

III

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

1. Định lý côsin trong tam giác

Định lý côsin

Với mọi tam giác ABC , nếu đặt $BC = a, CA = b, AB = c$ thì ta luôn có:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Hệ quả

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}; \quad \cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}; \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

2. Định lý sin trong tam giác

Định lý sin

Với mọi tam giác ABC , đặt $BC = a, CA = b, AB = c$, ta có: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$,

trong đó R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Hệ quả

$$a = 2R \sin A \quad \sin A = \frac{a}{2R}$$

$$b = 2R \sin B \quad \sin B = \frac{b}{2R}$$

$$c = 2R \sin C \quad \sin C = \frac{c}{2R}$$

3. Các công thức tính diện tích tam giác

Cho tam giác ABC . Ta kí hiệu:

- h_a, h_b, h_c là độ dài các đường cao lần lượt ứng với các cạnh BC, CA, AB .

- R, r lần lượt là bán kính các đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp của tam giác.

- p là nửa chu vi tam giác.

- S là diện tích tam giác.

Ta có các công thức tính diện tích tam giác sau:

$$1) S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

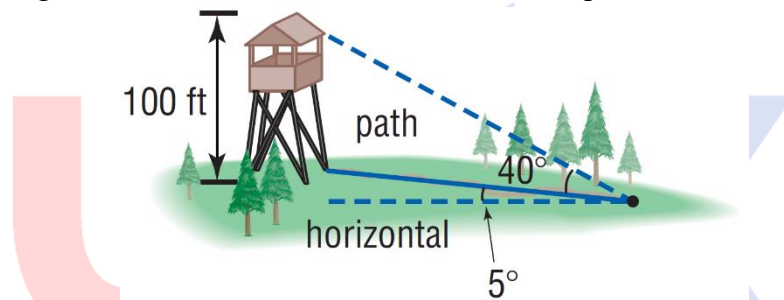
$$2) S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B$$

$$3) S = \frac{abc}{4R}$$

$$4) S = pr ;$$

$$5) S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \text{ (công thức Heron).}$$

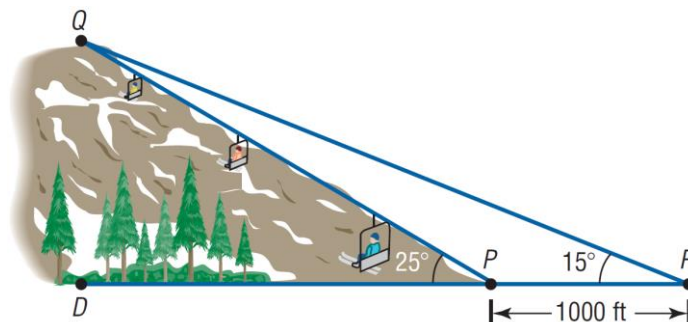
Câu 1: **Tính khoảng cách.** Một nhân viên kiểm lâm đang đi trên đường nghiêng một góc 5° so với đường thẳng đứng để hướng về tháp quan sát cao 100 feet. Góc độ cao từ chân lên đỉnh tháp là 40° . Tính khoảng cách từ nhân viên kiểm lâm đến chân tháp vào thời điểm đó.



Câu 2: **Tìm chiều cao của một ngọn núi.** Để đo được chiều cao của một ngọn núi, một nhân viên trắc địa nhìn đỉnh núi tại hai vị trí cách nhau 900 mét nằm trên một đường thẳng đến ngọn núi (quan sát hình minh họa). Lần quan sát đầu tiên người này nhìn đỉnh núi với một góc nâng là 47° và lần thứ hai nhìn đỉnh núi với một góc nâng là 35° . Giả sử máy toàn đạc cao 2 mét, tìm chiều cao h của ngọn núi.

Câu 3: **Xác định độ dài của cáp treo trượt tuyết và độ cao của núi.**

Tham khảo hình vẽ.



