



BẤT PHƯƠNG TRÌNH

HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

1. Khái niệm bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y là bất phương trình có một trong các dạng

$ax + by + c < 0; ax + by + c > 0; ax + by + c \leq 0; ax + by + c \geq 0$, trong đó a, b, c là những số cho trước; a, b không đồng thời bằng 0 và x, y là các ẩn.

2. Nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

Xét bất phương trình $ax + by + c < 0$. Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ thỏa mãn $ax_0 + by_0 + c < 0$ gọi là một **nghiệm** của bất phương trình đã cho.

Chú ý: Nghiệm của các bất phương trình $ax + by + c > 0, ax + by + c \leq 0, ax + by + c \geq 0$ được định nghĩa tương tự.

3. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm $(x_0; y_0)$ sao cho $ax_0 + by_0 + c < 0$ được gọi là **miền nghiệm** của bất phương trình $ax + by + c < 0$.

- Để biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy, ta làm như sau:

+ Bước 1: Trên mặt phẳng Oxy, vẽ đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$.

+ Bước 2: Lấy một điểm $(x_0; y_0)$ không thuộc Δ . Tính $ax_0 + by_0 + c$.

+ Bước 3: Kết luận

- Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ Δ) chứa điểm $(x_0; y_0)$.

- Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ Δ) không chứa điểm $(x_0; y_0)$.

Chú ý: Đối với các bất phương trình bậc nhất hai ẩn dạng $ax + by + c \leq 0$ (hoặc $ax + by + c \geq 0$) thì miền nghiệm là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$ (hoặc $ax + by + c > 0$) kể cả bờ.

Câu 1: Anh An là nhân viên bán hàng tại siêu thị điện máy. Anh An kiếm được một khoản hoa hồng 600 nghìn đồng cho mỗi máy giặt và 1,3 triệu đồng cho mỗi tủ lạnh mà anh ấy bán được. Hỏi để nhận được từ 10 triệu đồng trở lên tiền hoa hồng thì anh An cần bán bao nhiêu máy giặt và tủ lạnh?

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số máy giặt và số tủ lạnh anh An bán được. Khi đó số tiền hoa hồng mà anh An nhận được là $0,6x + 1,3y$ (triệu đồng). Theo đề bài, ta có:

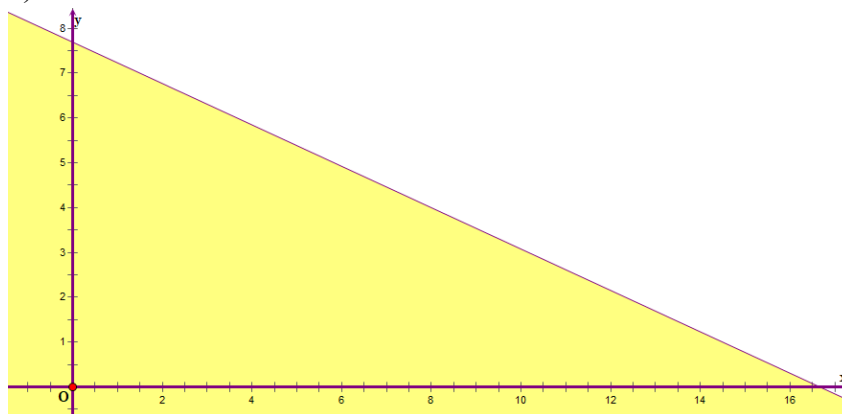
$$0,6x + 1,3y \geq 10$$

Tiếp theo ta xác định miền nghiệm của bất phương trình $0,6x + 1,3y \geq 10$ như sau:

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: 0,6x + 1,3y = 10$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy.

Bước 2. Lấy điểm $O(0;0)$ không thuộc d và thay vào biểu thức $0,6x + 1,3y$ ta được:

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d không chứa gốc tọa độ (miền không bị tô màu).



Câu 2: Một cửa hàng bán lẻ bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá 140 nghìn đồng/kg và loại thứ hai giá 180 nghìn đồng/kg. Cửa hàng trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai sao cho hạt cà phê đã trộn có giá không quá 170 nghìn đồng/kg.

- b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình tìm được ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

a) Theo đề bài, ta có: $140x + 180y \leq 170(x + y)$.

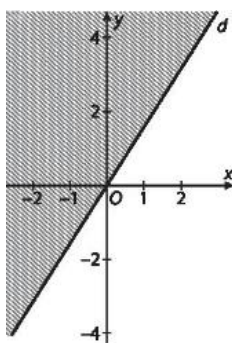
Bằng cách chuyển vế ta được bất phương trình bậc nhất hai ẩn $30x - 10y \geq 0$ hay $3x - y \geq 0$.

- b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn $3x - y \geq 0$.

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: 3x - y = 0$ trên mặt phẳng tọa độ.

Bước 2. Lấy điểm $M(1;0)$ không thuộc d và điểm M thỏa mãn $3 \cdot 1 - 0 = 3 > 0$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa điểm $M(1; 0)$.



Câu 3: Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng $60m^2$. Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5m^2$, một chiếc bàn là $1,2m^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế là bất phương trình nào sau đây? Biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là $12m^2$.

- A.** $0,5x+1,2y < 48$. **B.** $0,5x+1,2y > 48$. **C.** $0,5x+1,2y \geq 48$. **D.** $0,5x+1,2y \leq 48$

Lời giải

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$.

Vì diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là $12m^2$, do đó diện tích phần mặt sàn để kê

bàn và ghế tối đa là: $60 - 12 = 48 (m^2)$

Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5m^2$, nên diện tích để kê x chiếc ghế là $0,5x(m^2)$

Diện tích để kê một chiếc bàn là $1,2m^2$, nên diện tích để kê y chiếc bàn là $1,2y(m^2)$

Tổng diện tích cho phần mặt sàn để kê x chiếc ghế và y chiếc bàn là: $0,5x + 1,2y$

Do đó, bất phương trình cần tìm là: $0,5x + 1,2y \leq 48$.

Câu 4: Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình trong một ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng thịt bò và số lạng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày là

A. $26x + 20y < 46$. B. $26x + 20y > 46$ C. $26x + 20y \leq 46$. D. $26x + 20y \geq 46$.

Lời giải

Điều kiện: $x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*$.

Lượng protein trong x lạng thịt bò là $26x(g)$

Lượng protein trong y lạng cá rô phi là $20y(g)$

Lượng protein trong x lạng thịt bò và y lạng cá rô phi là $26x + 20y(g)$.

Vì lượng protein tối thiểu là $46g$ nên ta có bất phương trình: $26x + 20y \geq 46$

Câu 5: Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Gọi x là số phút gọi nội mạng ($x \geq 0$) và y là số phút gọi ngoại mạng ($y \geq 0$) thì bất phương trình nào sau đây mô tả được số phút gọi nội mạng và ngoại mạng trong một tháng để số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng?

A. $x + 2y < 200$. B. $2x + y < 200$. C. $x + 2y \geq 200$. D. $2x + y \leq 200$.

Lời giải

Gọi x là số phút gọi nội mạng ($x \geq 0$) và y là số phút gọi ngoại mạng ($y \geq 0$) thì số tiền cần phải trả là $x + 2y$ (nghìn đồng). Vì đề bài yêu cầu số tiền phải ít hơn 200 nghìn đồng nên ta có $x + 2y < 200$.

Câu 6: Bạn An được mẹ giao cho đi siêu thị mua 2 loại thực phẩm là cà chua và thịt lợn với số tiền mẹ đưa là 200.000 đồng. Biết rằng, mỗi cân thịt có giá là 120.000 đồng và mỗi cân cà chua có giá là 30.000 đồng. Gọi số cân thịt và số cân cà chua mà bạn An mua được lần lượt là x, y . Hãy viết bất phương trình biểu thị số tiền mà bạn An đã mua, sao cho số tiền đó không vượt quá số tiền mà mẹ đưa.

A. $12x + 3y \geq 20$. B. $12x + 3y > 20$. C. $12x + 3y < 20$. D. $12x + 3y \leq 20$.

Lời giải

Ta có:

Số tiền mua thịt là $120000x$ đồng.

Số tiền mua cà chua là $30000y$ đồng.

Nên số tiền bạn An đã sử dụng là: $120000x + 30000y$ đồng.

