

VIII

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

1. Quy tắc cộng. Giả sử có một công việc có thể được thực hiện theo một trong k phương án khác nhau:

- Phương án 1 có n_1 cách thực hiện;

- Phương án 2 có n_2 cách thực hiện;

....

- Phương án k có n_k cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là $n_1 + n_2 + \dots + n_k$ cách.

2. Quy tắc nhân. Giả sử có một công việc nào đó phải hoàn thành qua k công đoạn liên tiếp nhau:

- Công đoạn 1 có m_1 cách thực hiện;

- Công đoạn 2 có m_2 cách thực hiện;

....

- Công đoạn k có m_k cách thực hiện.

Khi đó số cách thực hiện công việc là $m_1 \cdot m_2 \cdot \dots \cdot m_k$ cách.

Trong các bài toán đếm, các khái niệm cơ bản nhất là hoán vị, tổ hợp và chỉnh hợp.

3. Hoán vị. Một hoán vị của một tập hợp n phần tử là một cách sắp xếp có thứ tự n phần tử đó ($n \in \mathbb{N}, n \geq 1$). Số các hoán vị của n , kí hiệu là P_n , được tính bằng công thức:

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots 2 \cdot 1.$$

Ta quy ước $0! = 1$.

4. Chỉnh hợp. Một chỉnh hợp chập k của n là một cách sắp xếp có thứ tự k phần tử từ một tập hợp n phần tử, với $k, n \in \mathbb{N}, 1 \leq k \leq n$. Số các chỉnh hợp chập k của n , kí hiệu là A_n^k được tính bằng công thức:

$$A_n^k = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots (n-k+1), \text{ hay } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}.$$

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}.$$

Câu 1: Một tổ trong lớp 10A có ba học sinh nữ là Đào, Hồng, Dung và bốn học sinh nam là Sơn, Tùng, An, Tiến. Giáo viên có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong tổ đó để kiểm tra vở bài tập?

```

graph TD
    Root(( )) --> HS_Nu[học sinh nữ]
    Root --> HS_Nam[học sinh nam]
    HS_Nu --> Dung1[Dung]
    HS_Nu --> Hong[Hong]
    HS_Nu --> Dung2[Dung]
    HS_Nam --> Son[Son]
    HS_Nam --> Tung[Tung]
    HS_Nam --> An[An]
    HS_Nam --> Tien[Tien]
  
```

Câu 2: Một cửa hàng bán đồ ăn có bán bánh mì và nước ép trái cây. Có các loại bánh mì: bánh mì thịt, bánh mì trứng, bánh mì hamburger, nước ép trái cây có các loại: ổi, cam, dâu, dưa hấu. Dung chỉ còn đủ tiền để mua 1 bánh mì hoặc một ly nước ép, hỏi Dung có bao nhiêu cách để lựa chọn?

Câu 3: Một ca sĩ có 30 cái áo và 20 cái quần, trong đó có 18 cái áo màu xanh và 12 cái áo màu đỏ; 12 quần xanh và 8 quần đỏ. Có bao nhiêu cách chọn một bộ quần áo khác màu để người ca sĩ này đi trình diễn?

198 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

Câu 4: Có bao nhiêu cách sắp chỗ ngồi cho 6 người vào 6 ghế xếp xung quanh một bàn tròn, nếu không có sự phân biệt giữa các ghế này?

Lời giải

Vì bàn tròn không phân biệt đầu cuối nên để xếp 6 người ngồi quanh một bàn tròn ta cố định 1 người và xếp 5 người còn lại quanh người đã cố định. Vậy có $P_5 = 5! = 120$ cách xếp

Chú ý:

+ Có $n!$ cách xếp n người vào n ghế xếp thành một dãy.

+ Có $(n-1)!$ cách xếp n người vào n ghế xếp quanh một bàn tròn nếu không có sự phân biệt giữa các ghế.

Câu 5: Có bao nhiêu cách sắp xếp cho 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ ngồi quanh một bàn tròn sao cho không có hai học sinh nữ nào cạnh nhau?

Lời giải

Giả sử đã xếp chỗ cho 5 học sinh nam. Vì ba học sinh nữ không ngồi cạnh nhau nên họ được chọn 3 trong năm vị trí xen kẽ giữa các học sinh nam, số cách chọn là A_5^3 . Vì hai cách xếp vị trí cho 8 người với cùng một thứ tự quanh bàn tròn được coi là một nên ta có thể chọn trước vị trí cho một học sinh nam nào đó, số hoán vị của 4 học sinh nam còn lại vào các vị trí là $4!$. Theo quy tắc nhân, số khả năng phải tìm là $4! \cdot A_5^3 = 1440$

Vậy số cách xếp thỏa mãn là: 1440 cách.

