

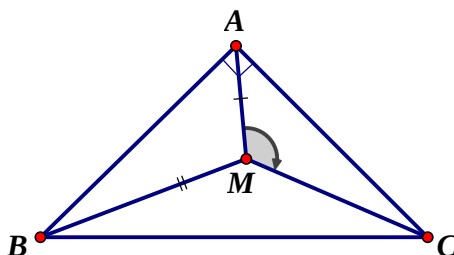
HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Tên	Nội dung	Hình vẽ
1. Các hệ thức lượng trong tam giác	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ $ah = bc; \frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ $\sin B = \cos C = \frac{b}{a}; \sin C = \cos B = \frac{c}{a}$ $\tan B = \cot C = \frac{b}{c}; \cot B = \tan C = \frac{c}{b}$	
2. Định lí cosin	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$	
3. Định lí sin	$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ Với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC	
4. Công thức tính độ dài đường trung tuyến trong tam giác	$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$ $m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$ $m_c^2 = \frac{2(b^2 + a^2) - c^2}{4}$	
5. Công thức tính diện tích của tam giác	$S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ch_c$ $S = \frac{1}{2} ab \sin C = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} bc \sin A$ $S = \frac{abc}{4R}$ $S = pr$ $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	

	Với R, r là bán kính đường tròn ngoại, nội tiếp tam giác ABC	
6. Diện tích hình vuông.	Bình phương cạnh góc vuông.	

Câu 40: Cho tam giác $\triangle ABC$ vuông cân tại A và điểm M trong tam giác sao cho $MA=1$, $MB=2$, $MC=\sqrt{2}$. Tính góc AMC .

Lời giải



Áp dụng định lý cosin trong tam giác ta có:

$$\begin{cases} AB^2 = AM^2 + BM^2 - 2AM \cdot BM \cdot \cos \angle AMB \\ BC^2 = BM^2 + CM^2 - 2BM \cdot CM \cdot \cos \angle BMC \\ AC^2 = CM^2 + AM^2 - 2CM \cdot AM \cdot \cos \angle CMA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 5 - 4 \cdot \cos \angle AMB \\ 2AB^2 = 6 - 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle BMC \\ AB^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AB^2 = 5 - 4 \cdot \cos \angle AMB \\ 2AB^2 = 6 - 4\sqrt{2} \cdot \cos \angle BMC \\ AB^2 = 3 - 2\sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2 \cdot \cos \angle AMB + \sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA = 0 \\ \cos \angle CMA = \cos \angle BMC \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } 1 - 2 \cdot \cos(2\pi - 2\angle CMA) + \sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \cdot \cos 2\angle CMA + \sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA = 0$$

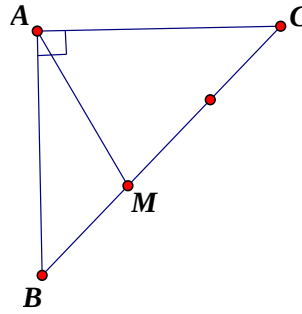
$$\Leftrightarrow 1 - 2 \cdot (2\cos^2 \angle CMA - 1) + \sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA = 0$$

$$\Leftrightarrow 4\cos^2 \angle CMA - \sqrt{2} \cdot \cos \angle CMA - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos \angle CMA = \frac{3\sqrt{2}}{4} \quad (I) \\ \cos \angle CMA = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \angle AMC = 135^\circ.$$

Câu 41: Tam giác ABC vuông tại A có $AB=AC=a$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{BC}{3}$. Độ dài AM bằng bao nhiêu?

Lời giải



Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}.$

$$BC = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow BM = \frac{a\sqrt{2}}{3}.$$

$$\text{Suy ra } AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 45^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2 - 2a \cdot \frac{a\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{a\sqrt{5}}{3}.$$

Câu 42: Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

$$a^4 = b^4 + c^4 \Leftrightarrow 2\sin^2 A = \tan B \cdot \tan C.$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } 2\sin^2 A = \tan B \cdot \tan C &\Leftrightarrow 2\left(\frac{2S}{bc}\right)^2 = \frac{\sin B}{\cos B} \cdot \frac{\sin C}{\cos C} \Leftrightarrow \frac{8S^2}{b^2c^2} = \frac{\frac{2S}{ac}}{\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}} \cdot \frac{\frac{2S}{ab}}{\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}} \\ &\Leftrightarrow \frac{8S^2}{b^2c^2} = \frac{4S}{a^2+c^2-b^2} \cdot \frac{4S}{a^2+b^2-c^2} \Leftrightarrow \frac{1}{b^2c^2} = \frac{2}{[a^2-(b^2-c^2)] \cdot (a^2+b^2-c^2)} \\ &\Leftrightarrow a^4 - (b^2-c^2)^2 = 2b^2c^2 \Leftrightarrow a^4 - b^4 - c^4 = 0 \Leftrightarrow a^4 = b^4 + c^4. \end{aligned}$$

Câu 43: Tính các góc của tam giác ABC biết $\cos A + \sqrt{3}(\cos B + \cos C) = \frac{5}{2}.$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos A + \sqrt{3}(\cos B + \cos C) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 1 - 2\sin^2 \frac{A}{2} + 2\sqrt{3} \cos \frac{B+C}{2} \cdot \cos \frac{B-C}{2} - \frac{5}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2\sin^2 \frac{A}{2} - 2\sqrt{3} \sin \frac{A}{2} \cos \frac{B-C}{2} + \frac{3}{2} = 0.$$