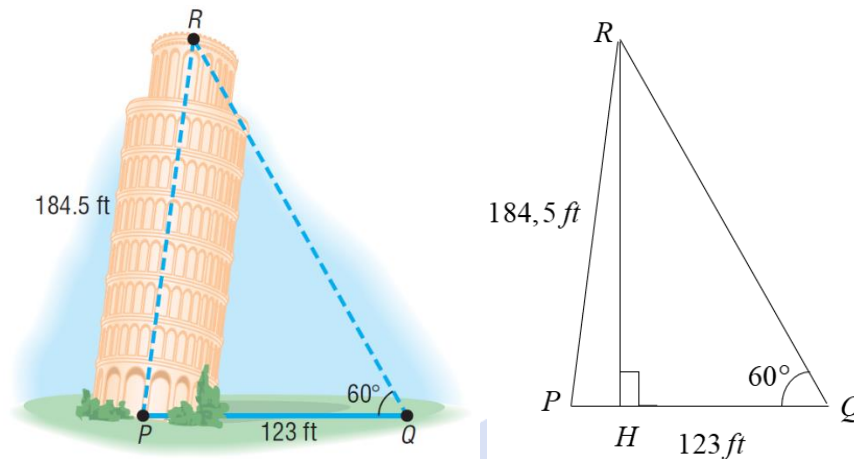
Để xác định chiều dài của cáp treo trượt tuyết cần lắp đặt từ điểm P đến điểm Q , một nhân viên trắc địa đo được $\angle DPQ$ bằng 25° , sau đó anh ta đi xa ra một đoạn 1000 feet tới điểm R và đo được $\angle PRQ$ bằng 15° .

a) Tính khoảng cách từ điểm P đến điểm Q ?

b) Tính chiều cao QD của núi?

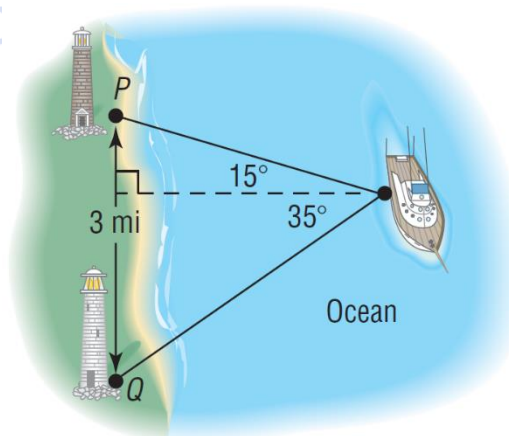
Câu 4: **Xác định độ cao của một chiếc máy bay.** Một chiếc máy bay được quan sát bởi hai người cách nhau 1000 ft trên mặt đất. Máy bay bay trên đường nối liền giữa hai người và mỗi người quan sát nó theo một góc nâng được chỉ ra trong hình vẽ. Hỏi độ cao của chiếc máy bay so với mặt đất là bao nhiêu?

Câu 5: **Tìm độ nghiêng của tháp nghiêng Pisa.** Tháp nghiêng Pisa nổi tiếng có chiều cao là 184,5 feet. Góc nâng nhìn từ điểm Q cách chân tháp P một khoảng 123 feet lên đỉnh R của tháp có số đo là 60° . Tìm số đo góc RPQ (như hình vẽ) và tìm khoảng cách từ đỉnh R của tháp đến đường thẳng PQ .



Câu 6: **Tính toán khoảng cách trên biển.** Hoa tiêu của một chiếc tàu trên biển phát hiện ra trên bờ biển có hai ngọn hải đăng cách nhau 3 dặm. Người ấy xác định được các góc tạo thành giữa các đường ngắm của hai ngọn hải đăng và đường thẳng từ tàu vuông góc với bờ là 15° và 35° (xem hình minh họa).

- Con tàu cách ngọn hải đăng P bao xa?
- Con tàu cách ngọn hải đăng Q bao xa?
- Con tàu cách bờ bao xa?



Câu 7: **Thiết kế mái che.** Một mái hiên che cửa kính có độ cao 88 inch và tạo với vách tường một góc 50° . Mục đích của mái hiên là che được ánh nắng mặt trời chiếu vào nhà khi góc giữa tia sáng mặt trời với mặt đất lớn hơn 65° . Xem hình vẽ. Tính độ dài L của mái hiên.

