

HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Tên	Nội dung	Hình vẽ
1. Các hệ thức lượng trong tam giác	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ Với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC	
2. Định lí cosin	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	
3. Định lí sin	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ Với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC	
4. Công thức tính độ dài đường trung tuyến trong tam giác	$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ $m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$ $m_c^2 = \frac{2(b^2 + a^2) - c^2}{4}$	
5. Công thức tính diện tích của tam giác	$S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ch_c$ $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$ $S = \frac{abc}{4R}$ $S = pr$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	

	Với R, r là bán kính đường tròn ngoại, nội tiếp tam giác ABC	
6. Diện tích hình vuông.	Bình phương cạnh góc vuông	

Câu 40: Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA=1$, $MB=2$, $MC=\sqrt{2}$. Tính góc AMC .

Câu 41: Tam giác ABC vuông tại A có $AB = AC = a$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{BC}{3}$.
Độ dài AM bằng bao nhiêu?

Câu 42: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

$$a^4 = b^4 + c^4 \Leftrightarrow 2\sin^2 A = \tan B \cdot \tan C.$$

Câu 43: Tính các góc của tam giác ABC biết $\cos A + \sqrt{3}(\cos B + \cos C) = \frac{5}{2}$.

Câu 44: Cho tam giác ABC có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Gọi S là diện tích tam giác ABC . Chứng minh rằng $S = \frac{c^2}{2(\cot A + \cot B)}$.

Câu 45: Cho tam giác ABC thỏa mãn điều kiện $\sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 (B + C)$. Chứng minh rằng tam giác ABC vuông.

Câu 46: Cho tam giác ABC có $\frac{c}{b} = \frac{m_b}{m_c} \neq 1$. Chứng minh rằng $2\cot A = \cot B + \cot C$.

Câu 47: Tính góc C của $\triangle ABC$ biết $a \neq b$ và $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$.

Câu 48: Trong tam giác ABC , nếu có $2h_a = h_b + h_c$ thì $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$.

Câu 49: Cho tam giác cân ABC có $A=120^\circ$ và $AB=AC=a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .

Câu 50: Cho tam giác ABC có hai góc nhọn A, B thỏa mãn $\sin^2 A + \sin^2 B = \sqrt[2022]{\sin C}$. Xác định số đo góc C của tam giác.

Câu 51: Tam giác ABC có các cạnh a, b, c và bán kính đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp lần lượt là R, r thỏa mãn đẳng thức: $\frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} + \frac{2r}{R} = 4$ (1). Chứng minh rằng tam giác ABC là tam giác đều.

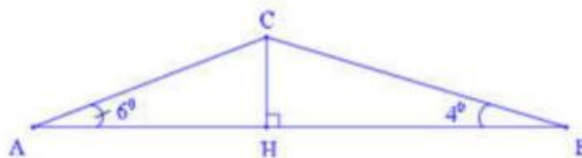
Câu 52: Cho tam giác nhọn ABC có đường phân giác trong AD , trung tuyến BM và đường cao CH đồng quy. Chứng minh rằng $\frac{\sin B + \sin C}{\sqrt{\cos^2 B + \sin^2 C}} = \frac{\sin C}{\cos B}$.

Câu 53: Cho tam giác ABC , chứng minh rằng:

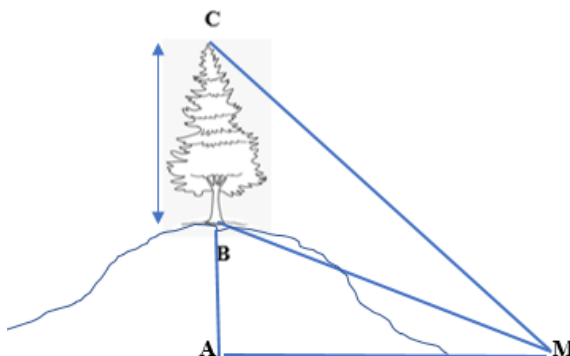
$$\text{a) } \cot A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}.$$

b) $\cot A + \cot B + \cot C \geq \sqrt{3}$.

Câu 55: Lúc 6h sáng bạn An đi từ nhà đến trường phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài 762m, góc $A = 6^\circ$ và $B = 4^\circ$.



- Câu 56:** Trên một ngọn đồi người ta nhìn thấy một cây thông. Từ vị trí M dưới chân đồi người ta nhìn thấy ngọn cây C dưới một góc $AMC = 68^\circ$ và nhìn thấy gốc cây B dưới một góc $AMB = 32^\circ$. Giả sử $BC = h$ là chiều cao của cây và $AM = 20m$.



A. $37,1(m)$. **B.** $37(m)$ **C.** $37,4(m)$ **D.** $37,3(m)$

A stick figure stands on the ground, 15m away from a vertical wall. A horizontal dashed line is drawn from the figure's eye level to the wall. The angle of elevation from the eye level to the top of the wall is 45° . The angle of depression from the eye level to the base of the wall is 15° . The height of the wall is labeled h .