Số tiền đã mua không vượt quá số tiền mẹ đưa, nên ta có bất phương trình sau:

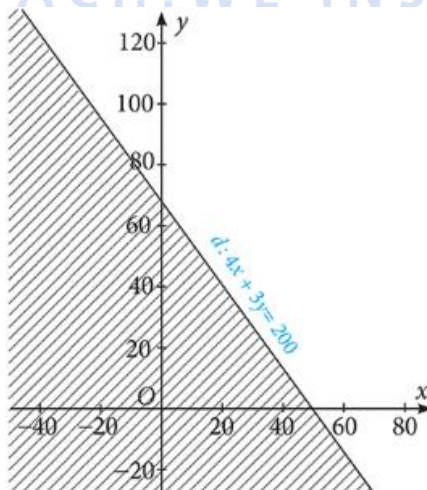
$$120000x + 30000y \leq 200000 \Leftrightarrow 12x + 3y \leq 20.$$

A. $4x+5y<100$. **B.** $4x+5y\leq 100$. **C.** $4x+5y\geq 100$. **D.** $4x+5y>100$.

Nên ta có bất phương trình sau: $3,2x + 4y \leq 80 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 100$

A. $4x + 3y \geq 200$. **B.** $4x + 3y < 200$. **C.** $4x + 3y \leq 200$. **D.** $4x + 3y > 200$.

Miền nghiệm của bất phương trình $4x+3y>200$ là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d:4x+3y=200$ không chứa điểm $O(0;0)$ được biểu diễn là miền không bị gạch chéo (không tính bờ).



A. $5x+2y \geq 80$. **B.** $5x+2y \leq 60$. **C.** $5x+2y \leq 140$. **D.** $2x+5y \leq 60$.

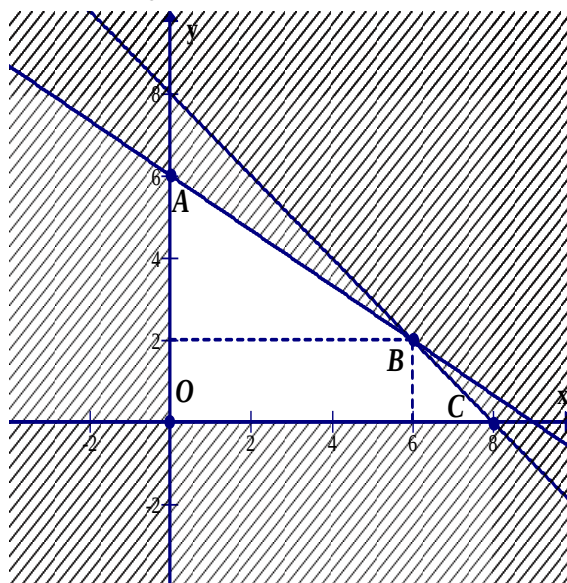
Vậy bất phương trình bậc hai thể hiện số tiền hai bạn đã mua quà là $25x+10y\leq 300$ hay $5x+2y\leq 60$.

A. $30x + 40y \leq 100$. **B.** $16x + 9y \leq 1000$. **C.** $9x + 16y \leq 10000$. **D.** $9x + 16y \leq 100$.

$$900 \times x + 1600 \times y \leq 1000000 \Leftrightarrow 9x + 16y \leq 10000$$

A. $F = 22$. **B.** $F = 18$. **C.** $F = 20$. **D.** $F = 16$.

Bài toán trở về bài toán tìm x, y thỏa mãn (1) sao cho $T(x, y)$ lớn nhất và xảy ra tại một trong các điểm O, A, B, C ở hình 1. Tại điểm B thì $T(x, y)$ đạt giá trị lớn nhất. Do đó cần trồng 6 sào đậu và 2 sào cà. Hay ta có $x = 6; y = 2 \Rightarrow F = 3.6 + 2.2 = 22$.



Câu 12: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường và 1 lít nước; pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 20 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số tiền thưởng là lớn nhất?

A. 7 lít nước cam.

B. 6 lít nước táo.

C. 3 lít nước cam, 6 lít nước táo.

D. 6 lít nước cam, 3 lít nước táo.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số lít nước cam và táo của mỗi đội pha chế ($x, y \geq 0$).

Số điểm thưởng của đội chơi này là $f(x, y) = 20x + 80y$.

Số gam đường cần dùng là $30x + 10y$ (g).

Số lít nước cần dùng là $x + y$ (l).

Số gam hương liệu cần dùng là $4y$ (g).

Vì trong cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường nên ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ 4y \leq 24 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ y \leq 6 \\ x, y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x, y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là ngũ giác $OABCD$.

Trong đó $O(0;0), A(7;0), B(6;3), C(3;6), D(0;6)$.

Suy ra $f(3;6)$ là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x, y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Như vậy để được số điểm thưởng lớn nhất cần pha chế 3 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Câu 13: Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B. Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A. Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

A. 600 đơn vị Vitamin A, 400 đơn vị Vitamin B.

B. 600 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

C. 500 đơn vị Vitamin A, 500 đơn vị Vitamin B.

D. 100 đơn vị Vitamin A, 300 đơn vị Vitamin B.

Lời giải

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ lần lượt là số đơn vị vitamin A và B để một người cần dùng trong một ngày.

Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên ta có: $400 \leq x + y \leq 1000$.

Hàng ngày, tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B nên ta có: $x \leq 600, y \leq 500$.

Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và

không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A nên ta có: $0,5x \leq y \leq 3x$.

Số tiền cần dùng mỗi ngày là: $T(x, y) = 9x + 7,5y$.

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600, 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \\ 0,5x \leq y \leq 3x \end{cases} \quad \text{để } T(x, y) = 9x + 7,5y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất.}$$

Câu 14: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6 kilogram thịt bò và 1,1 kilogram thịt lợn; giá tiền 1 kilogram thịt bò là 45 nghìn đồng, 1 kilogram thịt lợn là 35 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kilogram thịt mỗi loại để chi phí là thấp nhất.

Lời giải

Gọi số kilogram thịt bò và số kilogram thịt lợn cần mua lần lượt là $x; y$.

Khi đó thu được $800x + 600y$ đơn vị protein và $200x + 400y$ đơn vị lipid.

Số tiền để mua thịt là: $T(x, y) = 45x + 35y$ (nghìn đồng)

Theo giả thiết ta có $0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$.

$$800x + 600y \geq 900 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9$$

$$200x + 400y \geq 400 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2$$

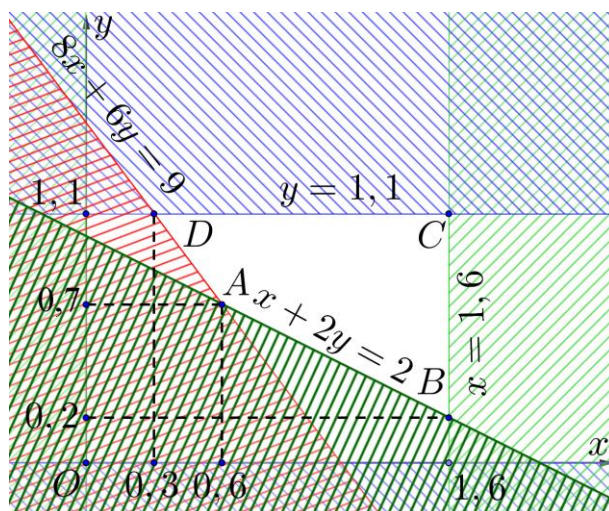
Ta có bài toán: Tìm $x; y$ thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad (*)$$

sao cho $T(x, y) = 45x + 35y$ đạt giá trị nhỏ nhất?

Miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $ABCD$ (kể cả biên) với

$A(0,6;0,7), B(1,6;0,2), C(1,6;1,1), D(0,3;1,1)$.