Câu 6: Một người có 5 cái quần khác nhau, 7 cái áo khác nhau, 9 chiếc cà vạt khác nhau. Để chọn một cái quần hoặc một cái áo hoặc một cái cà vạt thì số cách chọn khác nhau là:

A. 12.

B. 315.

C. 6615.

D. 21.

Lời giải

Nếu chọn một cái quần thì sẽ có 5 cách.

Nếu chọn một cái áo thì sẽ có 7 cách.

Nếu chọn một cái cà vạt thì sẽ có 9 cách.

Theo qui tắc cộng, ta có $5+7+9=21$ cách chọn.

Câu 7: Tủ lạnh nhà bạn An có 20 hộp sữa và 15 cái bánh quy, trong đó có 12 hộp sữa có hương dâu và 8 hộp sữa sô cô la, 8 cái bánh quy hương sô cô la và 7 cái bánh quy hương dâu. Bạn An đang cần lựa 1 món bánh sô cô la và 1 hộp sữa dâu để ăn bữa chiều. Hỏi bạn An có bao nhiêu cách chọn?

A. 96.

B. 84.

C. 15.

D. 35.

Lời giải

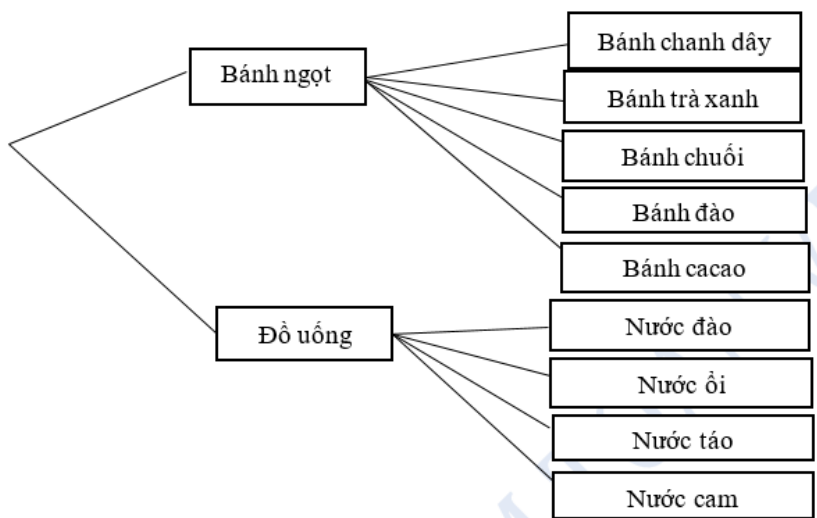
Để bạn An chọn 1 hộp sữa hương sô cô la và 1 bánh quy hương dâu thì trải qua 2 giai đoạn

Giai đoạn 1. Chọn 1 hộp sữa hương dâu trong 12 hộp sữa hương dâu có 12 cách chọn.

Giai đoạn 2. Chọn 1 bánh quy sô cô la trong 8 bánh quy sô cô la có 8 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân có $8 \cdot 12 = 96$ cách chọn 1 hộp sữa hương sô cô la và 1 bánh quy hương dâu.

Câu 8: Cửa hàng tiện lợi có bán combo bánh ngọt và đồ uống. Các loại bánh ngọt và đồ uống được mô tả bằng sơ đồ hình cây sau:



Hãy cho biết có bao nhiêu cách để khách hàng có thể lựa chọn được combo gồm một bánh ngọt và một loại đồ uống?

A. 20.

B. 12.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Từ sơ đồ hình cây trên ta có:

Chọn bánh ngọt có 5 cách chọn.

Chọn đồ uống có 4 cách chọn.

Vậy có $5 \cdot 4 = 20$ cách chọn 1 combo đồ uống và bánh ngọt.

Câu 9: Hùng muốn qua nhà Huy để cùng Huy đến chơi nhà Nam. Từ nhà Hùng đến nhà Huy có 5 con đường đi, từ nhà Huy tới nhà Nam có 8 con đường đi. Hỏi Hùng có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Nam?

A. 5.

B. 8.

C. 13.

D. 40.

Lời giải

Từ Hùng $\longrightarrow$ Huy có 5 cách.

Từ Huy $\longrightarrow$ Nam có 8 cách.

Vậy theo qui tắc nhân ta có $5 \cdot 8 = 40$ cách.