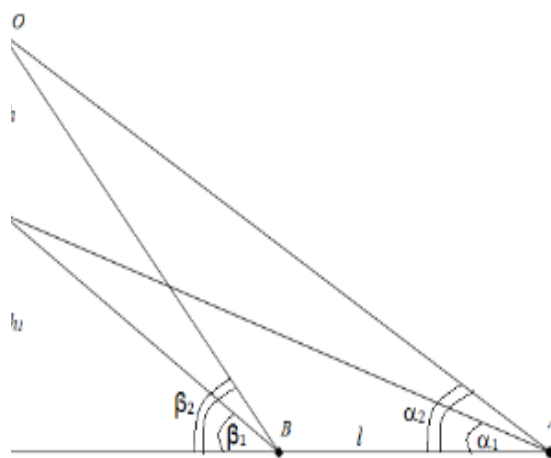
- A.** $30 - 15\sqrt{3}$ (m). **B.** $45 - 15\sqrt{3}$ (m).
C. $30 + 15\sqrt{3}$ (m). **D.** $45 + 15\sqrt{3}$ (m).

A. 25,58 (m). **B.** 27,28 (m). **C.** 22,78 (m). **D.** 28,27 (m).

A. 22m. **B.** 20m. **C.** 24m. **D.** 25m.

A. 0,43. **B.** 0,61. **C.** 0,52. **D.** 0,38.

Câu 62: Cột cờ Lũng Cú nằm trên đỉnh Lũng Cú hay còn gọi là đỉnh núi Rồng có độ cao khoảng 1700m so với mặt nước biển, thuộc xã Lũng Cú huyện Đồng Văn tỉnh Hà Giang. Gọi O là đỉnh của thân tháp, C là điểm đáy của thân tháp, hai điểm A, B là điểm ở thung lũng dưới núi mà tại đó nhìn các điểm C, O các góc lần lượt bằng $\beta_1 = 26,5^\circ$, $\beta_2 = 30^\circ$ và $\alpha_1 = 25,1^\circ$, $\alpha_2 = 28,5^\circ$. Gọi H là hình chiếu của O trên đường thẳng AB , biết khoảng cách giữa hai điểm A, B là $l = 15m$.



A. 136,71m. **B.** 20,51m. **C.** 116,20m. **D.** 21,0m.

A diagram showing the Eiffel Tower on the left and a building on the right. Point A is at the top of the tower, point B is at the top of the building, point C is at the base of the building, and point D is at the base of the tower. Blue lines connect A to B, A to C, B to D, and C to D, forming a quadrilateral ABCD. A vertical blue line segment connects A and D, representing the height of the tower.

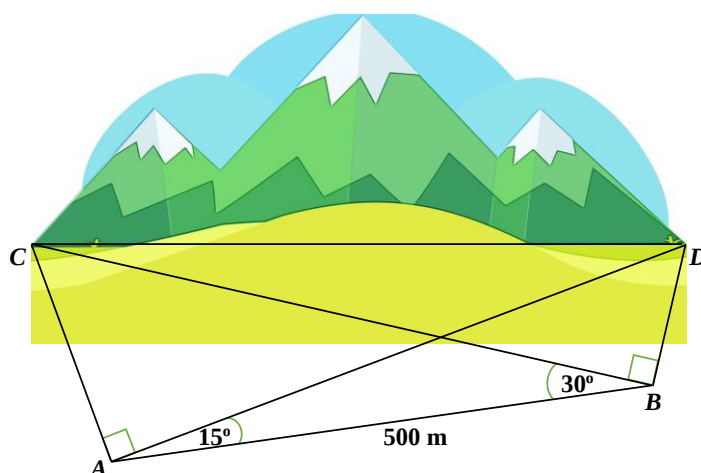
A. 41,5 (m). **B.** 13 (m).
C. 43 (m). **D.** 41,6 (m).

A. $65, 21(m)$. **B.** $56, 21(m)$. **C.** $35, 20(m)$. **D.** $40, 21(m)$.

The diagram illustrates a trigonometry problem involving two sailboats, B and C, and a point on the shore, D. The distance between D and A is 100m. The distance from D to B is 300m. The distance from A to C is 150m. The angle at B is 40° , and the angle at C is 15° . The angle at A is labeled α .

A. 85° . **B.** 80° . **C.** 75° . **D.** 88° .

Câu 66: Để tính độ dài con đường xuyên qua núi, người ta sử dụng giác kế vuông để xác định hai điểm A và B trên cùng một mặt phẳng với chân núi. Các thông số đo đạc được mô phỏng như hình vẽ.



Tính độ dài con đường xuyên qua núi.

A. $500\sqrt{2}$ m.

B. 700 m.

C. $600\sqrt{2}$ m.

D. 800 m.

