

PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

DẠNG 5: PARABOL

Cơ sở lý thuyết:

♦ Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px, p > 0$.

♦ $F\left(\frac{p}{2}; 0\right)$ gọi là tiêu điểm của parabol (P) .

♦ $\Delta: x + \frac{p}{2} = 0$ gọi là đường chuẩn của parabol (P) .

♦ O gọi là đỉnh của parabol.

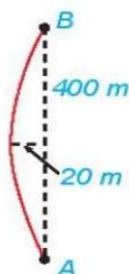
♦ Ox gọi là trục đối xứng của parabol.

♦ p gọi là tham số tiêu của parabol (P) .

♦ Nếu $M(x; y) \in (P)$ thì $MF = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right|$.

♦ Nếu $M(x; y) \in (P)$ thì $x \geq 0$ và $M'(x; -y) \in (P)$.

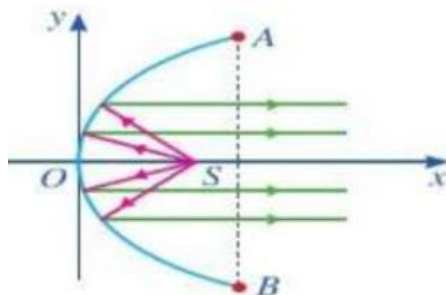
Câu 1: Khúc cua của một con đường có hình dạng parabol, điểm đầu vào khúc cua là A , điểm cuối là B , khoảng cách $AB = 400$ m. Đỉnh parabol (P) của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B .



a. Lập phương trình chính tắc của (P) , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 m trên thực tế.

b. Lập phương trình chính tắc của (P) , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng với 1 km trên thực tế.

Câu 2: Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol.

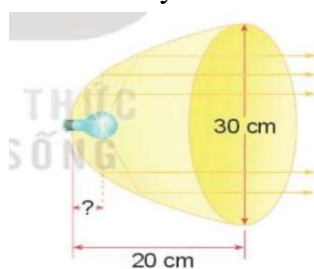


Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB = 40$ cm và chiều sâu $h = 30$ cm. Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S . Viết phương trình chính tắc của parabol đó.

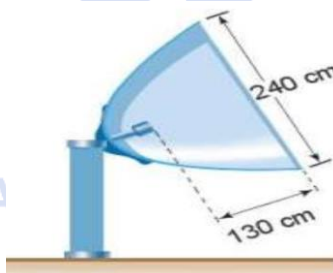
Câu 3: Xét đèn có bát đáy dạng parabol với kích thước được thể hiện trong hình vẽ bên.

Dây tóc bóng đèn được đặt ở vị trí tiêu điểm.

Tính khoảng cách từ dây tóc tới đỉnh của bát đáy.



Câu 4: Anten vệ tinh parabol trong hình ảnh bên có đầu thu đặt tại tiêu điểm, đường kính miệng anten là 24cm, khoảng cách từ vị trí đặt đầu thu tới miệng anten là 130cm. Tính khoảng cách từ vị trí đặt đầu thu tới đỉnh anten.

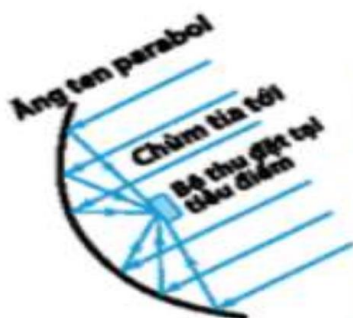


Câu 5: Mặt cắt của một chảo ăng-ten là một phần của parabol (P) . Cho biết đầu thu tín hiệu đặt tại tiêu điểm F cách đỉnh O của chảo một khoảng là $\frac{1}{6}$ m.

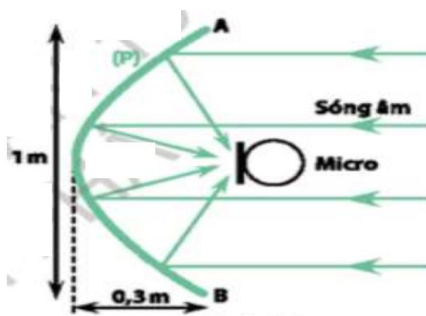
a. Viết phương trình chính tắc của (P) .

b. Tính khoảng cách từ một điểm M có hoành độ 0,06 trên ăng-ten đến F .