Câu 10: Trong một trường trung học phổ thông, khối 10 có 245 học sinh nam và 235 học sinh nữ.
a. Nhà trường cần chọn một học sinh ở khối 10 đi dự buổi giao lưu với học sinh các trường trung học phổ thông trong tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?
b. Nhà trường cần chọn hai học sinh ở khối 10, trong đó có 1 nam và 1 nữ, đi dự trại hè của học sinh trong tỉnh. Hỏi nhà trường có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

a.

- Chọn học sinh nam: Có 245 cách

- Chọn học sinh nữ: Có 235 cách

Vậy nhà trường có $245 + 235 = 480$ cách chọn một học sinh

b.

- Chọn học sinh nam: Có 245 cách

- Chọn học sinh nữ: Có 235 cách

Vậy nhà trường có $245 \cdot 235 = 57575$ cách chọn hai học sinh 1 nam và 1 nữ.

Câu 11: Trong giải thi đấu bóng đá World Cup, vòng bảng có 32 đội tham gia, được chia làm 8 bảng, mỗi bảng có 4 đội đấu vòng tròn một lượt. Tính số trận được thi đấu trong vòng bảng theo thể thức trên.

Lời giải

Mỗi bảng có số trận đấu là:

$$3 + 2 + 1 = 6$$

Tổng số trận được thi đấu trong vòng bảng là:

$$8 \cdot 6 = 48$$

Câu 12: Ở Canada, mã bưu chính có 6 kí tự gồm: 3 chữ cái in hoa và 3 chữ số. Mỗi mã bưu chính bắt đầu bằng 1 chữ cái và xen kẽ bằng 1 chữ số.

a. Có thể tạo được bao nhiêu mã bưu chính?

b. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S ?

c. Có thể tạo được bao nhiêu mã bắt đầu bằng chữ S và kết thúc bằng chữ số 8?

Lời giải

a. Có thể tạo được $26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 = 17576000$ mã bưu chính.

b. Có thể tạo được $1 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 = 676000$ mã bắt đầu bằng chữ S .

c. Có thể tạo được $1 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 10 \cdot 26 \cdot 1 = 67600$ mã bắt đầu bằng chữ S và kết thúc bằng chữ số 8.

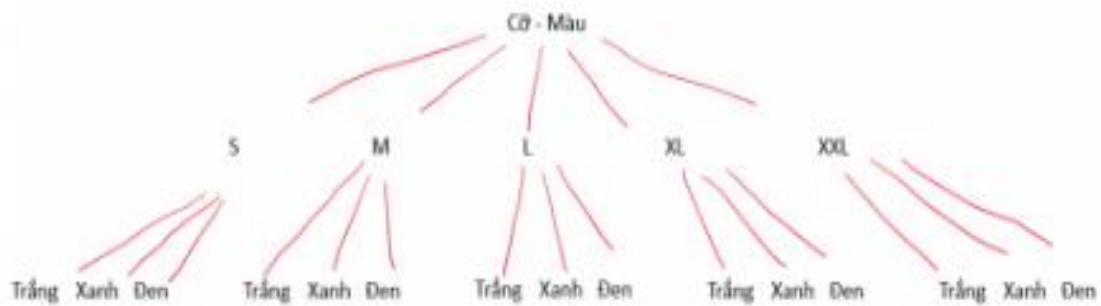
Câu 13: Một hãng thời trang đưa ra một mẫu áo sơ mi mới có ba màu: trắng, xanh, đen. Mỗi loại có các cỡ S, M, L, XL, XXL .

a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị các loại áo sơ mi với màu và cỡ áo nói trên.

b. Nếu một cửa hàng muốn mua tất cả các loại áo sơ mi và mỗi loại một chiếc để về giới thiệu thì cần mua tất cả bao nhiêu chiếc áo sơ mi?

Lời giải

a.



b. Cần mua tất cả 15 chiếc áo sơ mi.

