ thống định vị vô tuyến dẫn đường tầm xa để truyền tín hiệu cho máy bay hoặc tàu thủy hoạt động trên biển. Trong hệ thống đó có hai đài vô tuyến đặt lần lượt tại địa điểm A và địa điểm B , khoảng cách $AB = 650\text{km}$. Giả sử có một con tàu chuyển động trên biển với quỹ đạo là hyperbol nhận A và B là hai tiêu điểm. Khi đang ở vị trí P , máy thu tín hiệu trên con tàu chuyển đổi chênh lệch thời gian nhận các tín hiệu thành hiệu khoảng cách $|PA - PB|$. Giả sử thời gian con tàu nhận được tín hiệu từ B trước khi nhận được tín hiệu từ A là $0,0012\text{s}$. Vận tốc di chuyển của tín hiệu là $3 \cdot 10^8\text{m/s}$.

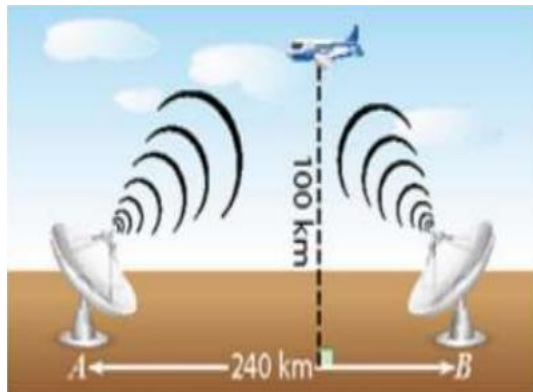


- Lập phương trình hyperbol mô tả quỹ đạo chuyển động của con tàu.
- Chứng tỏ rằng tại mỗi thời điểm trên quỹ đạo chuyển động thì thời gian con tàu nhận được tín hiệu từ B trước khi nhận được tín hiệu từ A luôn là $0,0012\text{s}$.

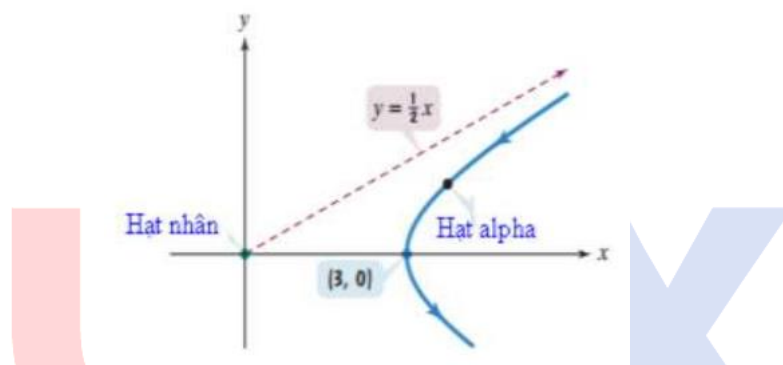
Câu 18: Hai tháp vô tuyến cách nhau 200km được đặt dọc bờ biển với A nằm về phía tây đối với B . Các tín hiệu vô tuyến được gửi đồng thời từ mỗi tháp tới một con tàu và tín hiệu ở B nhận được sớm hơn 500 micro giây trước tín hiệu ở A .

- Giả sử rằng các tín hiệu vô tuyến truyền đi với vận tốc 300m/micro giây hãy xác định phương trình của hyperbol mà con tàu nằm trên đó.
- Nếu con tàu nằm về phía bắc của tháp thì tàu cách bờ biển bao xa?

Câu 19: Hai trạm phát sóng vô tuyến A và B đặt cách nhau 240km . Tín hiệu sóng vô tuyến được truyền đi đồng thời từ hai trạm này với vận tốc bằng vận tốc ánh sáng là 300000km/s . Một máy bay đang bay theo phương ngang cách mặt đất 100km vừa vượt qua trạm B và đang tiến gần đến trạm A thì phi công ghi nhận được tín hiệu truyền từ cả hai trạm. Biết rằng tín hiệu truyền từ trạm B sớm hơn $0,45 \cdot 10^{-3}$ giây so với tín hiệu đến từ trạm A . Hãy tính khoảng cách từ máy bay đến mỗi trạm vào thời điểm nhận được tín hiệu.

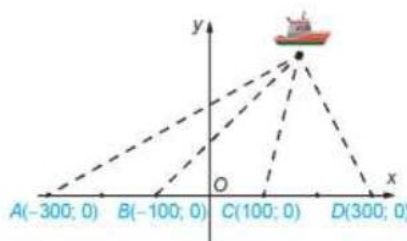


Câu 20: Các thí nghiệm tán xạ, trong đó các hạt chuyển động bị lệch hướng bởi nhiều lực khác nhau, dẫn đến khái niệm về hạt nhân nguyên tử. Năm 1911 nhà vật lý Ernest Rutherford đã phát hiện ra rằng khi các hạt alpha hướng tới hạt nhân của nguyên tử vàng, chúng dần dần bị lệch hướng theo những đường hypebol. Nếu một hạt tiến gần tới hạt nhân 3 đơn vị dọc theo hyperbol với đường tiệm cận là $y = \frac{x}{2}$ thì phương trình đường đi của nó là gì?