Coi là phương trình bậc hai đối với $\sin \frac{A}{2}$, ta có: $\Delta' = 3\cos^2 \frac{B-C}{2} - 3 \leq 0, \forall B, C.$

Do đó, để tồn tại tam giác ABC thỏa mãn giả thiết thì phương trình có nghiệm

$$\Leftrightarrow \Delta' = 0 \Leftrightarrow \cos^2 \frac{B-C}{2} = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \frac{B-C}{2} = 1 \\ \cos \frac{B-C}{2} = -1 \end{cases}.$$

$$\cos \frac{B-C}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{B-C}{2} = 0 \Leftrightarrow B = C.$$

Khi đó phương trình có nghiệm $\sin \frac{A}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \frac{A}{2} = 60^\circ \Leftrightarrow A = 120^\circ \Rightarrow B = C = 30^\circ$.

rằng $S = \frac{c^2}{2(\cot A + \cot B)}$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \sin A = \frac{a}{2R} \\ \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}{\frac{a}{2R}} = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)R}{abc} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4 \cdot \frac{abc}{4R}} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}.$$

Tương tự ta cũng có: $\cot B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S}$

$$\text{Do đó } \cot A + \cot B = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S} + \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S} = \frac{c^2}{2S} \Rightarrow S = \frac{c^2}{2(\cot A + \cot B)}.$$

Câu 45:

Khi đó: $\sin(B+C) = \sin(180^\circ - A) = \sin A$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác ABC ta có: $\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}.$

Từ đó suy ra $\sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 (B + C) \Leftrightarrow \sin^2 B + \sin^2 C = \sin^2 A$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{b}{2R}\right)^2 + \left(\frac{c}{2R}\right)^2 = \left(\frac{a}{2R}\right)^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = a^2.$$

Câu 46: Cho tam giác ABC có $\frac{c}{b} = \frac{m_b}{m_c} \neq 1$. Chứng minh rằng $2\cot A = \cot B + \cot C$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có: $\frac{c}{b} = \frac{m_b}{m_c} \Leftrightarrow \frac{c^2}{b^2} = \frac{m_b^2}{m_c^2} \Leftrightarrow \frac{c^2}{b^2} = \frac{2a^2 + 2c^2 - b^2}{2a^2 + 2b^2 - c^2}$

$$\Leftrightarrow 2a^2c^2 + 2b^2c^2 - c^4 = 2a^2b^2 + 2b^2c^2 - b^4 \Leftrightarrow 2a^2(c^2 - b^2) = c^4 - b^4$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 = b^2 + c^2.$$

Mặt khác, ta có:
$$\begin{cases} \sin A = \frac{a}{2R} \\ \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cot A = \frac{\cos A}{\sin A} = \frac{\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}}{\frac{a}{2R}} = \frac{(b^2 + c^2 - a^2)R}{abc} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4 \cdot \frac{abc}{4R}} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S}.$$

Từ đó: $2 \cot A = \cot B + \cot C \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{4S} = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{4S} + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{4S}$

$$\Leftrightarrow 2(b^2 + c^2 - a^2) = 2a^2 \Leftrightarrow b^2 + c^2 = 2a^2.$$

Từ đó ta suy ra điều phải chứng minh.

Câu 47: Tính góc C của $\triangle ABC$ biết $a \neq b$ và $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2)$.

Lời giải

Ta có: $a(a^2 - c^2) = b(b^2 - c^2) \Leftrightarrow a^3 - b^3 - c^2(a - b) = 0$

$$\Leftrightarrow (a - b)(a^2 + ab + b^2) - c^2(a - b) = 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 + ab + b^2 - c^2 = 0 \Rightarrow \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{2}. \text{ Do đó: } C = 120^\circ.$$

Câu 48: Trong tam giác ABC , nếu có $2h_a = h_b + h_c$ thì $\frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}$.

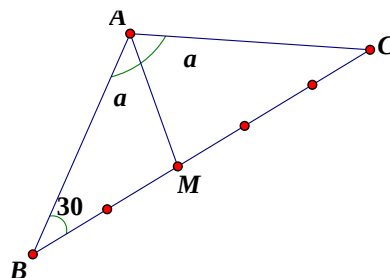
Lời giải

Ta có: $2h_a = h_b + h_c \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{2S}{a} = \frac{2S}{b} + \frac{2S}{c} \Leftrightarrow \frac{2}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \Leftrightarrow \frac{2}{2R \cdot \sin A} = \frac{1}{2R \cdot \sin B} + \frac{1}{2R \cdot \sin C}$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\sin A} = \frac{1}{\sin B} + \frac{1}{\sin C}.$$

Câu 49: 1. Cho tam giác cân ABC có $A = 120^\circ$ và $AB = AC = a$. Lấy điểm M trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{2BC}{5}$. Tính độ dài AM .