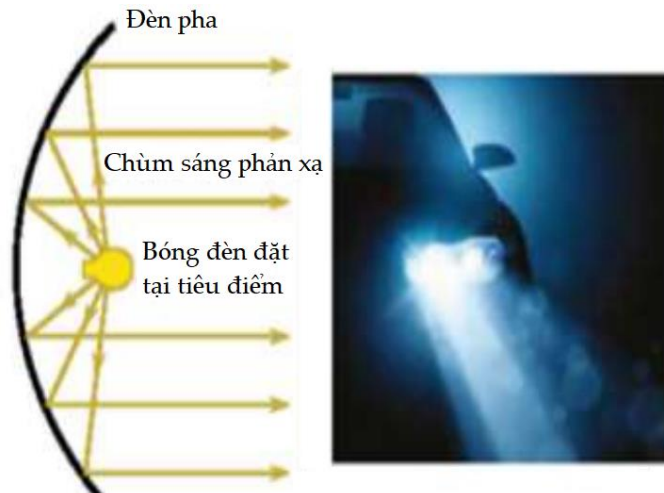


Câu 7: Trong một trận thi đấu bóng đá, một đài truyền hình đã sử dụng một thiết bị để thu lại các cuộc trò chuyện của cầu thủ trên sân. Mặt cắt của thiết bị này là một parabol (P) như hình vẽ bên. Âm thanh khi đến (P) sẽ hội tụ về một micro đặt tại tiêu điểm. Nhờ vậy tín hiệu âm thanh thu được sẽ rõ ràng và ít bị thất thoát. Biết rằng thiết bị này có đường kính là 1m và chiều sâu là 0,3m. Hỏi micro cần đặt cách đỉnh (P) bao nhiêu mét?



a. Lập phương trình chính tắc của quỹ đạo theo đơn vị kilômét.
b. Hỏi khi sao chổi nằm trên đường vuông góc với trục đối xứng của quỹ đạo tại tâm Mặt Trời thì khoảng cách từ sao chổi đến tâm Mặt Trời là bao nhiêu kilômét?

Câu 9: Tính chất phản xạ của parabol còn được áp dụng để thiết kế đèn pha cho xe ô tô hay xe máy khi di chuyển trên đường trường hay đường cao tốc. Khi bật đèn pha, bóng đèn sẽ đặt ở tiêu điểm của gương parabol. Ánh sáng từ bóng đèn chiếu vào mặt gương sẽ tạo ra chùm sáng phản xạ chiếu ra khỏi đèn pha theo hướng song song về phía trước với cường độ mạnh và tầm chiếu xa.



Một đèn pha xe ô tô cấu tạo bởi một gương phản xạ mà mặt cắt là một parabol P . Biết rằng chiều sâu của đèn pha là 4 inch và nguồn sáng cách đỉnh P 3 inch. Hãy tìm đường kính của đèn pha. Kết quả tính theo đơn vị inch và làm tròn đến hàng phần mười.

Câu 10: Một bộ thu năng lượng mặt trời để làm nước nóng được làm bằng một tấm thép không gỉ có mặt cắt hình parabol. Nước sẽ chảy thông qua một đường ống nằm ở tiêu điểm của parabol.



Hình ảnh: Bộ thu năng lượng mặt trời cỡ lớn.

- Viết phương trình chính tắc của parabol.
- Tính khoảng cách từ tâm của đường ống đến đỉnh của parabol.

Câu 11: Kính thiên văn vô tuyến lớn thứ hai thế giới đặt tại đài quan sát Arecibo ở Puerto Rico có

Lồng chảo parabol

Bộ thu sóng

61 m

305 m

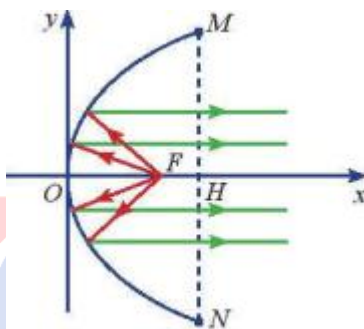
61 m

The diagram shows a worker standing on a curved roof structure. The roof is supported by a scaffolding system that is 16 m wide. A dimension of 3 cm is indicated for the roof's curvature.