Thử tọa độ các điểm trên vào biểu thức $T(x, y) = 45x + 35y$ ta được

$$T(0,6;0,7) = 51,5; \quad T(1,6;0,2) = 79; \quad T(1,6;1,1) = 110,5; \quad T(0,3;1,1) = 52$$

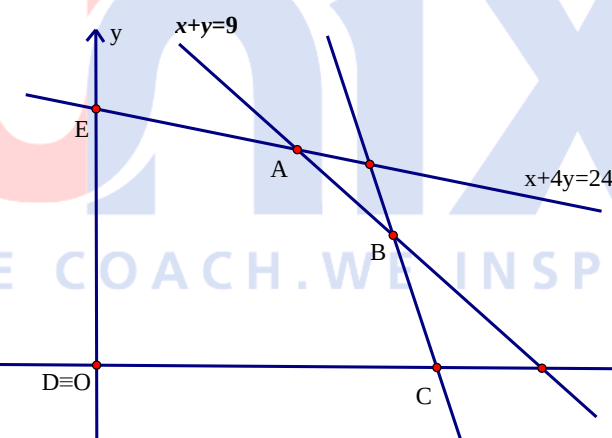
Giá trị nhỏ nhất của $T(x, y) = 45x + 35y$ bằng 51,5 khi $x = 0,6; y = 0,7$.

Vậy gia đình đó mua 0,6 kilogram thịt bò và 0,7 kilogram thịt lợn thì chi phí thấp nhất.

A. 1. **B.** 3. **C.** **-1.** **D.** -6.

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Thử nghiệm của hệ (*) trên mặt phẳng tọa độ như sau:



The graph shows three lines on a Cartesian coordinate system:

- Line 1: $x+y=9$
- Line 2: $x+4y=24$
- Line 3: $30x+10y=210$

The lines intersect at points A, B, and C. The origin is labeled $D=O$.

Câu 16: Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích $800m^2$. Nếu trồng đậu trên diện tích $100m^2$ thì cần 20 công làm và thu được 3000000 đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích $100m^2$ cần 30 công làm và thu được 4000000 đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để

thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá 180 công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

A. Trồng $600m^2$ đậu; $200m^2$ cà.

B. Trồng $500m^2$ đậu; $300m^2$ cà.

C. Trồng $400m^2$ đậu; $200m^2$ cà.

D. Trồng $200m^2$ đậu; $600m^2$ cà.

Lời giải

Giả sử diện tích trồng đậu là x ; suy ra diện tích trồng cà là $8-x$

Ta có thu nhập thu được là $S(x) = [3x + 4(8-x)] \cdot 10000 = 10000(-x + 32)$ đồng.

Tổng số công là $20x + 30(8-x) = -10x + 240$

Theo giả thiết có $-10x + 240 \leq 180 \Leftrightarrow x \geq 6$

Mà hàm số $S(x)$ là hàm nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 6$.

Do đó trồng $600m^2$ đậu, $200m^2$ cà.

Câu 17: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa (1 sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên 140 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng. Xe B chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng.

A. 4 xe A và 5 xe B.

B. 5 xe A và 6 xe B.

C. 5 xe A và 4 xe B.

D. 6 xe A và 4 xe B.

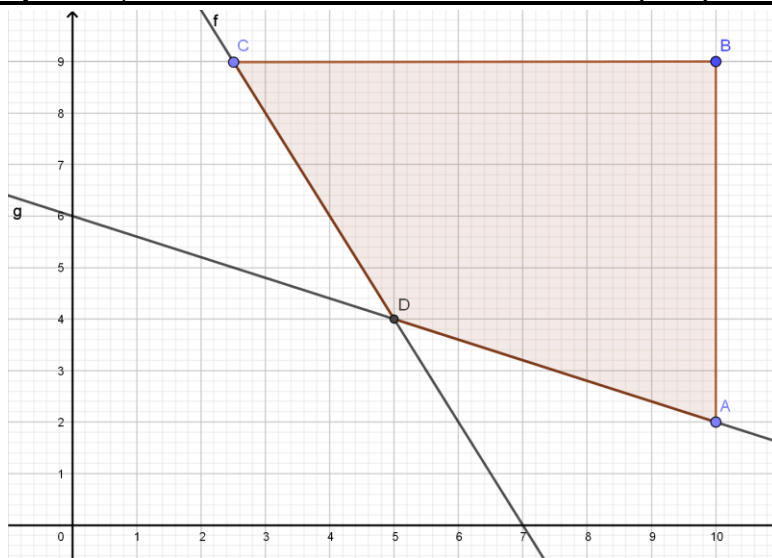
Lời giải

Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 4x + 3y$.

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$.

Xe A chở được 0,6 tấn hàng, xe B chở được 1,5 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,6x + 1,5y$.

$$\text{Theo giả thiết, ta có } \begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \end{cases} (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kẻ cả miền trong của tứ giác.

Biểu thức $T = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$.

Tại các đỉnh $A(10;2); B(10;9); C\left(\frac{5}{2};9\right); D(5;4)$, ta thấy T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}$.

Khi đó $T_{\min} = 32$.

Câu 18: Có ba nhóm máy A, B,C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Nhóm	Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
		Loại I	Loại II
A	10	2	2
B	4	0	2
C	12	2	4

Một đơn vị sản phẩm I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Hãy lập phương án để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất.

- B. 4 sản phẩm loại I và 1 sản phẩm loại II.**

Lời giải

Gọi số sản phẩm loại I cần sản xuất là x ; số sản phẩm loại II cần sản xuất là y . Đk: $x, y \geq 0$.

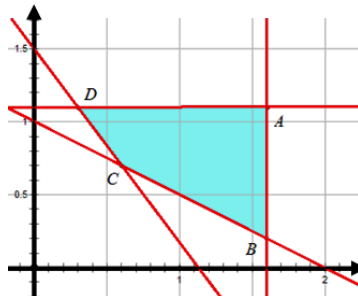
Số máy nhóm A cần sử dụng là: $2x + 2y$.

Số máy nhóm B cần sử dụng là: $2y$.

Số máy nhóm C cần sử dụng là: $2x + 4y$.

Trong các nghiệm của hệ bất phương trình (*), tìm nghiệm $(x_0; y_0)$ sao cho $T(x; y) = 225x + 115y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Miền nghiệm của hệ (*) là miền bên trong của tứ giác lồi $ABCD$ và cả biên (như hình vẽ).



Cụ thể là phải chi phí 194 nghìn đồng.

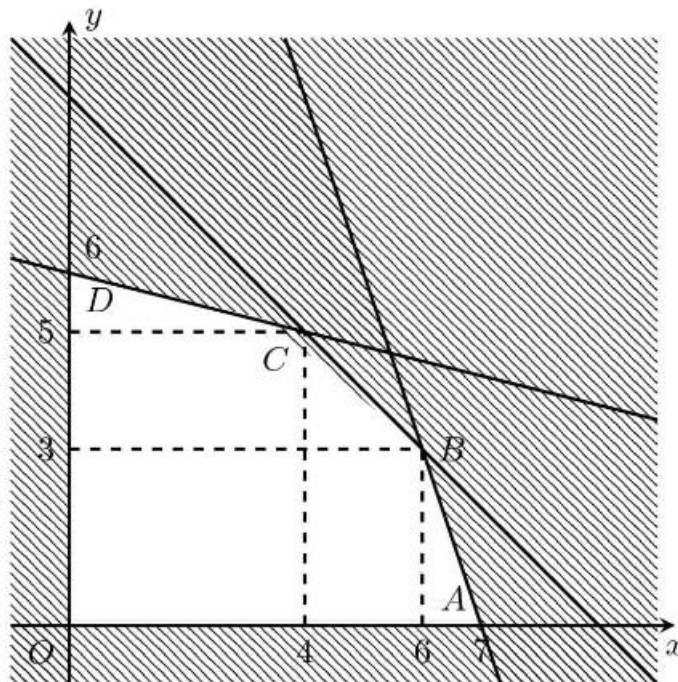
D. 5 lít nước cam và 7 lít nước táo.

Lời giải

Vì trong cuộc thi pha chế mỗi đội sử dụng tối đa $24g$ hương liệu, 9 lít nước và $210g$ đường nên ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 30x+10y \leq 210 \\ x+y \leq 9 \\ x+4y \leq 24 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y \leq 21 \\ x+y \leq 9 \\ x+4y \leq 24 \quad (*) \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x, y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).



Như vậy để được số điểm thưởng là lớn nhất cần pha chế 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.