Lời giải



$$\text{Khi đó } AM = \sqrt{AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cdot \cos 30^\circ} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{5}\right)^2 - 2a \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{5} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{a\sqrt{7}}{5}.$$

$$\text{Vậy } \Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3 + c^3}{abc} + \frac{a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + c^2a - a^3 - b^3 - c^3 - 2abc}{abc} = 4.$$

$$\Leftrightarrow \frac{a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 - 2abc}{abc} = 4$$

$$\Leftrightarrow a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 = 6abc$$

Áp dụng bất đẳng thức Cô si cho 6 số dương, ta được:

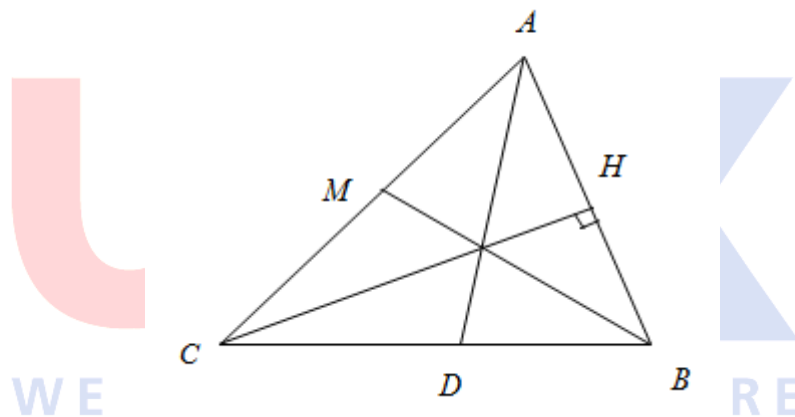
$$a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 \geq 6\sqrt[6]{a^6b^6c^6} = 6abc.$$

Dấu “=” xảy ra, tức là ta có khi và chỉ khi $a^2b = ab^2 = b^2c = bc^2 = c^2a = ca^2 \Leftrightarrow a = b = c$.

Vậy tam giác ABC là tam giác đều.

Câu 52: Cho tam giác nhọn ABC có đường phân giác trong AD , trung tuyến BM và đường cao CH đồng quy. Chứng minh rằng $\frac{\sin B + \sin C}{\sqrt{\cos^2 B + \sin^2 C}} = \frac{\sin C}{\cos B}$.

Lời giải



Vì AD, BM, CH đồng quy nên theo định lý Ceva ta có

$$\frac{BD}{DC} \cdot \frac{CM}{MA} \cdot \frac{AH}{HB} = 1 \Rightarrow \frac{BD}{DC} \cdot \frac{AH}{HB} = 1.$$

Vì AD là phân giác trong nên $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} = \frac{\sin C}{\sin B}$.

$$\text{Mặt khác } \frac{AH}{HB} = \frac{HC \cdot \cot A}{HC \cdot \cot B} = \frac{\tan B}{\tan A}.$$

$$\text{Từ đó ta có } \frac{\sin C}{\sin B} \cdot \frac{\tan B}{\tan A} = 1 \Leftrightarrow \frac{\sin C}{\cos B} = \tan A \Leftrightarrow \sin C \cdot \cos A = \sin A \cdot \cos B \quad (1).$$

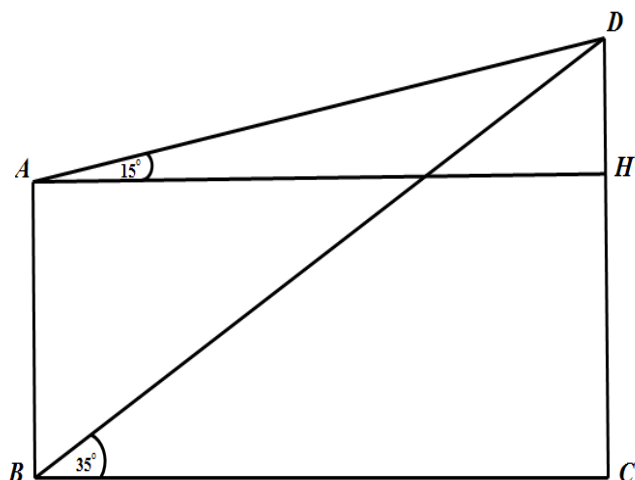
$$\text{Đẳng thức cần chứng minh tương đương với } \frac{\sin B + \sin C}{\sin C} = \frac{\sqrt{\cos^2 B + \sin^2 C}}{\cos B} \quad (2).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có VT}(2) &= \frac{\sin B + \sin C}{\sin(A+B)} = \frac{\sin B + \sin C}{\sin A \cos B + \cos A \sin B} \stackrel{(1)}{=} \frac{\sin B + \sin C}{\sin C \cos A + \cos A \sin B} \\ &= \frac{1}{\cos A} = \sqrt{1 + \tan^2 A} = \sqrt{1 + \frac{\sin^2 C}{\cos^2 B}} = \frac{\sqrt{\cos^2 B + \sin^2 C}}{\cos B} = \text{VP}(2). \end{aligned}$$

Câu 53: Cho tam giác ABC , chứng minh rằng:

Lời giải

Gọi A, B lần lượt là vị trí của người đo tại sân thượng và tầng trệt. Như vậy ta có $AB = 60\text{m}$.
 C, D lần lượt là vị trí chân tháp và đỉnh tháp. Gọi H là hình chiếu của A lên CD .
 Bài toán được mô phỏng lại như hình vẽ sau:



Xét tam giác ABD ta có: $BAD = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$ và $ABD = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$.

