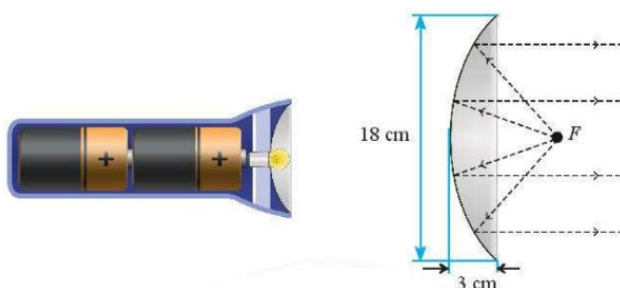


PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG MẶT PHẪNG

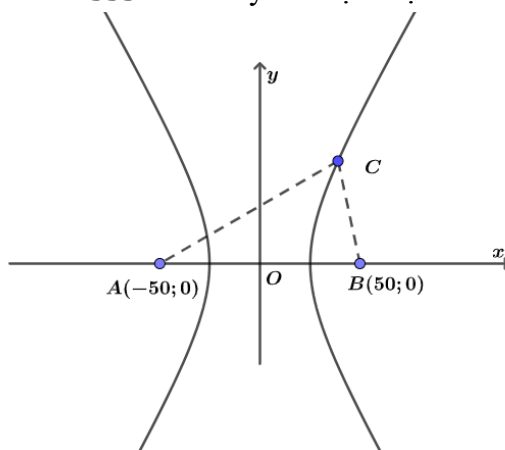
TỔNG HỢP VỀ BA ĐƯỜNG CÔN IC

Câu 1: Một đèn pin có chóa đèn mặt cắt hình parabol với kính thước trong hình trên. Giấy tóc bóng đèn được đặt ở tiêu điểm F .



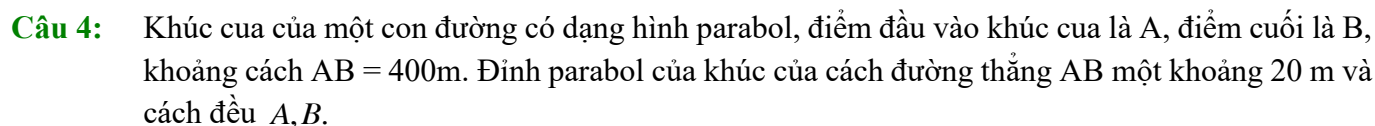
Để đèn chiếu được xa phải đặt bóng đèn cách đỉnh của chóa đèn bao nhiêu xentimét?

Câu 2: Hệ thống định vị một vị trí cần có 3 bộ phận cơ bản: Thứ nhất là bộ phận không gian để phát sóng; thứ hai là bộ phận trung tâm điều khiển; thứ 3 là bộ phận thu sóng. Người ta sử dụng tính chất giao nhau của hai đường hypebol để định vị. Hai máy phát tín hiệu A, B cách nhau 100km truyền tín hiệu đến vị trí C . Tại C , tín hiệu nhận được từ B sớm hơn 2s so với A . Biết vận tốc truyền tín hiệu trong không khí là 335 m/s. Hãy xác định vị trí có thể của điểm C .



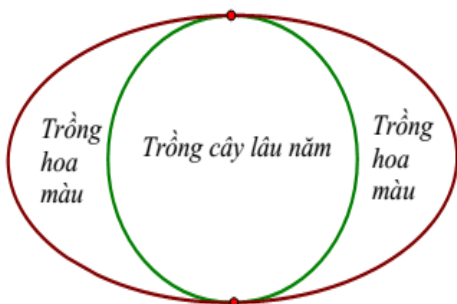
Câu 3: Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương. Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương, biết rằng phương trình cho mặt cắt của gương là

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1.$$



- Lập phương trình chính tắc của, với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng 1 m trên thực tế.
- Lập phương trình chính tắc của, với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng 1 km trên thực tế.

Câu 6: Thầy Minh có một mảnh vườn hình Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là $60m$ và $30m$. Thầy Minh chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với Elip để làm mục đích sử dụng khác nhau. Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích hình Elip được tính theo công thức $S = \pi ab$, với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục nhỏ. Biết độ rộng của đường Elip là không đáng kể.