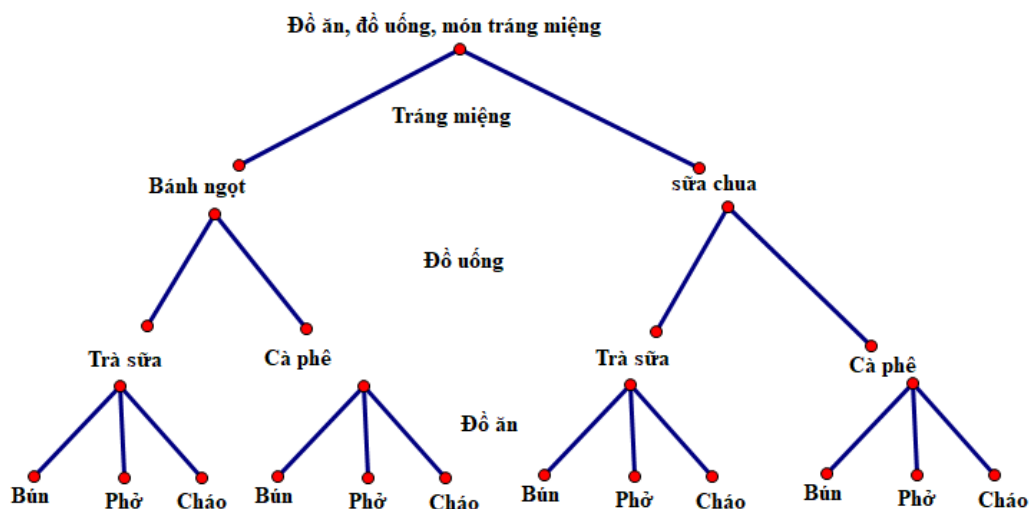
Câu 14: Một khách sạn nhỏ chuẩn bị bữa ăn sáng gồm 2 đồ uống là: trà và cà phê; 3 món ăn là: phở, bún và cháo; 2 món tráng miệng là: bánh ngọt và sữa chua.

a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị các cách chọn khẩu phần ăn gồm đủ ba loại: đồ uống, món ăn và món tráng miệng.

b. Tính số cách chọn khẩu phần ăn gồm: 1 đồ uống, 1 món ăn và 1 món tráng miệng.

Lời giải

a.



b. Số cách chọn khẩu phần ăn gồm: 1 đồ uống, 1 món ăn và 1 món tráng miệng là $2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$

Câu 15: Cho kiểu gen AaBbDdEe. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

a. Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b. Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen AaBbDdEe .

Lời giải

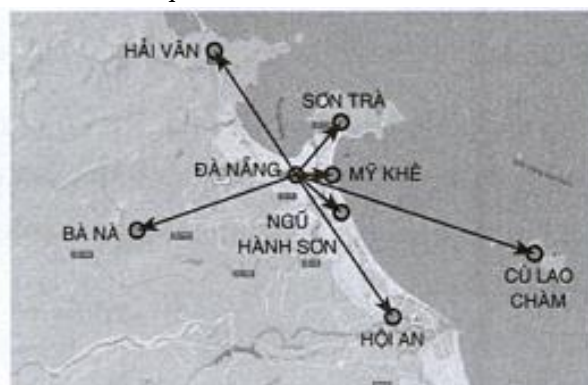
a. Vẽ tương tự các bài trước.

b. Số loại giao tử của kiểu gen AaBbDdEe là 16.

Câu 16: Gia đình bạn Dương dự định chọn một địa điểm du lịch ở Quy Nhơn hoặc Đà Nẵng. Nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 địa điểm tham quan, nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 địa điểm tham quan. Hỏi gia đình bạn Dương có bao nhiêu cách để chọn một địa điểm tham quan?



Hình 2



Hình 3

Giải

Nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 cách chọn một địa điểm tham quan.

Nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 cách chọn một địa điểm tham quan.

Vậy gia đình bạn Dương có $5 + 7 = 12$ cách chọn một địa điểm tham quan.

Câu 17: Gia đình bạn Dương dự định chọn một địa điểm du lịch ở Quy Nhơn, sau đó đi tham quan tiếp một địa điểm du lịch ở Đà Nẵng. Biết rằng, nếu chọn Quy Nhơn thì có 5 địa điểm tham quan, nếu chọn Đà Nẵng thì có 7 địa điểm tham quan. Hỏi gia đình bạn Dương có bao nhiêu cách để chọn hai địa điểm ở Quy Nhơn và Đà Nẵng để tham quan theo dự định trên?

Giải

Việc chọn hai địa điểm ở Quy Nhơn và Đà Nẵng để tham quan là thực hiện hai hành động liên tiếp: chọn một địa điểm ở Quy Nhơn, sau đó chọn một địa điểm ở Đà Nẵng.

Có 5 cách chọn địa điểm tham quan ở Quy Nhơn.

Với mỗi cách chọn một địa điểm tham quan ở Quy Nhơn, có 7 cách chọn địa điểm tham quan ở Đà Nẵng.

Vậy gia đình bạn Dương có tất cả $5 \cdot 7 = 35$ cách chọn hai địa điểm ở Quy Nhơn và Đà Nẵng để tham quan theo dự định trên.

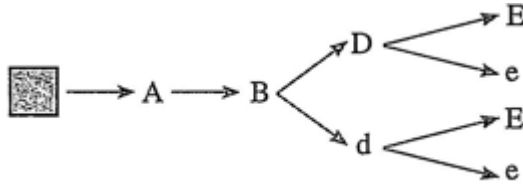
Câu 18: Cho kiểu gen $AABBDdEe$. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AABBDdEe$.