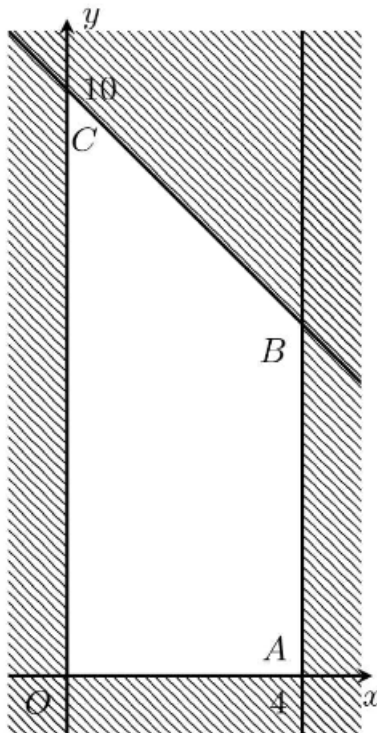
C. 92.000.000 đồng. **D.** 90.000.000 đồng.

Lời giải

Ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ 0 \leq x \leq 4 \quad (*) \\ y \geq 0 \end{cases}$$

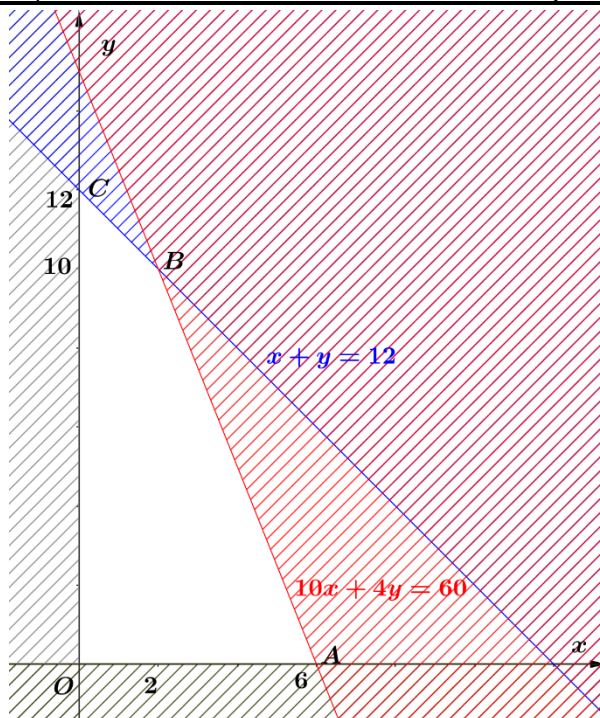
Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).


$$f(4; 6) = 94.000.000 \text{ đồng.}$$

B. 2 ha điều và 10 ha cà phê.

D. 10 ha điều và 2 ha cà phê.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được miền tứ giác $OABC$ như hình sau:



Tọa độ các đỉnh của tứ giác đó là $O(0;0)$, $A(6;0)$, $B(2;10)$, $C(0;12)$.

Gọi $F(x; y)$ là số tiền (đơn vị triệu đồng) anh Quý thu được, khi đó: $F(x; y) = 300x + 150y$.

Ta có: $F(0;0) = 0$, $F(6;0) = 1800$, $F(2;10) = 2100$, $F(0;12) = 1800$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, anh Quý cần trồng 2 ha điều và 10 ha cà phê.

Câu 23: Thêm dự định làm các tấm thiệp để bán trong một hội chợ của trường nhân dịp Ngày Phụ Nữ Việt Nam 20/10. Cần 20 phút để làm một tấm thiệp loại nhỏ có giá 15 nghìn đồng và 30 phút để làm một tấm thiệp loại lớn có giá 20 nghìn đồng. Chị Thêm chỉ có tối đa 300 phút để làm thiệp và ban tổ chức hội chợ yêu cầu phải làm được ít nhất 12 tấm thiệp. Hãy cho biết chị Thêm cần làm bao nhiêu tấm thiệp mỗi loại để có được nhiều tiền nhất.

A. 12 tấm thiệp loại nhỏ và 2 tấm thiệp loại lớn.

B. 6 tấm thiệp loại nhỏ và 6 tấm thiệp loại lớn.

C. 15 tấm thiệp loại nhỏ và 0 tấm thiệp loại lớn.

D. 0 tấm thiệp loại nhỏ và 10 tấm thiệp loại lớn.

Lời giải

Gọi x là số thiệp loại nhỏ và y là số thiệp loại lớn.

Ta có các điều kiện ràng buộc đối với x và y như sau:

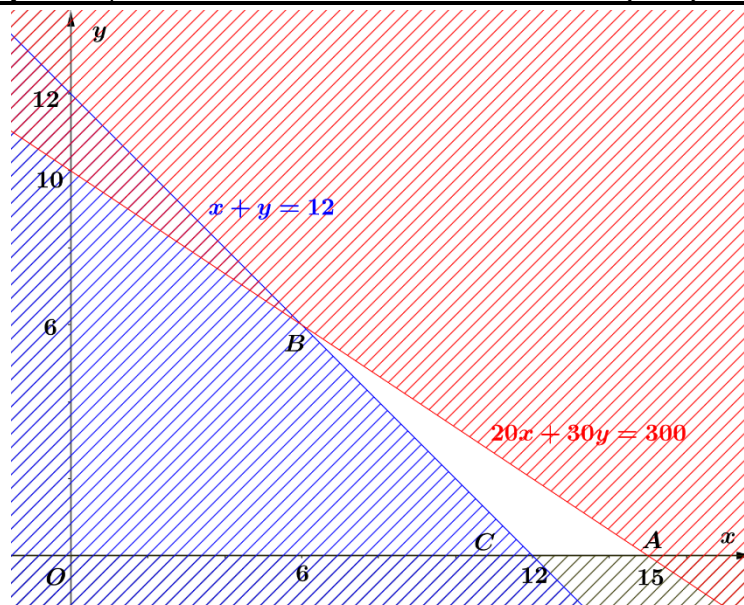
+) $x \geq 0$, $y \geq 0$.

+) Thời gian tối đa để làm thiệp là 300 phút nên $20x + 30y \leq 300$.

+) Số thiệp phải làm ít nhất là 12 tấm nên $x + y \geq 12$.

Từ đó, ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 20x + 30y \leq 300 \\ x + y \geq 12 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình này trên hệ trục tọa độ Oxy , ta được miền tam giác ABC như hình sau:



Tọa độ các đỉnh của tam giác đó là $A(15;0)$, $B(6;6)$, $C(12;0)$.

Gọi $F(x; y)$ là số tiền (đơn vị nghìn đồng) chị Thêm thu được, khi đó: $F(x; y) = 15x + 20y$.

Ta có: $F(15;0) = 225$, $F(6;6) = 210$, $F(12;0) = 180$.

Vậy để thu được nhiều tiền nhất, chị Thêm cần làm 15 tấm thiệp loại nhỏ và 0 tấm thiệp loại lớn.

Câu 24: Trong một dây chuyền sản xuất có hai công nhân là Việt và Nam. Dây chuyền này sản xuất ra sản phẩm loại I và loại II. Mỗi sản phẩm loại I, loại II bán ra thu về lợi nhuận lần lượt là 40000 đồng và 30000 đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại I thì Việt phải làm việc trong 1 giờ, Nam phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại II thì Việt phải làm việc trong 2 giờ, Nam phải làm việc trong 1 giờ. Một người không thể làm đồng thời hai loại sản phẩm. Biết rằng trong một ngày Việt không thể làm việc quá 10 giờ, Nam không thể làm việc quá 8 giờ. Lợi nhuận lớn nhất trong một ngày của dây chuyền sản xuất là

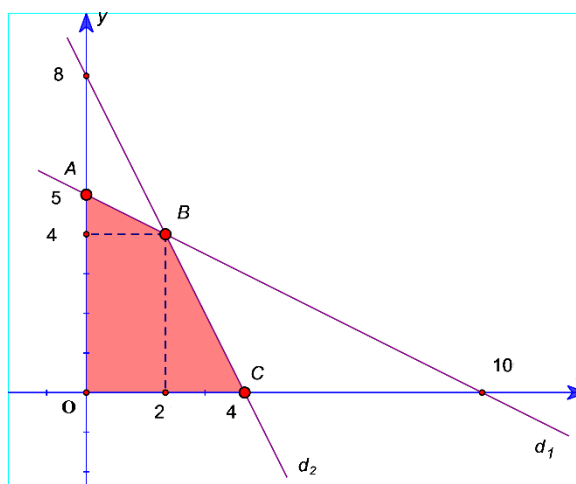
A. 150000 đồng. **B.** 100000 đồng. **C.** 120000 đồng. **D.** 200000 đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ($x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$).

$$\text{Ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + 2y \leq 10 \\ 2x + y \leq 8 \end{cases} (*).$$

Miền nghiệm của hệ phương trình (*) được biểu diễn như sau



Lợi nhuận trong một ngày của dây chuyền sản xuất là $T(x; y) = 40000x + 30000y$ (đồng)

Dựa vào miền nghiệm, ta thấy T chỉ đạt giá trị lớn nhất tại $(x; y)$ là tọa độ của một trong các điểm $O(0;0)$, $A(0;5)$, $B(2;4)$, $C(4;0)$.