Câu 8: **Xác định độ cao của máy bay.** Hai cảm biến được đặt cách nhau 700 feet dọc theo đường dẫn tới một sân bay nhỏ. Khi một máy bay bay ở gần sân bay, góc nhìn từ cảm biến thứ nhất đến máy bay là 20° , và từ cảm biến thứ hai đến máy bay là 15° . Xác định độ cao của máy bay tại thời điểm này.

a) Tính góc mà thuyền trưởng quay đầu để đi thẳng đến Barbados?

San Juan

Barbados

600

20°

a) Nếu máy bay duy trì tốc độ trung bình 220 dặm một giờ và nếu lỗi sai về hướng bay được phát hiện ra sau 15 phút, thì viên phi công nên điều chỉnh hướng bay chệch lên theo góc nào để bay tới được Louisville?

Chicago

330 dặm

10°

Louisville

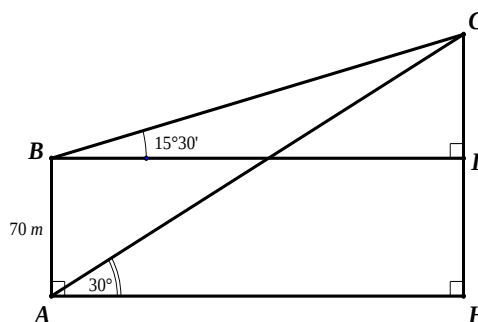
C

Phát hiện lỗi ở đây

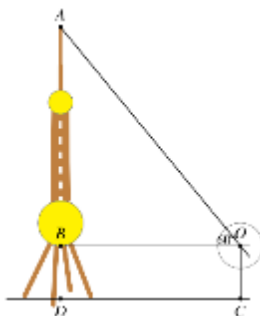
18 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

Diagram for Question 10: A stick figure stands 15m from a wall. The angle of elevation to the top of the wall is 45° , and the angle of depression to the base of the wall is 15° . The height of the wall is labeled h .

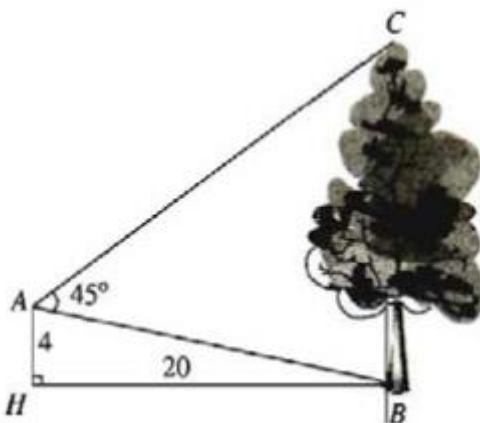
The diagram shows a building AB of height 70 m on level ground. A hillside AC rises from point A . A horizontal dashed line is drawn from point B to the hillside. The angle of depression from B to C is $15^\circ 30'$. The angle of inclination of the hillside AC is 30° .



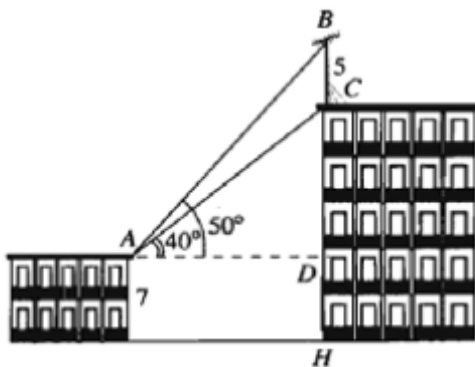
Câu 20: Xác định chiều cao của một tháp mà không cần lên đỉnh của tháp. Đặt kế giác thẳng đứng cách chân tháp một khoảng $CD = 60\text{m}$, giả sử chiều cao của giác kế là $OC = 1\text{m}$. Quay thanh giác kế sao cho khi ngắm theo thanh ta nhìn thấy đỉnh A của tháp. Đọc trên giác kế số đo của góc $AOB = 60^\circ$. Tính chiều cao của ngọn tháp ?