Suy ra $BDA = 180^\circ - BAD - ABD = 180^\circ - 105^\circ - 55^\circ = 20^\circ$.

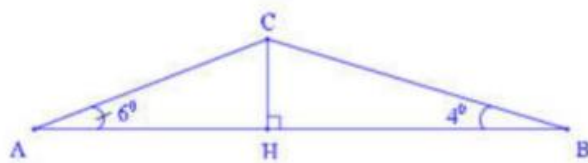
Áp dụng định lý sin vào tam giác ABD ta có:

$$\frac{BD}{\sin BAD} = \frac{AB}{\sin ADB} \Rightarrow BD = \frac{AB \sin BAD}{\sin ADB} = \frac{60 \sin 105^\circ}{\sin 20^\circ}.$$

Tam giác BCD vuông tại C nên ta có $CD = BD \sin DBC = \frac{60 \sin 105^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot \sin 35^\circ \approx 97(\text{m})$.

Vậy chiều cao tòa tháp là 97m .

Câu 55: Lúc 6h sáng bạn An đi từ nhà đến trường phải leo lên và xuống dốc như hình vẽ dưới. Cho biết đoạn AB dài 762m , góc $A = 6^\circ$ và $B = 4^\circ$.



a) Tính chiều cao con dốc.

b) Hỏi An đến trường lúc mấy giờ? Biết rằng tốc độ lên dốc 4km/h và tốc độ xuống dốc 19km/h .

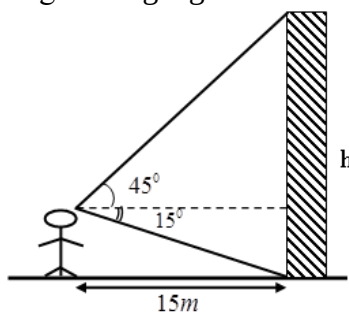
Lời giải

a) Xét $\triangle AHC$ vuông tại H ta có: $\tan CAH = \frac{CH}{AH} \Rightarrow AH = \frac{CH}{\tan CAH} = \frac{CH}{\tan 6^\circ}(\text{m})$.

Xét $\triangle BHC$ vuông tại H ta có: $\tan CBH = \frac{CH}{BH} \Rightarrow BH = \frac{CH}{\tan CBH} = \frac{CH}{\tan 4^\circ}(\text{m})$.

Áp dụng định lý sin trong tam giác BCM , ta có:

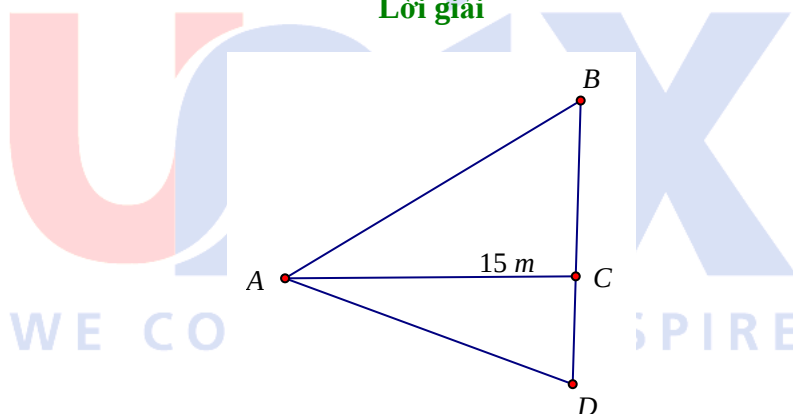
Câu 57: Một người quan sát đứng cách một cái tháp $15m$, nhìn thấy đỉnh tháp một góc 45° và nhìn dưới chân tháp một góc 15° so với phương nằm ngang.



Tính chiều cao h của tháp.

- A.** $30 - 15\sqrt{3}$ (m). **B.** $45 - 15\sqrt{3}$ (m). **C.** $30 + 15\sqrt{3}$ (m). **D.** $45 + 15\sqrt{3}$ (m).

Lời giải



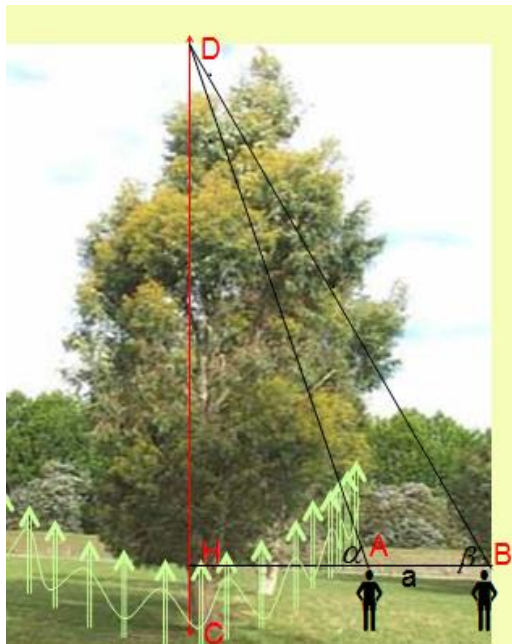
Ta có $BC = AC.\tan BAC = 15.\tan 45^\circ = 15 \text{ (m)}$.

$$CD = AC . \tan DAC = 15 . \tan 15^\circ = 15(2 - \sqrt{3}) \text{ (m)}.$$

$$h = BD = BC + CD = 45 - 15\sqrt{3} \text{ (m)}.$$

Vậy chiều cao của tháp là $45 - 15\sqrt{3}$ (m).