Câu 7: Hai thiết bị A và B dùng để ghi âm một vụ nổ đặt cách nhau 1 dặm, thiết bị A ghi được âm thanh trước thiết bị B là 2 giây, biết vận tốc âm thanh là $1100 \text{ feet} / \text{s}$. Viết phương trình Hypebol chứa vị trí vụ nổ có thể xảy ra.

a) Chọn hệ tọa độ thích hợp và viết phương trình của elip nói trên.

Câu 10: Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình hypebol có phương trình $\frac{x^2}{64^2} - \frac{y^2}{35^2} = 1$

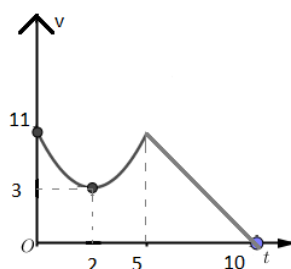
A graphic of a nuclear reactor with smoke rising from it, overlaid on the UNIX logo. The text "WE COACH" and "INSPIRE" is visible below the logo.

chuyển đổi chênh lệch thời gian nhận các tín hiệu từ A và B thành hiệu khoảng cách $|PA - PB|$

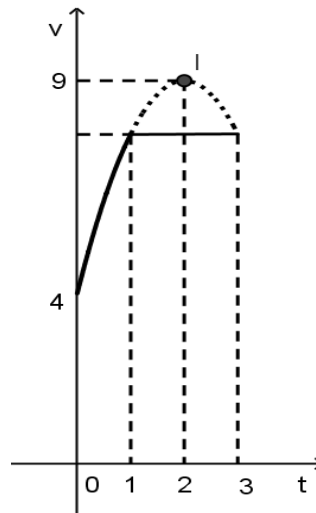
. Vận tốc di chuyển của tín hiệu là 3.10^8 m/s.

b) Chứng tỏ rằng tại mọi thời điểm trên quỹ đạo chuyển động thì thời gian con tàu nhận được tín hiệu từ B trước khi nhận được tín hiệu từ A luôn là $0,0012\text{s}$.

Câu 16: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường Parabol khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$. Cho đỉnh Parabol là $I(2;3)$ như hình vẽ. Viết phương trình quãng đường đi của chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$?



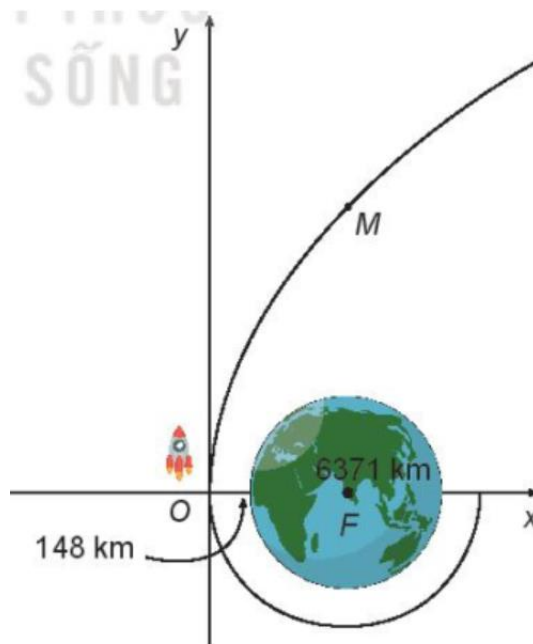
Trong thời gian 1 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Viết phương trình vận tốc mà vật chuyển động được trong 3 giờ đó.



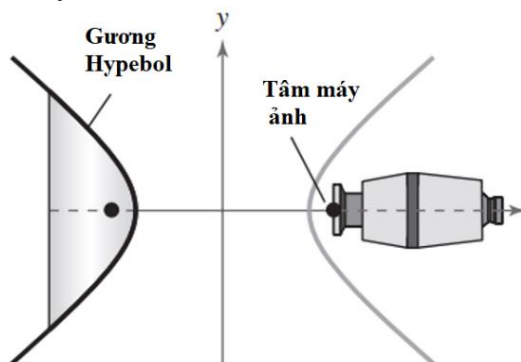
Câu 19: Quỹ đạo chuyển động của sao chổi Halley là một elip, nhận tâm mặt trời là một tiêu điểm, có tâm sai bằng 0,967. Biết khoảng cách gần nhất từ sao chổi Halley đến tâm mặt trời là khoảng 88.10^6 km, tính khoảng cách xa nhất.