Mà $P(0;0) = 0$, $P(0;5) = 150000$, $P(2;4) = 200000$, $P(4;0) = 160000$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất trong một ngày của dây chuyền sản xuất là 200000 đồng.

Câu 25: Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán hàng khuyến mại hàng hóa (một sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở 140 người và 30 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu, loại B giá 3 triệu. Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 2 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 5 tấn hàng. Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và loại B cần phải thuê để chi phí nguyên liệu thấp nhất. Tính $M = 4x - 5y$.

A. 0.

B. -5.

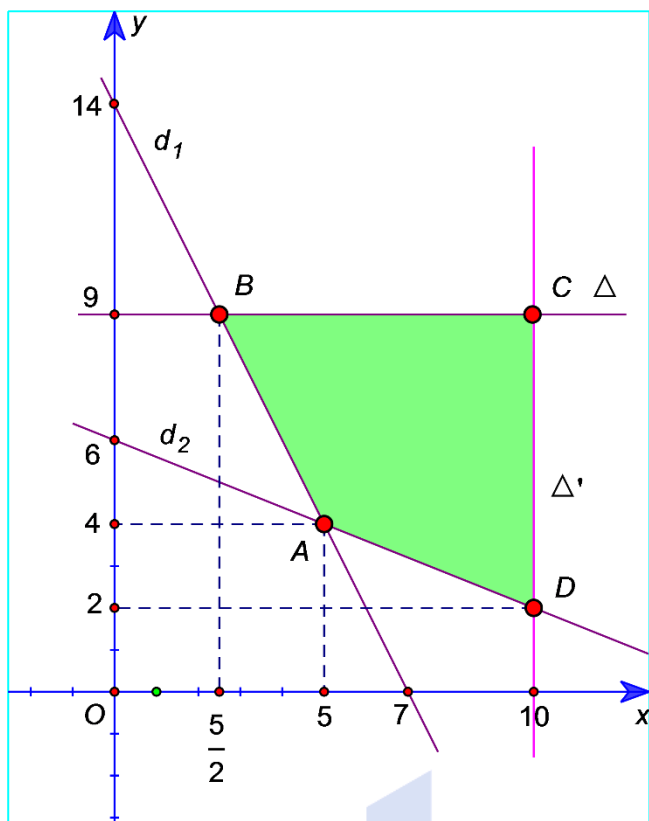
C. 1.

D. -2.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số xe A và B cần thuê ($x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$). Khi đó số tiền thuê xe là $T(x; y) = 4x + 3y$.

Theo bài ra ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 140 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ phương trình là miền đa giác $ABCD$ (kể cả biên).

Do $T(x; y)$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại $(x; y)$ là tọa độ của một trong các điểm

$A(5;4), C(10;9), D(10;2)$ (loại điểm $B\left(\frac{5}{2};9\right)$ vì điểm B không có tọa độ nguyên).

Mà $F(5;4)=32$, $F(10;9)=67$, $F(10;2)=46$ nên giá trị nhỏ nhất của $T(x;y)$ là 32 khi $x=5$, $y=4$. Vậy $4x-5y=0$.

Câu 26: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Tuấn và Hoàng. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 600 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 800 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Tuấn phải làm việc trong 3 giờ, Hoàng phải làm việc trong 2 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Tuấn phải làm việc trong 2 giờ, Hoàng phải làm việc trong 4 giờ. Biết rằng trong một tháng Tuấn không thể làm việc quá 180 giờ và Hoàng không thể làm việc quá 200 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là:

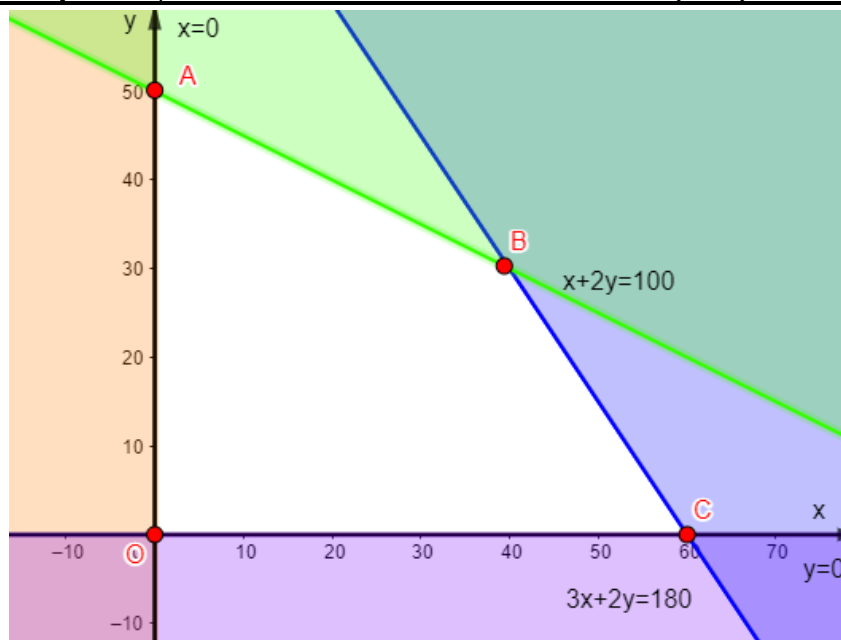
A. 40 triệu đồng. **B.** 48 triệu đồng. **C.** 32 triệu đồng. **D.** 36 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện: $x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}$.

Ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 180 \\ 2x + 4y \leq 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + 2y \leq 180 \\ x + 2y \leq 100 \end{cases}$$



Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền trong của tứ giác OABC (kể cả các cạnh OA, AB, BC, CO) với $O(0;0)$, $A(0;50)$, $B(40;30)$, $C(60;0)$.

Tiền lãi trong một tháng của xưởng là: $F(x, y) = 0,6x + 0,8y$ (triệu đồng)

Tại $O(0;0)$ thì $F = 0$

Tại $A(0;50)$ thì $F = 40$

Tại $B(40;30)$ thì $F = 48$

Tại $C(60;0)$ thì $F = 36$

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 48 triệu đồng, khi đó số sản phẩm loại I là 40 sản phẩm và số sản phẩm loại II là 30 sản phẩm.

Câu 27: Người ta dự định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 140kg chất A và 9kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng, có thể chiết xuất được 20kg chất A và 0,6kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng, có thể chiết xuất được 10kg chất A và 1,5kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất, biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II?

Lời giải

Gọi số tấn nguyên liệu loại I, loại II được sử dụng lần lượt là x ; y (tấn).

Điều kiện: $0 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 9$

Khi đó chiết xuất được $(20x + 10y)$ kg chất A và $(0,6x + 1,5y)$ kg chất B.

Tổng số tiền mua nguyên liệu là $T(x; y) = 4x + 3y$.

Theo giả thiết ta có:

$$20x + 10y \geq 140 \Leftrightarrow 2x + y \geq 14; \quad 0,6x + 1,5y \geq 9 \Leftrightarrow 2x + 5y \geq 30.$$

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} \quad \text{sao cho}$$

$T(x; y) = 4x + 3y$ có giá trị nhỏ nhất.

The graph shows the feasible region for the linear programming problem. The feasible region is a shaded quadrilateral with vertices $O(0,0)$, $A(5,4)$, $B(10,2)$, and $C(10,9)$. The constraints are $x=10$, $y=9$, $2x+y=14$, and $2x+5y=30$. The region is shaded with a cross-hatch pattern.

Ta có $A(5;4), B(10;2), C(10;9), D\left(\frac{5}{2};9\right)$.

Vậy $x = 5$; $y = 4$, nghĩa là sử dụng 5 tấn nguyên liệu loại I và 4 tấn nguyên liệu loại II thì chi phí thấp nhất.