Câu 58: Từ hai vị trí A, B người ta quan sát một cái cây.



Lấy C là điểm gốc cây, D là điểm ngọn cây. A, B cùng thẳng hàng với điểm H thuộc chiều cao CD của cây. Người ta đo được $AB = 10m$, $HC = 1,7m$, $\alpha = 63^\circ$, $\beta = 48^\circ$. Tính chiều cao của cây đó.

A. 25,58 (m).

B. 27,28 (m).

C. 22,78 (m).

D. 28,27 (m).

Lời giải

Ta có $\alpha = 63^\circ \Rightarrow \angle BAD = 117^\circ \Rightarrow \angle ADB = 180^\circ - (117^\circ + 48^\circ) = 15^\circ$.

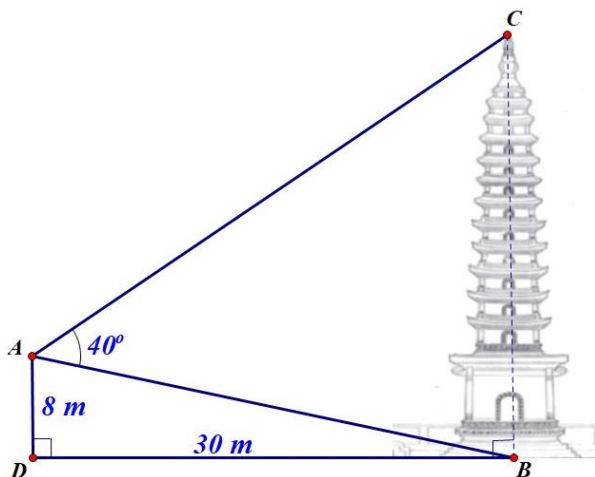
Áp dụng định lý sin trong tam giác ABD ta có: $\frac{AB}{\sin \angle ADB} = \frac{BD}{\sin \angle BAD} \Rightarrow BD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD}{\sin \angle ADB}$

Tam giác BHD vuông tại H nên có: $\sin \angle HBD = \frac{HD}{BD} \Rightarrow HD = BD \cdot \sin \angle HBD$.

Vậy $HD = \frac{AB \cdot \sin \angle BAD \cdot \sin \angle HBD}{\sin \angle ADB} = \frac{10 \cdot \sin 117^\circ \cdot \sin 48^\circ}{\sin 15^\circ} = 25,58 (m)$.

Suy ra chiều cao của cây là: $CD = CH + HD = 1,7 + 25,58 = 27,28 (m)$.

Câu 59: Từ vị trí A cao $8m$ so với mặt đất, người ta quan sát được hai vị trí đỉnh và chân của một cái tháp với một góc 40° , biết $DB = 30m$.



Chiều cao của tháp gần với kết quả nào nhất?

A. 22 m.

B. 20 m.

C. 24 m.

D. 25 m.

Lời giải

Trong tam giác vuông $\triangle ADB$ có:

$$\bullet AB = \sqrt{AD^2 + DB^2} = \sqrt{8^2 + 30^2} = 2\sqrt{241}.$$

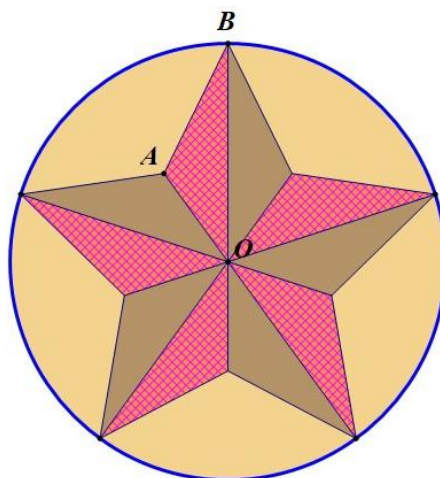
$$\bullet \tan ABD = \frac{8}{30} = \frac{4}{15} \Rightarrow ADB \approx 14,93^\circ \Rightarrow ABC = 90^\circ - 14,93^\circ = 75,07^\circ.$$

$$\Rightarrow ACB = 180^\circ - 40^\circ - 75,07^\circ = 64,93^\circ.$$

Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC có:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C} \Rightarrow BC = \frac{AB \cdot \sin A}{\sin C} = \frac{2\sqrt{241} \cdot \sin 40^\circ}{\sin(64,93^\circ)} \approx 22,03 (m).$$

Câu 60: Trong cắm trại xuân của Trường THPT Nguyễn Bình Khiêm, các bạn lớp 10B1 đã thiết kế một lô-gô cho áo đồng phục lớp, lô-gô được thiết kế là ngôi sao năm cánh nội tiếp trong đường tròn tâm O như hình vẽ.