Sau khi đạt được vận tốc cần thiết để thoát khỏi lực hấp dẫn của Trái Đất, tàu vũ trụ sẽ đi theo quỹ đạo parabol với tâm Trái Đất là tiêu điểm; điểm khởi đầu của quỹ đạo này là đỉnh parabol quỹ đạo.

- Viết phương trình chính tắc của parabol quỹ đạo.
- Giải thích vì sao, kể từ khi đi vào quỹ đạo parabol, càng ngày, tàu vũ trụ càng cách xa Trái Đất.

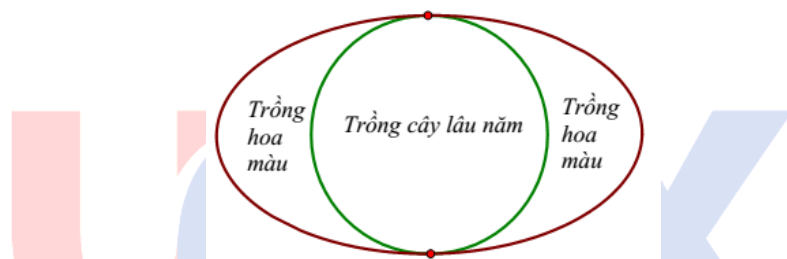


Câu 21: Để chụp toàn cảnh, ta có thể sử dụng một gương hypebol. Máy ảnh được hướng về phía đỉnh của gương và tâm quang học của máy ảnh được đặt tại một tiêu điểm của gương.



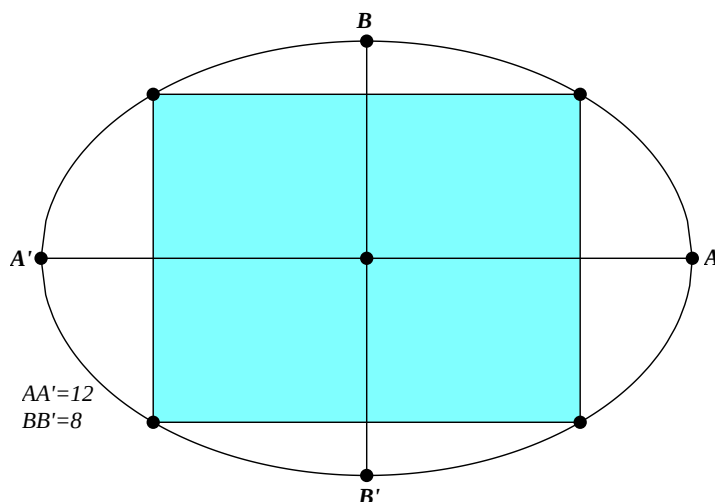
Phương trình cho mặt cắt của gương là $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm khoảng cách từ quang tâm của máy ảnh đến đỉnh của gương.

Câu 22: Ông An có một mảnh vườn hình Elip có chiều dài trục lớn và trục nhỏ lần lượt là 60 m và 30 m. Ông chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với Elip để làm mục đích sử dụng khác nhau.

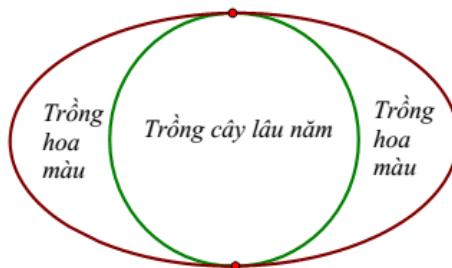


Nửa bên trong đường tròn ông trồng cây lâu năm, nửa bên ngoài đường tròn ông trồng hoa màu. Tính tỉ số diện tích T giữa phần trồng cây lâu năm so với diện tích trồng hoa màu. Biết diện tích hình Elip được tính theo công thức $S = \pi ab$ với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục bé. Biết độ rộng của đường Elip là không đáng kể.