A. Sản xuất 16 cái bàn và 48 cái ghế trong 7 tuần.

B. Sản xuất 4 cái bàn và 32 cái ghế trong 3 tuần.

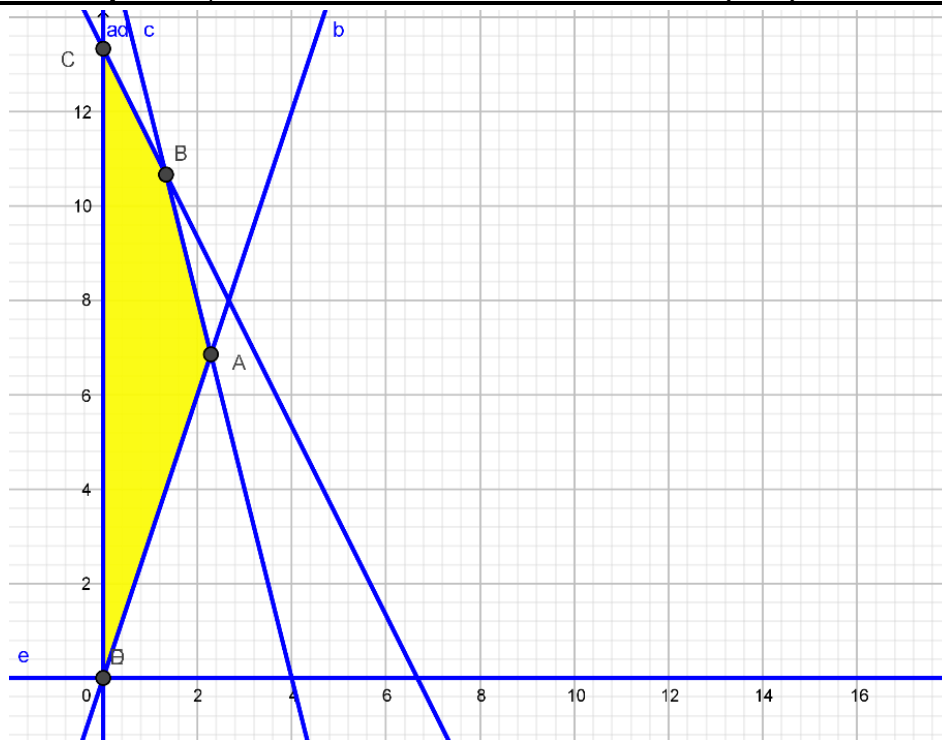
C. Sản xuất 1 cái bàn và 10 cái ghế trong 1 tuần.

D. Sản xuất 40 cái ghế trong 3 tuần.

Gọi x, y lần lượt là số bàn và số ghế mà người thợ mộc sản xuất trong một tuần ($x, y \geq 0$).

Khi đó số tiền mà người thợ mộc thu được là: $f(x; y) = 150x + 50y$ (nghìn đồng).

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 6x + 3y \leq 40 \\ y \geq 3x \\ x + \frac{y}{4} \leq 4 \\ x; y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x + 3y \leq 40 \\ y \geq 3x \\ 4x + y \leq 16 \\ x; y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$$



Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y) = 150x + 50y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*). Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $OABC$ (kể cả biên). Hàm số $f(x; y)$ sẽ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) khi $(x; y)$ là toạ độ của một trong các đỉnh $O(0; 0), A\left(\frac{16}{7}; \frac{48}{7}\right), B\left(\frac{4}{3}; \frac{32}{3}\right), C\left(0; \frac{40}{3}\right)$.

Ta có

$(x; y)$	$(0; 0)$	$\left(\frac{16}{7}; \frac{48}{7}\right)$	$\left(\frac{4}{3}; \frac{32}{3}\right)$	$\left(0; \frac{40}{3}\right)$
$f(x; y)$	0	$\frac{4800}{7}$	$\frac{2200}{3}$	$\frac{2000}{3}$

Ta thấy $f\left(\frac{4}{3}; \frac{32}{3}\right)$ là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*). Như vậy người thợ này cần sản xuất 4 cái bàn và 32 cái ghế trong vòng 3 tuần để thu về số tiền lãi lớn nhất.

Câu 29: Bác Nam có 8 sào đất dự định trồng hai loại hoa màu là đậu và cà chua. Biết rằng một sào trồng đậu cần 20 công và lãi được 3 triệu đồng, một sào trồng cà chua cần 30 công và lãi được 4 triệu đồng. Hỏi Bác Nam thu được tiền lãi cao nhất là bao nhiêu, biết tổng số công không quá 180 công.

A. 26 triệu đồng. **B.** 23 triệu đồng. **C.** 30 triệu đồng. **D.** 28 triệu đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số ha trồng đậu và trồng cà chua của hộ nông dân (Điều kiện $x, y \geq 0$).

Số ngày công trồng dâu và cà chua của hộ nông dân là $20x + 30y$.

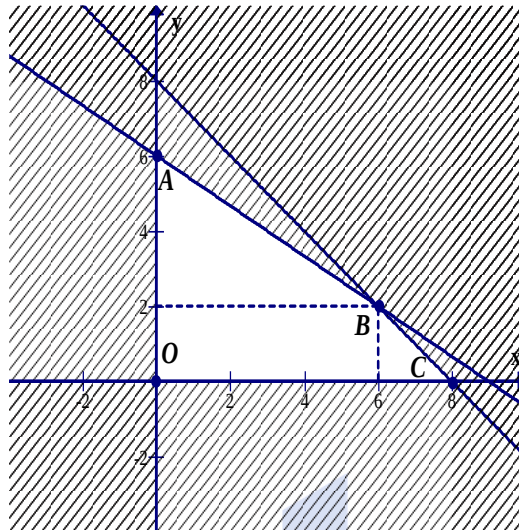
Vì có tổng diện tích là 8 ha trồng dâu và cà chua nên ta có bất phương trình $x + y \leq 8$.

Vì tổng số ngày công không vượt quá 180 nên ta có bất phương trình $20x + 30y \leq 180$ hay $2x + 3y \leq 18$.

Khi đó ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases} \quad (1).$$

Hệ bất phương trình có miền nghiệm là miền tứ giác $OABC$ với $O(0;0)$, $A(0;6)$, $B(6;2)$ và $C(8;0)$ (như hình vẽ bên dưới).



Tiền lãi: $F_{x,y} = 3x + 4y$ (triệu đồng)

Bài toán trở về bài toán tìm x, y thỏa mãn (1) sao cho $F_{x,y}$ lớn nhất và xảy ra tại một trong các điểm O, A, B, C

Ta thấy $F(0;0) = 0$, $F(0;6) = 24$, $F(6;2) = 26$ và $F(8;0) = 24$

Tại điểm B thì $F_{x,y}$ đạt giá trị lớn nhất. Do đó cần trồng 6 sào đậu và 2 sào cà chua.

Hay ta có $x=6; y=2 \Rightarrow F = 3.6 + 4.2 = 26$ (triệu đồng).

Câu 30: Có ba nhóm máy A, B, C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

Số máy trong mỗi nhóm	Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm	
	Loại I	Loại II
10	2	2
4	0	2
12	2	4

Mỗi đơn vị sản phẩm I lãi 3.000 đồng, mỗi đơn vị sản phẩm II lãi 5.000 đồng. Để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất thì cần dùng đến mấy máy thuộc nhóm A?

A. 4. **B. 6.** **C. 8.** **D. 10.**

Lời giải

Gọi x và y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất ($x, y \in \mathbb{N}$). Khi đó số lãi thu được là $L = 3x + 5y$ (nghìn đồng).

$$\begin{cases} 2x+2y \leq 10 \\ 2y \leq 4 \\ 2x+4y \leq 12. \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Đỉnh	$O(0;0)$	$A(5;0)$	$B(4;1)$	$C(2;2)$	$D(0;2)$
$L=3x+5y$	0	15	17	16	10

Câu 31: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn. Tính $x^2 + y^2$

- A.** $x^2 + y^2 = 13$. **B.** $x^2 + y^2 = 2,6$. **C.** $x^2 + y^2 = 1,09$. **D.** $x^2 + y^2 = 0,58$.