Mỗi nửa cánh ngôi sao là một tam với hai màu chủ đạo là màu đỏ cho phần tam giác được tô đậm bằng lưới và màu nâu cho các tam giác còn lại. Phần còn lại của hình tròn nằm ngoài ngôi sao được tô màu vàng. Biết các miền góc đỉnh O đều bằng nhau và $OA = 2,50 \text{ cm}$,

$AB = 3,35 \text{ cm}$. Tỷ lệ màu đỏ và màu vàng xấp xỉ là

A. 0,43.

B. 0,61.

C. 0,52.

D. 0,38.

Lời giải

Xét tam giác OAB ta có:

$$\bullet AOB = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ.$$

$$\bullet \frac{AB}{\sin AOB} = \frac{OA}{\sin ABO} \Rightarrow \sin ABO = \frac{OA \cdot \sin AOB}{AB} = \frac{2,5 \cdot \sin 36^\circ}{3,35} \Rightarrow ABO \approx 26,02^\circ.$$

$$\bullet OAB = 117,98^\circ.$$

Diện tích của phần tô màu đỏ là

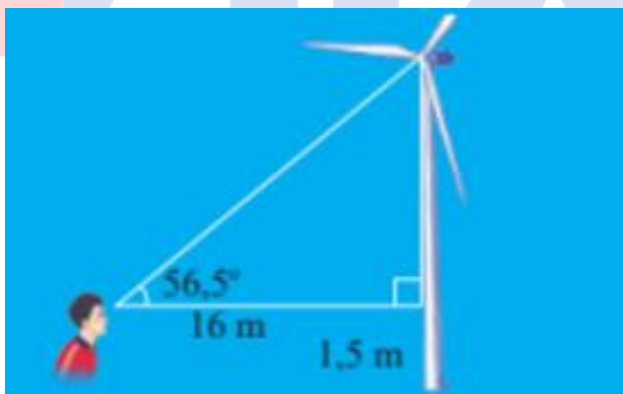
$$S_1 = 5 \cdot S_{OAB} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot OA \cdot AB \cdot \sin OAB \right) = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2,5 \cdot 3,35 \cdot \sin 117,98^\circ \right) \approx 18,49 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Bán kính của hình tròn } R = OB = \frac{AB \cdot \sin OAB}{\sin AOB} = \frac{3,35 \cdot \sin 117,98^\circ}{\sin 36^\circ} \approx 5,03 \text{ (cm)}.$$

$$\text{Diện tích của phần tô màu vàng là: } S_2 = \pi R^2 - 2 \cdot S_1 = \pi \cdot (5,03)^2 - 2 \cdot 18,49 \approx 42,51 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

$$\text{Tỉ số phần diện tích màu đỏ và màu vàng là: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{18,49}{42,51} \approx 0,43$$

Câu 61: Một người đứng cách thân một cái quạt gió 16 m và nhìn thấy tâm của cánh quạt với góc nâng $56,5^\circ$.



Khoảng cách từ mắt của người đó đến mặt đất là 1,5 m. Gọi d là khoảng cách từ tâm của cánh quạt đến mặt đất. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $d = 25,60$ m.

B. $d = 25,67$ m.

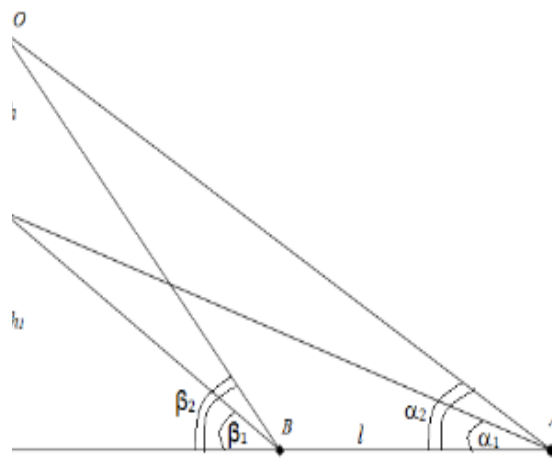
C. $d = 25,68$ m.

D. $d = 25,66$ m.

Lời giải

$$\text{Khoảng cách từ tâm cánh quạt đến mặt đất là: } 1,5 + 16 \cdot \tan 56,5^\circ \approx 25,67 \text{ (m)}.$$

Câu 62: Cột cờ Lũng Cú nằm trên đỉnh Lũng Cú hay còn gọi là đỉnh núi Rồng có độ cao khoảng 1700 m so với mặt nước biển, thuộc xã Lũng Cú huyện Đồng Văn tỉnh Hà Giang. Gọi O là đỉnh của thân tháp, C là điểm đáy của thân tháp, hai điểm A, B là điểm ở thung lũng dưới núi mà tại đó nhìn



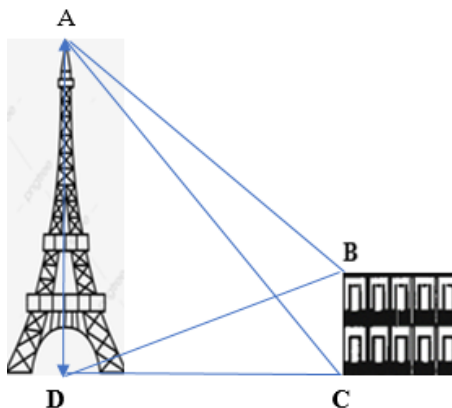
A. 136,71m. **B.** 20,51m. **C.** 116,20m. **D.** 21,0m.