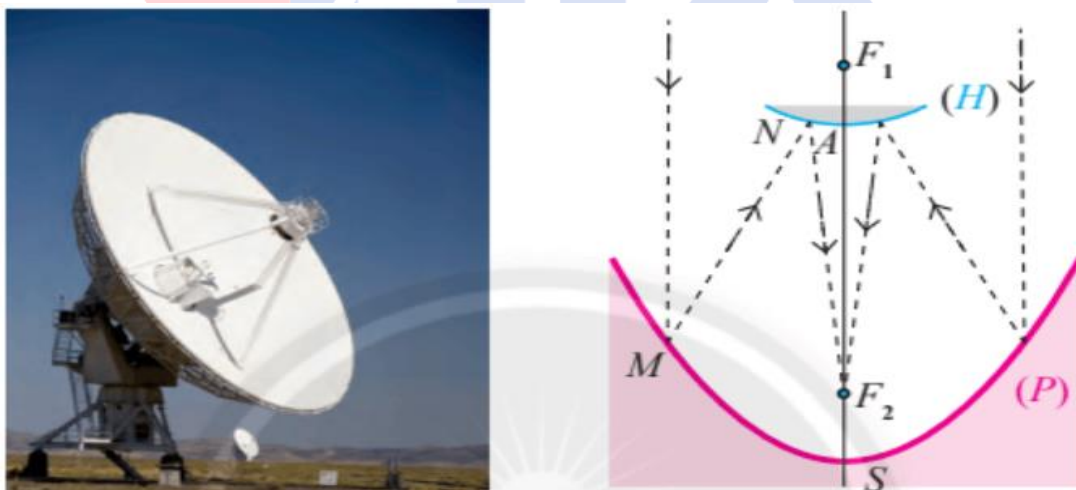
Câu 23: Một mảnh vườn hình elip có độ dài trục lớn bằng 12m, độ dài trục bé bằng 8m. Người ta dự định trồng hoa trong một hình chữ nhật nội tiếp của elip như hình vẽ. Hỏi diện tích trồng hoa lớn nhất có thể là bao nhiêu?



Câu 25: Ông A có một mảnh vườn hình Elip có chiều dài 1 trục là 60m. Ông chia mảnh vườn ra làm hai nửa bằng một đường tròn tiếp xúc trong với Elip để làm mục đích sử dụng khác nhau.

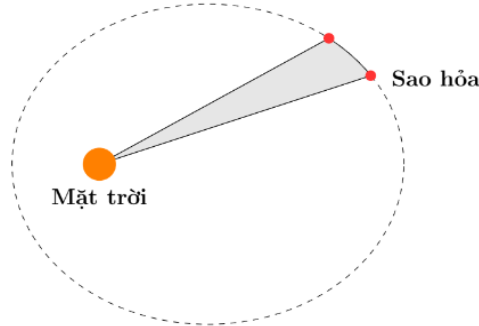


Câu 26: Ta đã biết tính chất quang học của ba đường conic, Hypebol cũng có tính chất quang học tương tự như elip: Tia sáng hướng tới tiêu điểm F_1 của hypebol (H) khi gặp một nhánh của (H) sẽ cho tia phản xạ đi qua tiêu điểm F_2 . Một nhà nghiên cứu thiết kế một kính thiên văn vô tuyến chứa hai gương có mặt cắt hình parabol (P) và hình một nhánh của hypebol (H). Parabol (P) có tiêu điểm F_1 và đỉnh S . Hypebol (H) có đỉnh A , có chung một tiêu điểm là F_1 với (P) và còn có tiêu điểm thứ hai F_2 .



Câu 27: Một quả bóng cầu thủ sút lên rồi rơi xuống theo quỹ đạo là parabol. Biết rằng ban đầu quả bóng được sút lên từ độ cao 1 m sau đó 1 giây nó đạt độ cao 10 m và 3,5 giây nó ở độ cao 6,25 m. Hỏi độ cao cao nhất mà quả bóng đạt được là bao nhiêu mét?