- 184 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

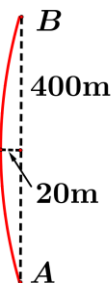


- Câu 15:** Gương phản chiếu của một đèn chiếu có mặt cắt hình parabol. Chiều rộng giữa hai mép vành của gương là $MN = 32cm$ và chiều sâu của gương là $OH = 24cm$. Viết phương trình chính tắc của parabol đó.

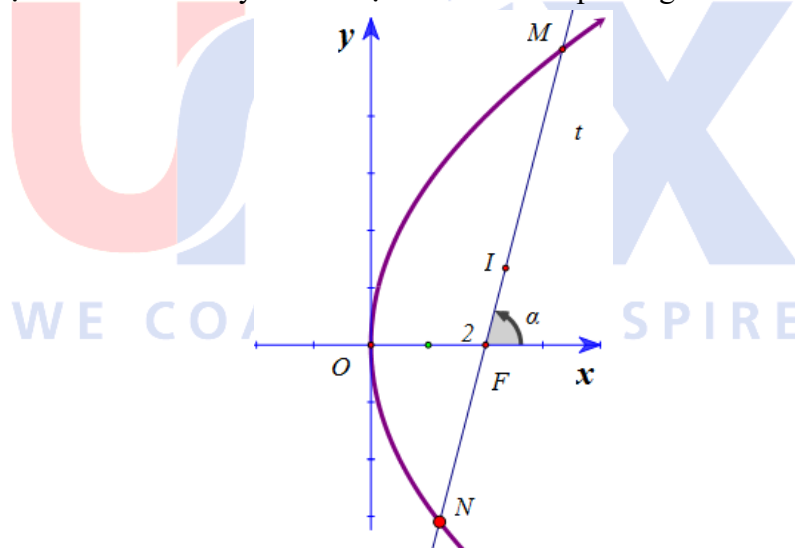


-
- A diagram of a parabolic antenna system. The antenna is a large silver parabola mounted on a tall lattice tower. A smaller secondary structure is mounted on the rim of the parabola, supported by a shorter lattice tower. A red double-headed arrow indicates a horizontal distance of 6m between the vertical centerlines of the two towers. A red vertical double-headed arrow indicates a height difference of 1m between the horizontal levels of the two towers. The background shows a green field, trees, and a blue sky with clouds.

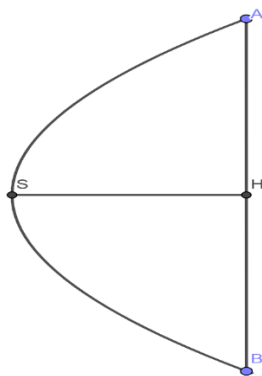
Câu 21: Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A , điểm cuối là B , khoảng cách $AB = 400\text{m}$. Đỉnh parabol (P) của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20m và cách đều A, B .



Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy cho parabol $(P): y^2 = 8x$. Đường thẳng Δ không trùng với trục Ox đi qua tiêu điểm F của (P) sao cho góc hợp bởi hai tia Fx và Ft là tia của Δ nằm phía trên trục hoành một góc bằng $\alpha (\alpha \neq 90^\circ)$. Biết Δ cắt (P) tại hai điểm phân biệt M, N và tập hợp trung điểm I của đoạn MN khi α thay đổi là một Parabol. Viết phương trình của Parabol.