$$\Rightarrow CBA = 180^\circ - CBH = 153,5^\circ, \quad ACB = 180^\circ - (CBA + CAB) = 1,4^\circ.$$
$$\sin CBH = \frac{CH}{BC} \Rightarrow CH = BC \cdot \sin CBH \approx 116,20 \text{ (m)}.$$

Áp dụng định lí sin vào $\triangle ABO$, ta có: $\frac{BO}{\sin A} = \frac{AB}{\sin O} \Rightarrow BO = \frac{15 \cdot \sin(28,5^\circ)}{\sin(1,5^\circ)} \approx 273,42 \text{ (m)}.$

$$\sin OBH = \frac{HO}{BO} \Rightarrow HO = BO \cdot \sin OBH \approx 136,71 \text{ (m)}.$$

Câu 63: Trên nóc một tòa nhà cao $BC = 10 \text{ (m)}$. Từ vị trí quan sát B, C có thể nhìn thấy đỉnh A và chân D của cột tháp dưới góc $DBA = 75^\circ$ và $DCA = 60^\circ$.



Chiều cao của cột tháp gần nhất với giá trị nào sau đây?

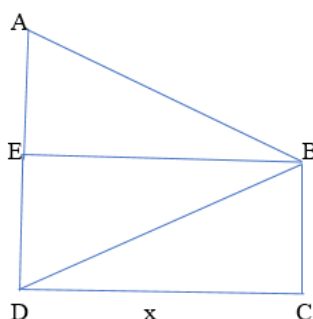
A. 41,5 (m).

B. 13 (m).

C. 43 (m).

D. 41,6 (m).

Lời giải



Đặt $CD = x \Rightarrow BD = \sqrt{x^2 + 100}$, $AD = x\sqrt{3}$.

Do đó, $AE = x\sqrt{3} - 10 \Rightarrow AB = \sqrt{4x^2 - 20\sqrt{3}x + 100}$.

Trong tam giác BCD , ta có: $\cos CDB = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 100}}$. Mà $\cos CDB = \sin ADB$.

Trong tam giác ABD , áp dụng định lý sin, ta có:

$$\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{AD}{\sin ABD} \Rightarrow AB \cdot \sin 75^\circ = AD \cdot \sin ADB \Rightarrow \sin 75^\circ \sqrt{4x^2 - 20\sqrt{3}x + 100} = \frac{x^2 \sqrt{3}}{\sqrt{x^2 + 100}}.$$

Sử dụng máy tính casio giải phương trình tìm được $x \approx 7.53 \Rightarrow AD = x\sqrt{3} = 13$ (m).

Check:


$$BAC = 180 - 30 - (90 + x) = 60 - x$$

$$\Rightarrow AH = AB.\sin(21,96^\circ) \approx 3,03.$$

$$\Rightarrow AD \approx 3,03 + 10 \approx 13,03 \text{ (m)}.$$

Biết rằng tòa nhà cao $30(m)$. Tính chiều cao của khinh khí cầu so với mặt đất.

- A.** $65, 21(m)$. **B.** $56, 21(m)$. **C.** $35, 20(m)$. **D.** $40, 21(m)$.

Lời giải

Ta có: $CBA = CBE + EBA = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$

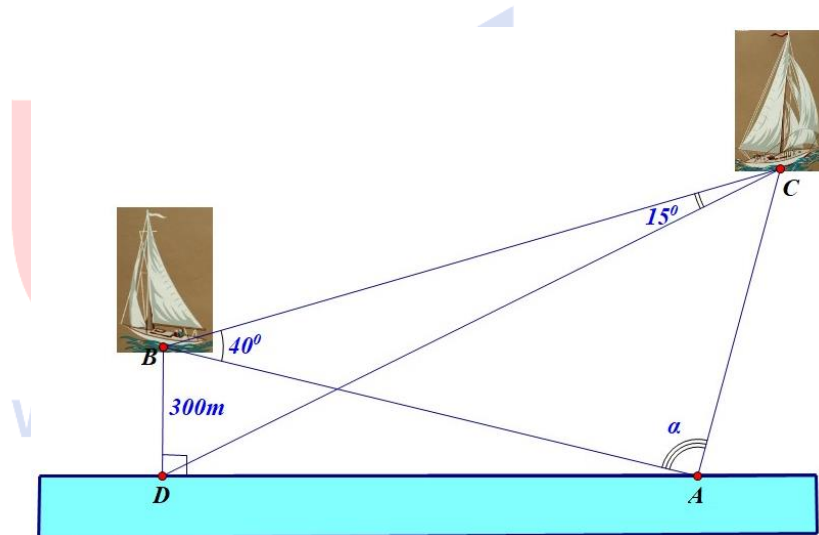
$$BAC = BAD - CAD = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ \Rightarrow BCA = 180^\circ - (CBA + BAC) = 20^\circ$$

Áp dụng định lý hàm sin cho $\triangle CBA$ ta có

$$\frac{AB}{\sin BCA} = \frac{AC}{\sin CBA} \Rightarrow AC = \frac{AB \cdot \sin CBA}{\sin BCA} = \frac{30 \cdot \sin 135^\circ}{\sin 20^\circ} \approx 62,02(m)$$

Xét $\triangle CAD$ vuông tại D , ta có $CD = AC \cdot \sin CAD \approx 56,21(m)$.