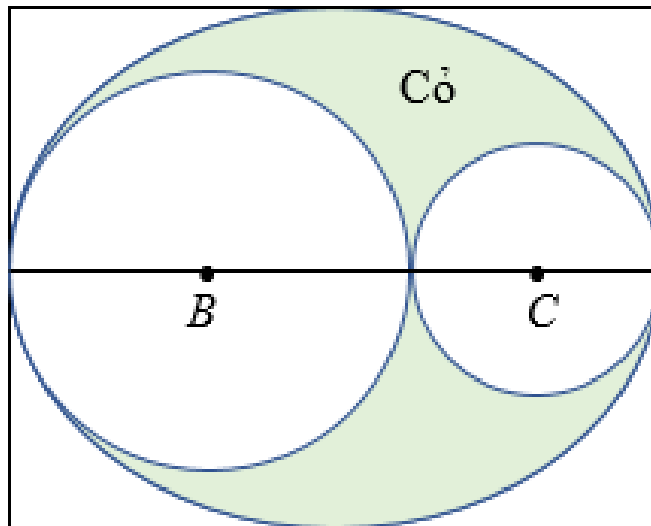
Câu 28: Quỹ đạo của Sao Hỏa là elip có bán kính trục lớn bằng 227,9 triệu km, tâm sai $e = 0,0934$ và quay quanh Mặt trời một vòng hết 687 ngày. Định luật Kepler thứ hai khẳng định rằng: đường nối một hành tinh với mặt trời quét qua những diện tích bằng nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau. Biết rằng diện tích của elip có các bán trục a, b bằng πab , tính diện tích mà đường nối Sao Hỏa và Mặt trời quét qua trong 1 giây.



Câu 29: Biết quỹ đạo của Trái đất quay quanh Mặt trời là elip và Mặt trời là một trong hai tiêu điểm, khoảng cách lớn nhất giữa Trái đất và Mặt trời là 152 triệu km, khoảng cách nhỏ nhất giữa Trái đất và Mặt trời là 147 triệu km. Hãy viết phương trình chính tắc của (E) là quỹ đạo Trái đất quay quanh Mặt trời.

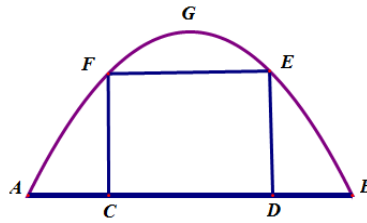
Câu 30: Hai tháp vô tuyến cách nhau 200km được đặt dọc bờ biển với A nằm về phía Tây đối với B . Các tín hiệu vô tuyến được gửi đồng thời từ mỗi tháp tới một con tàu và tín hiệu ở B nhận được sớm hơn 500 micro giây trước tín hiệu ở A . Giả sử rằng các tín hiệu vô tuyến truyền đi với vận tốc 300 mét/micro giây và con tàu nằm về phía Bắc của tháp B thì tàu cách bờ biển bao xa?

Câu 31: Thiết kế khu vườn Hạnh Phúc hình chữ nhật có chiều dài 10m và chiều rộng 8m như hình vẽ.



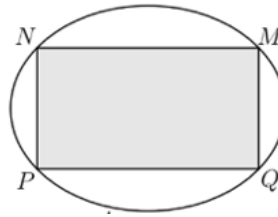
Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chỉ phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chỉ phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn hoa Hạnh Phúc bằng. Biết diện tích hình elip được tính theo công thức $S = \pi ab$, với a, b lần lượt là nửa độ dài trục lớn và nửa độ dài trục nhỏ.

Câu 32: Một chiếc cổng hình parabol bao gồm một cửa chính hình chữ nhật ở giữa và hai cánh cửa phụ hai bên như hình vẽ. Biết chiều cao cổng parabol là 4m còn kích thước cửa ở giữa là 3m x 4m.



Hãy tính khoảng cách giữa hai điểm A và B .

Câu 33: Ông Thanh có một mảnh vật liệu hình elip với trục lớn, trục nhỏ có độ dài 80cm và 60cm . Ông Thanh muốn cắt một hình chữ nhật có các cạnh song song với các trục của elip và các đỉnh của hình chữ nhật thuộc elip. Tính tỉ số $\frac{MN}{MQ}$ để hình chữ nhật có diện tích lớn nhất?