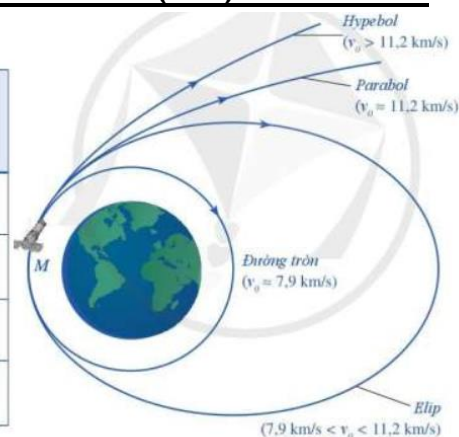


Câu 23: Một chiếc cốc nằm ngang, có mặt cắt ngang là hình parabol. Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép cốc là $AB=9\text{cm}$ và chiều sâu $h=4\text{cm}$ (h bằng khoảng cách từ S đến AB , S là điểm chính giữa đáy cốc). Viết phương trình chính tắc parabol đó.

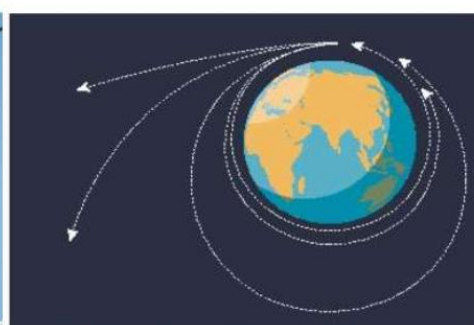
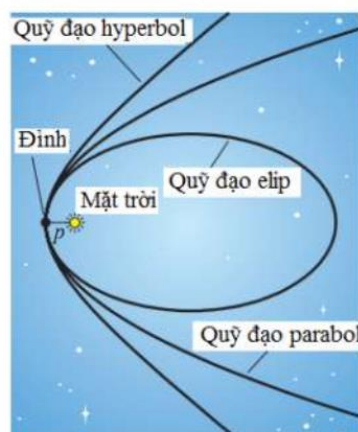


- Câu 24:** Cho parabol $(P): y^2 = 8x$. Đường thẳng Δ đi qua tiêu điểm F của (P) , vuông góc trục hoành và cắt (P) tại hai điểm phân biệt A và B . Tìm tọa độ điểm A biết tung độ điểm A dương.
- Câu 25:** Cho parabol $(P): y^2 = x$.
- a) Tìm tiêu điểm F , đường chuẩn Δ của (P) .
- b) Tìm những điểm trên (P) có khoảng cách tới F bằng 3.
- Câu 26:** Viết phương trình chính tắc của parabol (P) , biết rằng (P) có đường chuẩn là đường thẳng $\Delta: x + 4 = 0$. Tìm tọa độ điểm M thuộc (P) sao cho khoảng cách M đến tiêu điểm của (P) bằng 5.
- Câu 27:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 16x$. Tìm một điểm A nằm trên (P) và một điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: 2x - y + 6 = 0$ sao cho AB ngắn nhất.
- Câu 28:** Cho parabol $(P): y^2 = x$ và điểm $A(-3; 0)$. Xác định điểm M thuộc parabol (P) sao cho khoảng cách AM là ngắn nhất.
- Câu 29:** Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tìm tung độ dương của điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 12.
- Câu 30:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho Parabol $(P): y^2 = 4x$. Tìm trên (P) điểm M khác gốc tọa độ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung gấp hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành.
- Câu 31:** Cho Parabol $y^2 = x$. Tìm hai điểm N, K trên Parabol (P) sao cho tam giác ONK là tam giác đều ($y_N < y_K$).
- Câu 32:** Trong mặt phẳng Oxy , cho Parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: -2x + y + 12 = 0$. Gọi giao điểm của d và (P) là A, B . Tìm tọa độ điểm C nằm trên (P) sao cho tam giác ABC vuông tại C .
- Câu 33:** Cho Parabol $y^2 = x$ và đường thẳng $(d): -x + y + 2 = 0$.
- Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng (d) và Parabol (P) ($y_A < y_B$). Tìm điểm M trên cung AB của Parabol (P) sao cho tổng diện tích hai phần hình phẳng giới hạn bởi (P) và hai dây MA, MB là nhỏ nhất.
- Câu 34:** Phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường thẳng $\Delta: 3x - y = 0$ tại 2 điểm A, B sao cho $AB = 4\sqrt{2}$ là
- Câu 35:** Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 2x$ có tiêu điểm F . Trên (P) lấy điểm M và gọi điểm đối xứng của M qua trục hoành là N . Tìm tung độ của điểm M để tam giác FMN là tam giác đều biết M có tung độ dương.
- Câu 36:** Một tàu vũ trụ nằm trong một quỹ đạo tròn và ở độ cao 148km so với bề mặt Trái Đất. Sau khi đạt được vận tốc cần thiết để thoát khỏi lực hấp dẫn của Trái Đất, tàu vũ trụ sẽ đi theo quỹ đạo parabol với tâm Trái Đất là tiêu điểm; điểm khởi đầu của quỹ đạo này là đỉnh parabol quỹ đạo.
- a. Viết phương trình chính tắc parabol quỹ đạo.
- b. Giải thích vì sao, kể từ khi đi vào quỹ đạo parabol, càng ngày, tàu vũ trụ càng xa Trái Đất.