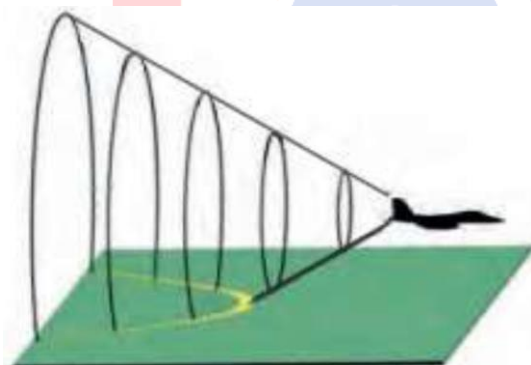
Câu 21: Một vụ nổ được hai micro M_1 và M_2 đặt cách nhau 2 dặm ghi lại. Micro M_1 nhận được âm thanh trước 4 giây so với micro M_2 . Giả sử âm thanh di chuyển với tốc độ 110feet/ giây, xác định những vị trí có thể của vụ nổ, so với vị trí của các micro?

Câu 22: Bốn trạm phát tín hiệu vô tuyến có vị trí A, B, C, D theo thứ tự đó thẳng hàng và cách đều với khoảng cách 200km . Tại một thời điểm, bốn trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc 292000km/s . Một tàu thủy nhận được tín hiệu từ trạm C trước $0,0005\text{s}$ so với tín hiệu từ trạm B và nhận được tín hiệu từ trạm D sớm $0,001\text{s}$ so với tín hiệu từ trạm A .



- Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm B và C .
- Tính hiệu các khoảng cách từ tàu đến các trạm A và D .
- Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Hãy lập phương trình chính tắc của hai hyperbol đi qua vị trí điểm M của tàu. Từ đó, tính tọa độ của M
- Tính khoảng cách từ tàu đến các trạm B, C .

(H) có phương trình $\frac{x^2}{400} - \frac{y^2}{100} = 1$.



$\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{4} = 1$, trong đó x và y đo theo dặm Anh. Khoảng cách theo chiều cắt ngang ngắn nhất



A diagram of a cone. It has a circular base at the bottom and a pointy top. The base is shaded with a light blue color. The cone is shown in a perspective view, with a horizontal line passing through its center. The base is surrounded by several small, stylized trees. The cone is labeled with the letter 'C' in the top right corner.

- Câu 27:** Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) có độ dài tiêu cự bằng 8 và góc giữa hai đường tiệm cận bằng 60° .

- Câu 29:** Viết phương trình chính tắc của hypebol (H) đi qua $M(-2;1)$ và góc giữa hai đường tiệm cận bằng 60° .

-

- Câu 31:** Cho Hypeobl $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ (1). Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (H) dưới một góc vuông.
- Câu 32:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$. Tìm tất cả các điểm $M \in (H)$ sao cho $\frac{MF_2}{MF_1} = \frac{1}{2}$.
- Câu 33:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1$ có các tiêu điểm là F_1, F_2 . Xác định tọa độ điểm $M \in (H)$ biết $2MF_1 = MF_2$.
- Câu 34:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Xác định tọa độ điểm $M \in (H)$ biết M cách đều hai trục tọa độ.
- Câu 35:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho M thuộc nhánh phải và khoảng cách từ M đến tiêu điểm F_1 đạt nhỏ nhất.
- Câu 36:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta: y = x + 1$ đạt nhỏ nhất.
- Câu 37:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm điểm M trên (H) sao cho M nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông.
- Câu 38:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Tìm điểm M trên (H) sao cho M nhìn hai tiêu điểm dưới một góc 60° .
- Câu 39:** Trong mặt phẳng Oxy, cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho $MF_1 = 2MF_2$.
- Câu 40:** Trong mặt phẳng Oxy, cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{8} = 1$ và hai điểm $A(6; -1), B(-6; 1)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho tam giác ABM có diện tích bằng 30.
- Câu 41:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$. Tìm tất cả các điểm $M \in (H)$ nhìn hai tiêu điểm dưới một góc $\alpha = 120^\circ$.
- Câu 42:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$. Xác định tọa độ điểm $M \in (H)$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng $\Delta: y = x + 1$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Câu 43:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{7} = 1$. Xác định tọa độ điểm $M \in (H)$ sao cho tam giác MF_1F_2 vuông tại F_1 .
- Câu 44:** Cho hyperbol $(H): 3x^2 - 4y^2 = 12$ có hai tiêu điểm là F_1, F_2 . Tìm trên một nhánh của (H) hai điểm P, Q sao cho ΔOPQ là tam giác đều.

- Câu 45:** Trong hệ tọa độ Oxy cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho M thuộc nhánh phải sao cho biểu thức $T = (MF_1 + MF_2)^2 - 3OM^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Câu 46:** Trong mặt phẳng Oxy, cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ và hai điểm $A(3;2)$, $B(0;-1)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc (H) sao cho tam giác ABC có diện tích nhỏ nhất.
- Câu 47:** Trong mặt phẳng Oxy, cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{24} - \frac{y^2}{18} = 1$ và đường thẳng $\Delta: 3x + 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (H) sao cho khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ là nhỏ nhất.
- Câu 48:** Cho $(H): \frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ và hai điểm $A(3;2)$, $B(0;1)$. Tìm điểm $C \in (H)$ sao cho diện tích $\triangle ABC$ có diện tích bằng $\frac{7}{2}$.
- Câu 49:** Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$ và hai điểm $I(0;2)$, $A(3;6)$. Xác định tọa độ điểm $M \in (H)$ thỏa mãn điều kiện M cũng thuộc đường tròn tâm I , bán kính IA .
- Câu 50:** Cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$ và hai điểm $A(0;1)$, $B(2;2)$. Tổng bình phương hoành độ các điểm M trên (H) sao cho $\triangle ABM$ có diện tích bằng 1 là
- Câu 51:** Cho hai điểm $A(2;3)$, $B(5;8)$ và hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{1} = 1$. Điểm $M(a;b) \in (H)$ sao cho diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Giá trị biểu thức $T = a + b$ bằng

WE COACH. WE INSPIRE