Câu 21: Từ vị trí A người ta quan sát một cây cao (hình vẽ). Biết $AH = 4\text{m}$, $HB = 20\text{m}$, $BAC = 45^\circ$. Chiều cao của cây bằng bao nhiêu?



Câu 22: Trên nóc một tòa nhà có một ăng-ten cao 5m . Từ vị trí quan sát A cao 7m so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của một cột ăng-ten dưới góc 50° và 40° so với phương nằm ngang. Tính chiều cao của tòa nhà.



Câu 23: Người ta xây một sân khấu với sân có dạng của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn là 20m và 15m . Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30m . Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 nghìn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 nghìn đồng. Hỏi số tiền làm mặt sân khấu là bao nhiêu?

A. $5,78m$. **B.** $6,22m$. **C.** $3,42m$. **D.** $5,42m$.

A. $h \approx 23,3$ m. **B.** $h \approx 24,3$ m. **C.** $h \approx 25,3$ m. **D.** $h \approx 26,3$ m.

A triangle with vertices A, B, and C. Vertex B is at the top, A is at the bottom left, and C is at the bottom right. Side AB is labeled 15, side BC is labeled 20, and the interior angle at vertex B is labeled 120° .

A. 92000 đồng. **B.** 140000 đồng. **C.** 18400 đồng. **D.** 121600 đồng.

A. 0,6 km. **B.** 1,32 km. **C.** 7,5 km. **D.** 0,98 km.

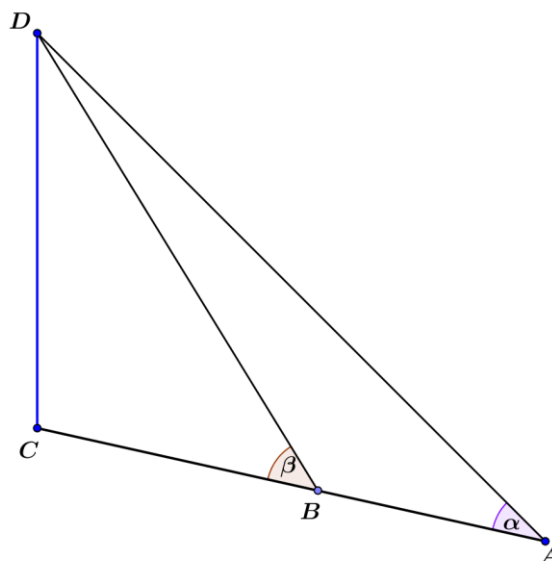
-
- A triangle with vertices M , N , and P . The side MN is labeled 20 m , the side NP is labeled 28 m , and the base side MP is labeled 32 m .

A. 47505000 (đồng). **B.** 48000000 (đồng). **C.** 41569000 (đồng). **D.** 40000000 (đồng).

Câu 32: Trong đợt bão Noru đổ bộ vào miền Trung năm 2022, có hai tàu đánh cá thuộc hai tỉnh cùng neo đậu tại một khu tránh trú bão. Sau khi bão tan, hai tàu cùng xuất phát về cảng cá quê nhà, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 28 km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 25 km/h . Sau 6 giờ, cả hai tàu cùng cập cảng của mình. Hỏi hai cảng cá cách nhau bao nhiêu km ?

- A. 168 km . B. $195,7\text{ km}$. C. 150 km . D. $159,8\text{ km}$.

Câu 33: Để đo chiều cao của một cái tháp trong hai cái tháp đôi của tỉnh Bình Định người ta gọi vị trí đứng ngắm là đỉnh D của thân tháp, C là hình chiếu của D trên mặt đất. Tại khu vực quan sát đặt cột tiêu ở vị trí A và vị trí B sao cho A, B, C thẳng hàng và đo được độ dài $AB = 10\text{ m}$ $CBD = \beta = 63^\circ$, $CAD = \alpha = 48^\circ$ (Tham khảo hình vẽ bên). Khi đó chiều cao $CD = h$ của tháp đôi gần với giá trị nào sau đây?