Tốc độ v_0 của tàu vũ trụ	Hình dạng quỹ đạo của tàu vũ trụ
7,9 km/s	Đường tròn
$7,9 \text{ km/s} < v_0 < 11,2 \text{ km/s}$	Elip
11,2 km/s	Một phần của parabol
$v_0 > 11,2 \text{ km/s}$	Một phần của hypebol



Một ứng dụng thú vị của các đường Conic liên quan đến quỹ đạo của các sao chổi trong hệ mặt trời của chúng ta. Trong số 610 sao chổi được biết trước năm 1970, trong đó có 245 sao chổi có quỹ đạo là đường elip, 295 sao chổi có quỹ đạo là đường parabol và 70 sao chổi có quỹ đạo là đường hyperbol. Tâm của mặt trời là tiêu điểm của mỗi quỹ đạo và mỗi quỹ đạo có đỉnh là điểm mà ở đó sao chổi gần mặt trời nhất. Chắc chắn là đã có nhiều sao chổi có quỹ đạo parabol hay hyperbol đã không được biết tới. Chúng ta chỉ nhìn thấy các sao chổi như thế có một lần. Những sao chổi có quỹ đạo elip, chẳng hạn sao chổi Halley, là ngôi sao còn tồn tại duy nhất trong hệ mặt trời của chúng ta.



Đối với những vệ tinh được phóng từ Trái Đất ta cũng có điều tương tự về mối quan hệ giữa vận tốc và quỹ đạo.

Hyperbol thường được sử dụng làm mô hình cho nhiều tình huống xảy ra trong lĩnh vực quang học và âm thanh, vì sóng ánh sáng và sóng âm va đập vào bề mặt một hyperbol theo góc nào đó được phản xạ lại theo một hướng khác. Ta có thể viết phương trình cho các trường hợp gương có dạng hyperbol, miễn là ta có đủ thông tin để xác định các giá trị a , b trong phương trình đã đưa ra cho hyperbol

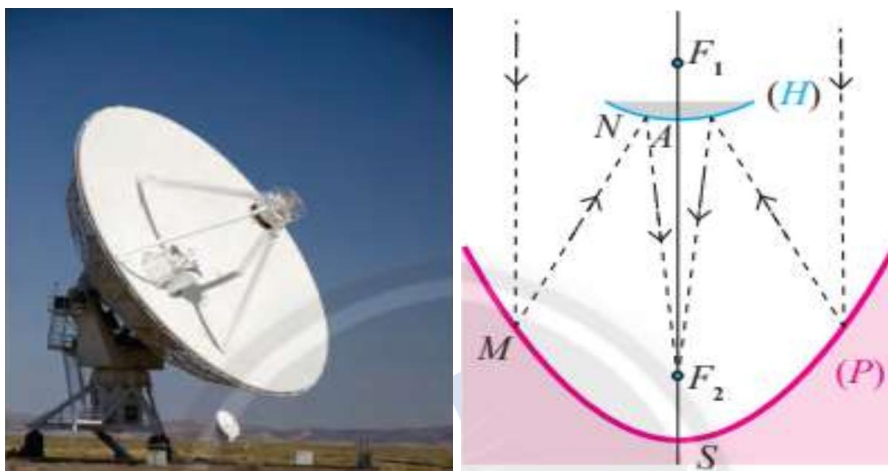
Quỹ đạo bay của một con tàu vũ trụ phóng đi từ Trái Đất phụ thuộc vào tốc độ của con tàu. Khi con tàu đạt tốc độ vũ trụ cấp 1, tức là tốc độ xấp xỉ 7,9 km/s, thì con tàu trở thành một vệ tinh của Trái Đất. Khi con tàu có tốc độ lớn hơn 11,2 km/s, thì con tàu có quỹ đạo bay là một phần của hypebol.