Điều kiện: $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$

Khi đó số protein có được là $800x + 600y$ và số lipid có được là $200x + 400y$

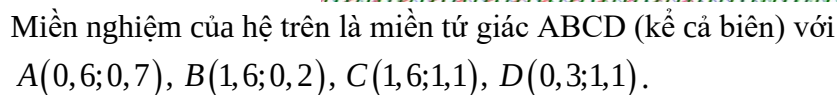
Vì gia đình đó cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày nên điều kiện tương ứng là: $800x + 600y \geq 900$ và $200x + 400y \geq 400$

$$\Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9 \text{ và } x + 2y \geq 2.$$

Chi phí để mua x kg thịt bò và y kg thịt lợn là $T = 160x + 110y$.

Ta có bài toán: Tìm $x; y$ thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases} \quad (*)$$

Sao cho $T = 160x + 110y$ đạt giá trị nhỏ nhất



Tại A: $T = 160.0,6 + 110.0,7 = 173$

Tai C: $T = 160.1,6 + 110.1,1 = 377$

Tai D: $T = 160.0, 3 + 110.1, 1 = 169$

Vậy T đạt GTNN khi $x=0,3; y=1,1 \Rightarrow x^2+y^2=0,3^2+1,1^2=1,3$.

A. 3 ha cà phê, 3 ha hồ tiêu **B.** 4 ha cà phê, 3 ha hồ tiêu

C. 3 ha cà phê, 6 ha hồ tiêu

D. 4 ha cà phê, 6 ha hồ tiêu

Lời giải

Gọi x và y là số diện tích cà phê và hồ tiêu mà gia đình anh Quang trồng ($x, y \geq 0$).

Ta có: $x + y \leq 10$ (ha)

Số công chăm sóc cà phê là: $20x \leq 80 \Rightarrow x \leq 4$.

Số tiền cần bỏ ra để thuê người trồng hồ tiêu là $30 \times 100000 = 3000000$ (đồng).

Lợi nhuận thu được là:

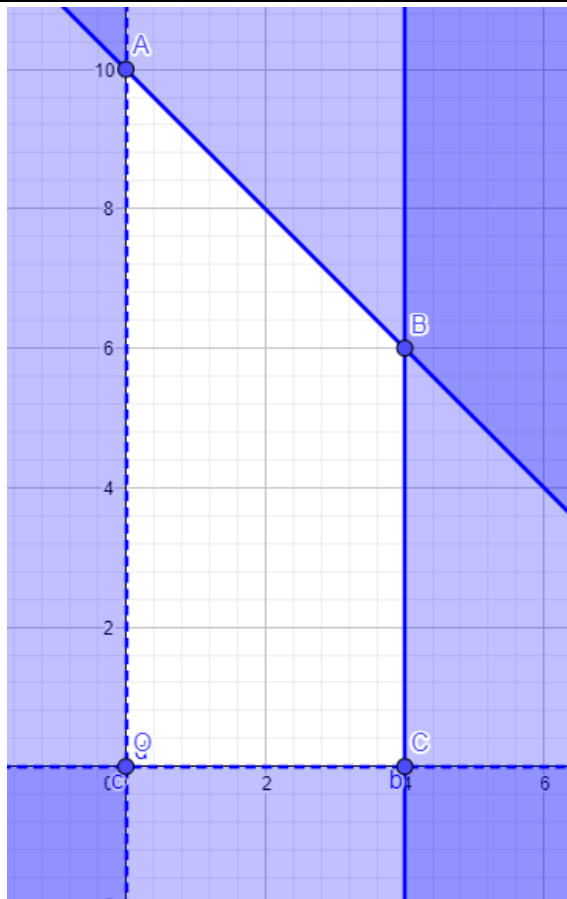
$$f(x; y) = 10000000x + 12000000y - 3000000y$$

$$\Rightarrow f(x; y) = 10000000x - 9000000y$$

Ta cần tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y \leq 10 \\ x \leq 4 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad \text{sao cho } f(x; y) \text{ là lớn nhất}$$

Biểu diễn tập nghiệm của hệ ta được



Vậy trồng 4 ha cà phê, 6 ha hồ tiêu

Câu 33: Một xưởng cơ khí có hai công nhân An và Bình. Xưởng sản xuất hai loại sản phẩm I và II . Mỗi sản phẩm loại I bán lãi 500000 đồng, mỗi sản phẩm loại II bán lãi 400000 đồng. Để sản xuất được một sản phẩm loại I thì An phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm loại II thì An phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng An không thể làm việc quá 180 giờ, Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi (triệu đồng) lớn nhất trong một tháng của xưởng là

A. 32.

B. 30.

C. 31.

D. 44.

Lời giải

Goi x, y là số sản phẩm loại I và II trong một tháng. Với $x, y \in \mathbb{N}^*$

Số tiền lãi trong một tháng là: $F = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng)

Thời gian làm việc của An trong một tháng: $3x + 2y$

Thời gian làm việc của Bình trong một tháng: $x + 6y$

Khi đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Khi đó: $F(A) = 32; F(B) = 30$.

Câu 34: Một gia đình cần ít nhất 900g chất prôtein và 400g chất lipit trong thức ăn mỗi ngày. Biết rằng thịt bò chứa 80% prôtein và 20% lipit. Thịt lợn chứa 60% prôtein và 40% lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1600g thịt bò và 1100g thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 45 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 35 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để chi phí ít nhất?

- A.** 0,5 kg thịt lợn và 1 kg thịt bò. **B.** 0,3 kg thịt lợn và 1,1 kg thịt bò.
C. 0,4 kg thịt lợn và 0,9 kg thịt bò. **D.** 0,7 kg thịt lợn và 0,6 kg thịt bò.

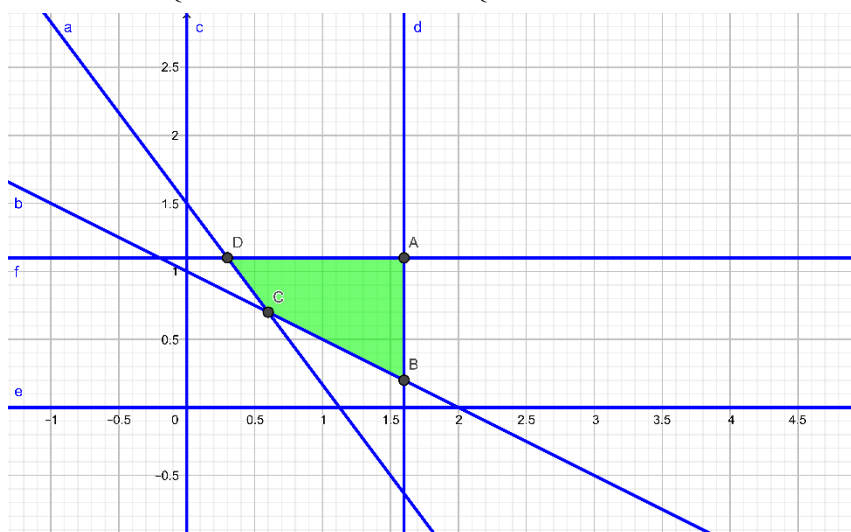
Gọi x là số kg thịt bò và y là số kg thịt lợn gia đình đó mua mỗi ngày ($0 \leq x \leq 1,6; 0 \leq y \leq 1,1$)

Số g prôtein có được trong x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $800x + 600y$.

Số g lipit có được trong x kg thịt bò và y kg thịt lợn là: $200x + 400y$.

Do gia đình này cần ít nhất 900 g protein và 400 g lipit trong thức ăn mỗi ngày nên ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 800x + 600y \geq 900 \\ 200x + 400y \geq 400 \\ 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \\ 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases} \quad (*)$$



Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ (kể cả biên).

Hàm số $f(x; y) = 45x + 35y$ sẽ đạt giá trị nhỏ nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*)

khi $(x; y)$ là toạ độ của một trong các đỉnh $A(1, 6; 1, 1), B(1, 6; 0, 2), C(0, 6; 0, 7), D(0, 3; 1, 1)$.

Ta có

$(x; y)$	$(1, 6; 1, 1)$	$(1, 6; 0, 2)$	$(0, 6; 0, 7)$	$(0, 3; 1, 1)$
$f(x; y)$	110,5	79	51,5	52

Suy ra $f(0, 6; 0, 7)$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Do đó gia đình này cần phải mua 0,6 kg thịt bò và 0,7 kg thịt lợn để số tiền bỏ ra là ít nhất.