Câu 34: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho

a) Elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ và điểm $M(1;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho M là trung điểm AB .

b) Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ và điểm $M\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Viết phương trình đường thẳng đi qua M và cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $MA = 2MB$.

c) Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ và đường thẳng $d: 2x + y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ vuông góc d và cắt (E) tại hai điểm A, B sao cho tam giác OAB có diện tích bằng 1.

d) Elip $(E): x^2 + 3y^2 = 6$ có hai tiêu điểm F_1, F_2 trong đó F_1 có hoành độ âm. Gọi d là đường thẳng đi qua F_2 và song song với $\Delta: y = -x + 1$ đồng thời cắt (E) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích tam giác ABF_1 .

Câu 35: Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y^2 = 8x$ có tiêu điểm F .

a) Tìm trên (P) điểm M cách F một khoảng là 3.

b) Tìm điểm M trên (P) sao cho $S_{OMF} = 8$.

c) Tìm điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 5 = 0$ sao cho AB ngắn nhất.

Câu 36: Tìm các điểm trên hypebol $(H): 4x^2 - y^2 - 4 = 0$ sao cho:

- a) Nhìn hai tiêu điểm dưới góc vuông.
- b) Nhìn hai tiêu điểm dưới góc 120° .
- c) Có tọa độ nguyên.

Câu 37: Cho đường conic (S) có tâm sai $e = \frac{5}{6}$, một tiêu điểm $F(1;1)$ và đường chuẩn tương ứng với tiêu điểm đó là $\Delta: 3x + 4y - 12 = 0$. Biết một điểm $M(a; -3)$ với hoành độ nguyên thuộc đường conic (S) . Hỏi (S) là đường gì trong ba đường conic? Tìm a .

Câu 38: Cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, hypebol (H) có phương trình $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{\frac{12}{5}} = 1$. Chứng

minh rằng elip (E) và hypebol (H) cắt nhau tại bốn điểm phân biệt. Viết phương trình đường tròn đi qua bốn điểm đó.

Câu 39: Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(2; -1)$ biết M là trung điểm của AB và hai điểm A, B thuộc elip có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 40: Cho hyperbol $(H): \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và có hệ số góc k , Δ' là đường thẳng đi qua O và vuông góc với Δ .

a) Xác định tọa độ các tiêu điểm, tâm sai, phương trình các đường tiệm cận và đường chuẩn của (H) .

b) Tìm điều kiện của k để cả Δ và Δ' đều cắt (H) .

c) Tứ giác với bốn đỉnh là bốn giao điểm của Δ và Δ' với (H) là hình gì? Tính diện tích tứ giác này theo k . Xác định k để diện tích tứ giác đó có giá trị nhỏ nhất.

Câu 41: Cho Parabol $(P): y^2 = 2px$ ($p > 0$). A là một điểm cố định trên (P) . Một góc vuông uAt quay quanh đỉnh A có các cạnh cắt (P) tại B và C . Chứng minh rằng đường thẳng BC luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 42: Cho elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ và đường thẳng $d: 3x + 4y - 12 = 0$. Biết đường thẳng d cắt (E) tại hai điểm phân biệt A, B . Biết điểm $C(a; b) \in (E)$ sao cho ΔABC có diện tích lớn nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = a + 2b$.

Câu 43: Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 2px$ ($p > 0$) và gọi F là tiêu điểm của (P) . Chứng minh rằng đường thẳng d đi qua F tạo với chiều dương của trục Ox một góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) luôn cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt M, N . Gọi I là trung điểm của MN . Tìm quỹ tích I khi α thay đổi.

Câu 44: Trên bờ biển có hai trạm thu phát tín hiệu A và B cách nhau 6 km , người ta xây một cảng biển cho tàu hàng neo đậu là một nửa hình elip nhận AB làm trục lớn và có tiêu cự bằng $2\sqrt{5}\text{ km}$. Một con tàu hàng M nhận tín hiệu đi vào cảng biển sao cho hiệu khoảng cách từ nó đến A và B luôn là $2\sqrt{6}\text{ km}$. Khi neo đậu tại cảng thì khoảng cách từ con tàu đến bờ biển là bao nhiêu?