Để theo dõi các con tàu thám hiểm không gian quan sát các hành tinh ngoài hệ mặt trời, cơ quan nghiên cứu vũ trụ NASA sử dụng các gương phản xạ parabol lớn với đường kính bằng hai phần ba chiều dài của một sân bóng đá. Không cần phải nói, ta cũng biết rằng nhiều bài toán thiết kế được đặt ra so sức nặng của các gương phản xạ này. Một bài toán về trọng lượng đã được giải quyết bằng cách sử dụng một gương phản xạ hyperbol có cùng tiêu điểm với gương parabol để phản xạ các sóng điện từ tới tiêu điểm còn lại của hyperbol mà tại đó có lắp đặt thiết bị thu tín hiệu.

Một nhà nghiên cứu thiết kế một kính thiên văn vô tuyến chứa hai gương có mặt cắt hình parabol (P) và hình một nhánh của hypebol (H). Parabol (P) có tiêu điểm F_1 và đỉnh S . Hypebol (H) có đỉnh A , có chung một tiêu điểm F_1 với (P) và còn có tiêu điểm thứ hai là F_2 .

Nguyên tắc hoạt động của kính thiên văn đó như sau: Tín hiệu đến từ vũ trụ được xem như song song với trục của parabol (P) , khi đến điểm M của (P) sẽ cho tia phản xạ theo hướng MF_1 , tia này gặp (H) tại điểm N và cho tia phản xạ tới F_2 là nơi tiêu thụ tín hiệu.

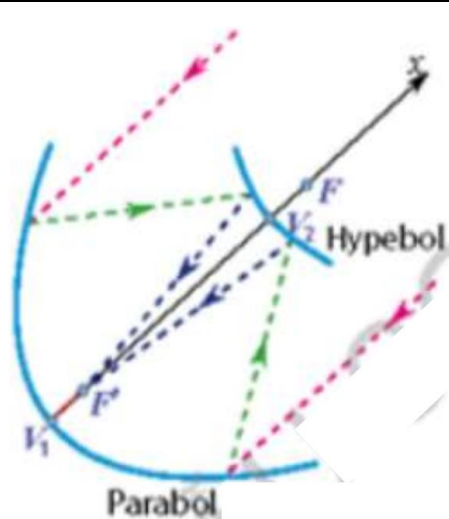
Cho biết $SF_1 = 14m$, $SF_2 = 2m$ và $AF_1 = 1m$. Viết phương trình chính tắc của (P) và (H) .



Câu 38: Một số loại kính thiên văn sử dụng kết hợp cả gương parabol và gương hypebol để thu nhận tín hiệu. Hình dưới đây mô tả mặt cắt của kính thiên văn Cassegrain “cổ điển” gồm một parabol và hypebol có cùng tiêu điểm F . Chùm tín hiệu song song với Ox đến gặp parabol sẽ phản xạ đến tiêu điểm F . Chùm tia phản xạ này khi gặp gương hypebol đặt trước tiêu điểm F sẽ hội tụ đến tiêu điểm F' còn lại của hypebol, cũng là nơi đặt bộ thu tín hiệu của kính thiên văn.



Hình ảnh: Kính thiên văn Cassergrain.



Hình ảnh: Đài quan sát thiên văn vô tuyến.

Cho biết tiêu cự của hypebol là $10m$ và khoảng cách từ vị trí đặt bộ thu đến đỉnh V_1 của parabol và đỉnh V_2 của hypebol lần lượt là $F'V_1 = 1,8m$ và $F'V_2 = 8,2m$. Hãy viết phương trình chính tắc của parabol và hypebol nói trên.