- A. $24,7\text{ m}$. B. 25 m C. $25,6\text{ m}$. D. 26 m

Câu 34: Để đo chiều cao của một cây Cau, người ta dùng một chiếc thang có chiều dài 5 m. Ta căn chỉnh sao cho đỉnh thang vào đúng vị trí thân Cau cần đo (giả sử trừ ngọn Cau). Lúc này ta đo chiều dài từ chân thang đến gốc cây Cau là 4 m. Hỏi chiều cao cây Cau là bao nhiêu?



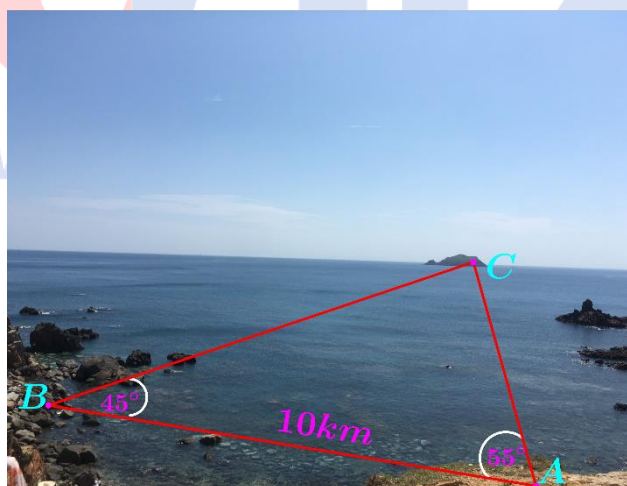
A. 2m .

B. 5m .

C. 2,5m .

D. 3m .

Câu 35: Để đo khoảng cách từ làng chài Mỹ Quang vị trí A (xã An Chấn, huyện Tuy An, Tuy Hòa) ra Hòn Chùa vị trí C, người ta chọn vị trí B trên đất liền sao cho khoảng cách giữa A và B là 10 km và tại hai vị trí này đều nhìn ra được Hòn Chùa. Biết rằng $\angle CAB = 55^\circ$, $\angle CBA = 45^\circ$. Khoảng cách từ A đến C gần nhất giá trị nào sau đây?



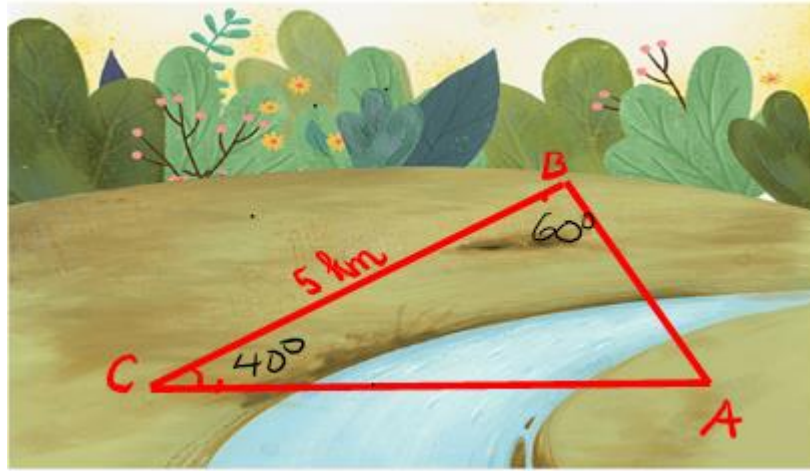
A. 8,1km .