Câu 35: Một hộ kinh doanh sản xuất 2 loại sản phẩm bán ra thị trường. Để sản xuất mỗi kg sản phẩm loại I cần 3 kg nguyên liệu và sản xuất trong 1 giờ, mỗi kg sản phẩm loại II cần 1 kg nguyên liệu và cũng sản xuất trong 1 giờ. Một kg sản phẩm loại I lãi 300 nghìn đồng, một kg sản phẩm loại II lãi 200 nghìn đồng. Mỗi ngày hộ sản xuất sử dụng không quá 6 kg nguyên liệu và làm việc không quá 4 giờ. Số tiền lãi lớn nhất mà gia đình có thể thu được trong ngày là bao nhiêu?

A. 600 nghìn đồng. **B.** 800 nghìn đồng **C.** 1200 nghìn đồng. **D.** 900 nghìn đồng.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I, II mà hộ này sản xuất trong một ngày ($x, y \geq 0$).

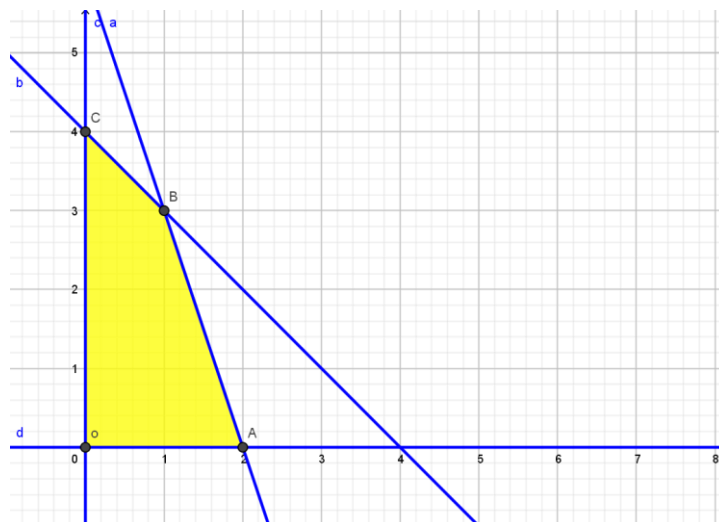
Khi đó số tiền lãi một ngày của hộ kinh doanh này là $f(x; y) = 300x + 200y$ (nghìn đồng).

Số kg nguyên liệu cần dùng trong ngày là $3x + y$ (kg).

Số giờ làm việc trong ngày là $x + y$ (giờ).

Vì mỗi ngày hộ sản xuất sử dụng không quá 6 kg nguyên liệu và làm việc không quá 4 giờ nên

ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*)$$



Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $OABC$ (kể cả biên).

Ta có

$(x; y)$	$(0; 0)$	$(2; 0)$	$(1; 3)$	$(0; 4)$
$f(x; y)$	0	600	900	800

Như vậy mỗi ngày hộ kinh doanh cần sản xuất 1 kg sản phẩm loại I và 3 kg sản phẩm loại II thì thu được số tiền lãi lớn nhất là 900 nghìn đồng.

Lời giải

Ta có:

Số tiền lãi của xưởng sản xuất là: $T = 2x + y$ (triệu đồng)

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \end{cases} \quad (*) \text{ để } T = 2x + y \text{ đạt giá trị lớn nhất.}$$

Trong đó $O(0;0), A(0;4), B(1;3), C(2;0)$.

Suy ra $T = 2x + y$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm B ứng với $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

Câu 37: Bạn An muốn dùng tối đa 40000 đồng để mua viết, bạn ấy muốn mua ít nhất 2 cây viết loại thường và ít nhất 1 cây viết loại tốt. Viết loại tốt giá 10000 đồng 1 cây, viết loại thường giá 5000 đồng/1 cây.

b) Nếu bạn An mua 4 viết tốt; 2 viết thường có phải là phương án phù hợp hay không. Và bạn An có tất cả bao nhiêu phương án lựa chọn?

Lời giải

Ta có hệ:
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 2 \\ 10000x + 5000y \leq 40000 \end{cases}$$

Câu 38: Để chuẩn bị cho lễ hội văn hóa dân gian, một lớp 10 trường Nguyễn Khuyến dự định làm hai loại tranh Tết để bán. Để hoàn thành một bức tranh loại I cần 4g màu đỏ, 0,5g màu xanh và 1g màu vàng, để hoàn thành một bức tranh loại II cần 6g màu đỏ 0,75g màu xanh và 1,5g màu. Mỗi bức tranh loại I bán với giá 20 ngàn đồng, mỗi bức tranh loại II bán với giá 50 ngàn đồng. Hỏi cần phải làm bao nhiêu bức tranh mỗi loại để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, lớp đó chỉ được dùng tối đa 200g màu đỏ, 20g màu xanh và 50g màu vàng.

Gọi x, y (bức) là số bức tranh mỗi loại I, II ($x, y \in \mathbb{N}$).

Ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 4x + 6y \leq 200 \\ 0,5x + 0,75y \leq 20 \\ x + 1,5y \leq 50 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,5x + 0,75y \leq 20 \\ x + 1,5y \leq 50 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

Số tiền thu được: $F(x, y) = 20x + 50y$ (ngàn đồng)

Tại điểm $A\left(0; \frac{80}{3}\right): F = \frac{4000}{3}$

Tại điểm $B(40;0): F = 8000$

Tại điểm $C(0;0): F = 0$

Câu 39: Bác Năm dự định trồng khoai lang và khoai mì trên mảnh đất có diện tích 8 ha. Nếu trồng 1 ha khoai lang thì cần 10 ngày công và thu được 20 triệu đồng. Nếu trồng 1 ha khoai mì thì cần 15 ngày công và thu được 25 triệu đồng. Bác Năm cần trồng bao nhiêu hecta cho mỗi loại cây để thu được nhiều tiền nhất? Biết rằng, Bác Năm chỉ có thể sử dụng được không quá 90 ngày công cho việc trồng khoai lang và khoai mì.

Gọi x (ha) là số hecta trồng khoai lang ($x \geq 0$).

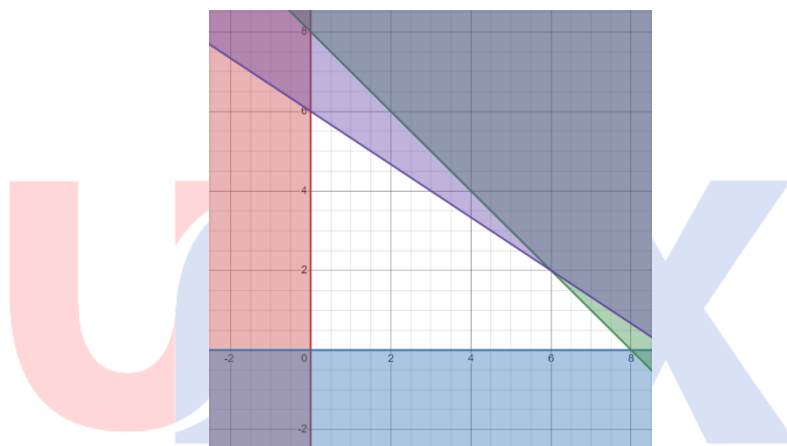
y (ha) là số hecta trồng khoai mì ($y \geq 0$).

Diện tích trồng không vượt quá 8 ha nên: $x + y \leq 8$

Số ngày công sử dụng không vượt quá 90 ngày nên: $10x + 15y \leq 90$

Ta có hệ bất phương trình mô tả các điều kiện ràng buộc:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ 10x + 15y \leq 90 \end{cases}$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình trên hệ trục tọa độ Oxy ta được miền đa giác OABC với $O(0;0), A(0;6), B(6;2), C(8;0)$

Gọi F là số tiền (đơn vị triệu đồng) bác Năm thu được $F = 20x + 25y$

Tai O(0;0), F = 20.0 + 0.25 = 0

Tai A (0;6), $F = 0.20 + 6.25 = 150$

Tai B(6;2), $F = 6.20 + 2.25 = 170$

Tai C(6;0), $F = 6.20 + 0.25 = 120$

Ta thấy F đạt giá trị lớn nhất bằng 170 tại $B(6;2)$.

Vậy để thu nhiều tiền nhất bác Năm cần trồng 6 ha khoai lang và 2 ha khoai mì