Câu 65: Hai chiếc thuyền cùng ra khơi từ một vị trí A trên bờ biển theo hai hướng hợp với nhau một góc α , thuyền thứ nhất di chuyển với vận tốc $v_1 = 24(km/h)$ và thuyền thứ hai di chuyển với vận tốc $v_2(km/h)$. Sau hai phút thuyền thứ nhất di chuyển đến vị trí B cách bờ biển một khoảng $300m$, thuyền thứ hai di chuyển đến vị trí C . Biết rằng người trên thuyền thứ nhất quan sát hai vị trí A và C với một góc 40° , người trên thuyền thứ hai nhìn hai vị trí B, D với một góc 15° .



Số đo góc α gần với giá trị nào sau đây nhất nếu xem khoảng cách BD vuông góc với bờ AD ?

A. 85° .

B. 80° .

C. 75° .

D. 88° .

Lời giải

$$\text{Ta có: } AB = \frac{24000}{60} \cdot 2 = 800(m).$$

$$\text{Trong tam giác } ABD \text{ ta có: } \cos ABD = \frac{300}{800} = \frac{3}{8} \Rightarrow ABD \approx 67,98^\circ.$$

$$\Rightarrow DBC = ABD + ABC = 107,98^\circ.$$

Trong tam giác BDC có:

$$\bullet BDC = 180^\circ - (15^\circ + 107,98^\circ) = 57,02^\circ.$$

$$\bullet \frac{BC}{\sin BDC} = \frac{BD}{\sin BCD} \Rightarrow BC = \frac{300 \cdot \sin(57,02^\circ)}{\sin 15^\circ} \approx 972,33 \text{ (m)}.$$

Trong tam giác ABC có:

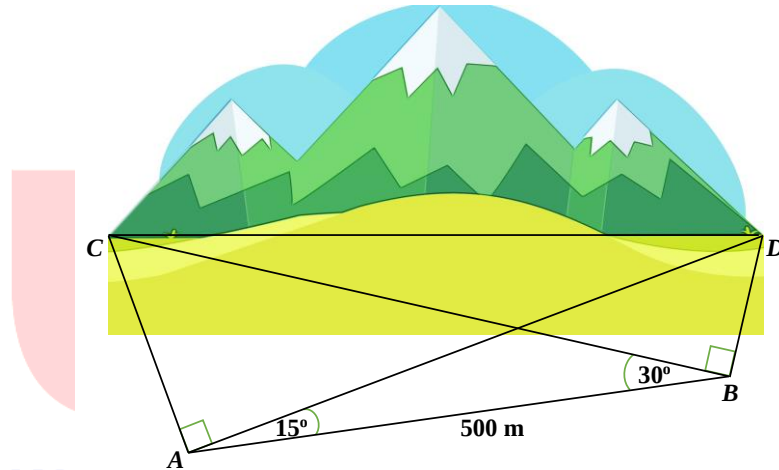
$$\bullet AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos ABC}$$

$$= \sqrt{800^2 + (972,33)^2 - 2 \cdot 800 \cdot 972,33 \cdot \cos 40^\circ} \approx 627,43 \text{ (m)}.$$

$$\bullet \cos BAC = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2 \cdot AB \cdot AC} = \frac{800^2 + (627,43)^2 - (972,33)^2}{2 \cdot 800 \cdot 627,43} \approx 0.09$$

$$\Rightarrow \alpha = BAC = 84,84^\circ.$$

Câu 66: Để tính độ dài con đường xuyên qua núi, người ta sử dụng giác kế vuông để xác định hai điểm A và B trên cùng một mặt phẳng với chân núi. Các thông số đo đạc được mô phỏng như hình vẽ.



Tính độ dài con đường xuyên qua núi.

A. $500\sqrt{2}$ m.

B. 700 m.

C. $600\sqrt{2}$ m.

D. 800 m.

Lời giải

♦ Xét tam giác ABC : $ACB = 90^\circ - (15^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$.

Áp dụng định lý sin:

$$\frac{AB}{\sin ACB} = \frac{AC}{\sin ABC} \Rightarrow AC = \frac{AB}{\sin ACB} \cdot \sin ABC = \frac{500}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 30^\circ = 250\sqrt{2} \text{ (m)}.$$

♦ Xét tam giác ABD : $ACB = 90^\circ - (15^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$, $ABD = 90^\circ + 30^\circ = 120^\circ$.

Áp dụng định lý sin:

$$\frac{AB}{\sin ADB} = \frac{AD}{\sin ABD} \Rightarrow AD = \frac{AB}{\sin ADB} \cdot \sin ABD = \frac{500}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 120^\circ = 250\sqrt{6} \text{ (m)}.$$

♦ Độ dài của con đường xuyên qua núi là:

$$CD = \sqrt{AC^2 + AD^2} = \sqrt{(250\sqrt{2})^2 + (250\sqrt{6})^2} = 500\sqrt{2} \text{ (m)} .$$