B. 7,2km .

C. 8,5km .

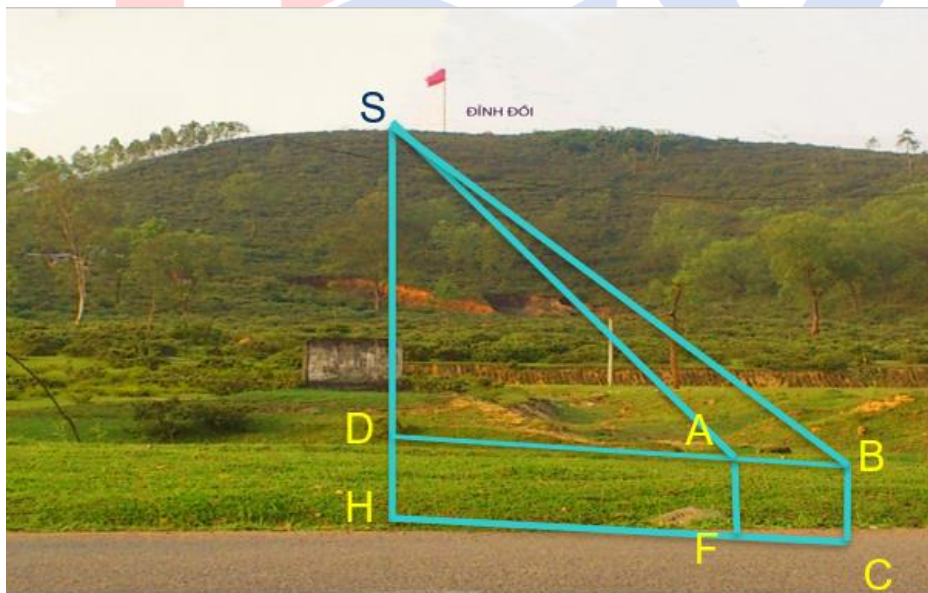
D. 7,5km .

Câu 36: Nhà bạn Bình và nhà bạn Chung cách trường học một con suối. Hàng ngày Bình và Chung phải đi học qua con suối sang bên kia suối. Biết nhà hai bạn cách nhau 5km, tại vị trí nhà bạn Bình đo được góc nghiêng so với bờ suối tới vị trí trường học là 60° , nhà bạn Chung đo được góc nghiêng so với bờ suối tới vị trí trường học là 40° . Khi đó, khoảng cách từ nhà bạn Bình và bạn Chung tới trường học lần lượt dài là



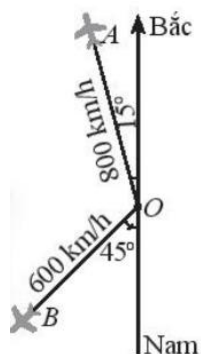
- A. 4,4km và 3,3km. B. 2km và 3km. C. 3,3km và 4,4km. D. 2,3km và 3,5km.

Câu 37: Cạnh Ngã ba Đồng Lộc (Hà Tĩnh), còn có một quả đồi, giờ đây được đặt tên là đồi La Thị Tám, để ghi nhận hành động dũng cảm của một cô gái, may mắn còn sống sau những ngày chiến tranh khốc liệt, đó là nữ anh hùng La Thị Tám. Để đo độ cao SH của quả đồi so với mặt đường, một nhóm học sinh đã tiến hành đo đạc tại vị trí A và B . Biết rằng độ cao $AF = 1,3m$. khoảng cách $AB = 40m$, phương nhìn AS tạo với phương nằm ngang 1 góc 13° , phương nhìn BS tạo với phương ngang góc 11° . Hỏi quả đồi cao bao nhiêu mét so với mặt đường?



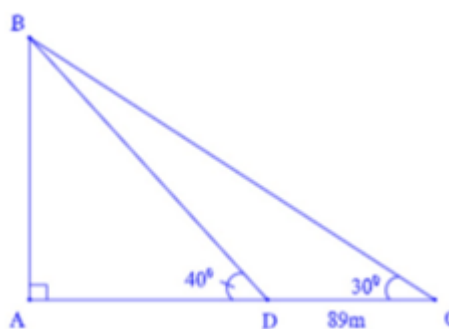
- A. 48m. B. 55m. C. 50m. D. 45m.

Câu 38: Hai máy bay rời một sân bay cùng một lúc. Một chiếc bay với vận tốc 800 km/h theo hướng lệch so với hướng bắc 15° về phía tây. Chiếc còn lại bay theo hướng lệch so với hướng nam 45° về phía tây với vận tốc 600 km/h (Hình 1). Hỏi hai máy đó cách nhau bao xa sau 3 giờ?



Hình 1

Câu 39: Để đo chiều cao AB của một cái tháp, người ta chọn hai điểm C, D trên mặt đất cách nhau $89m$. Từ C, D lần lượt nhìn lên đỉnh B của tháp dưới các góc lần lượt là 30° và 40° (tham khảo hình vẽ).



Tính chiều cao của tháp?

unix
WE COACH.WE INSPIRE