Giải

a) Sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử:



b) Từ sơ đồ hình cây, ta có 4 loại giao tử của kiểu gen AABBDdEe

Câu 19: Lớp 10A có 10 bạn nữ và 25 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn để làm lớp trưởng?

Lời giải

Có số cách chọn một bạn để làm lớp trưởng là

$$10 + 25 = 35.$$

Câu 20: Bạn Nam có 8 quyển sách Toán, 6 quyển sách Vật lí và 5 quyển sách Hóa học, các quyển sách là khác nhau. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn một quyển sách để đọc?

Lời giải

$$8 + 6 + 5 = 19.$$

Câu 21: Bạn Quân dự định đặt mật khẩu cho vali của mình bằng dãy có 3 kí tự là các chữ số. Hỏi có bao nhiêu cách để Quân có thể đặt một mật khẩu cho vali?

Lời giải

$$10^3 = 1000.$$

Câu 22: Lớp 10A có 30 học sinh. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn ban cán sự lớp gồm 3 thành viên: 1 lớp trưởng, 1 lớp phó học tập, 1 lớp phó văn thể. Hỏi giáo viên có bao nhiêu cách chọn một ban cán sự lớp?

Lời giải

$$30 \cdot 29 \cdot 28 = 24360.$$

Câu 23: Trong loạt đá luân lưu giữa hai đội tuyển, huấn luyện viên của một đội phải lập danh sách 5 cầu thủ từ 11 cầu thủ trên sân và xếp thứ tự đá luân lưu của họ. Hỏi huấn luyện viên có bao nhiêu cách lập một danh sách cầu thủ đá luân lưu? Biết ông sẽ để đội trưởng là người sút lượt thứ nhất và tiền đạo cắm là người sút lượt thứ ba.

Lời giải

Vì đội trưởng là người sút lượt thứ nhất và tiền đạo cắm là người sút lượt thứ ba nên chỉ còn 3 lượt sút thứ hai, thứ tư, thứ năm để sắp xếp. Sau khi xếp lượt sút của đội trưởng và tiền đạo cắm thì còn 9 cầu thủ để chọn. Vậy số cách lập một danh sách cầu thủ đá luân lưu là

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504.$$

Câu 24: Có 10 cặp vợ chồng dự tiệc. Tính số cách chọn ra một nam và một nữ trong bữa tiệc để phát biểu ý kiến, sao cho:

a) Hai người đó là một cặp vợ chồng;

b) Hai người đó không là vợ chồng.

Lời giải

a) Có 10 cách chọn một nam. Sau khi chọn một nam, chỉ có 1 cách chọn một nữ sao cho hai người đó là vợ chồng. Vậy có $10 \cdot 1 = 10$ cách chọn hai người là một cặp vợ chồng.

b) Có 10 cách chọn một nam. Sau khi chọn một nam, có 9 cách chọn một nữ không là vợ của nam đã chọn. Vậy có $10 \cdot 9 = 90$ cách chọn hai người không là vợ chồng.

Câu 25: Cho kiểu gen $AaBBDDdEe$. Giả sử quá trình giảm phân tạo giao tử bình thường, không xảy ra đột biến.

a) Vẽ sơ đồ hình cây biểu thị sự hình thành giao tử.

b) Từ đó, tính số loại giao tử của kiểu gen $AaBBDDdEe$.

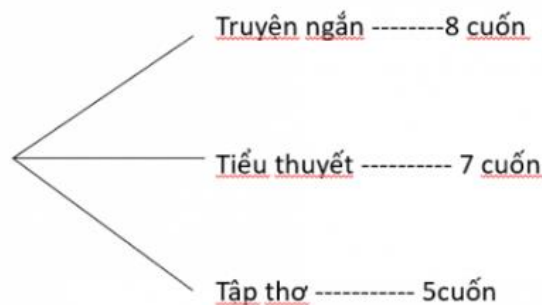
Lời giải

a) Học sinh tự làm.

b) Có 8 loại giao tử của kiểu gen $AaBBDDdEe$.

Câu 26: Trên giá sách có 8 cuốn truyện ngắn, 7 cuốn tiểu thuyết và 5 tập thơ. Vẽ sơ đồ hình cây minh họa và cho biết bạn Phong có bao nhiêu cách chọn một cuốn để đọc vào ngày cuối tuần.

Lời giải



Số cách chọn một cuốn sách để đọc là: $8 + 7 + 5 = 20$ cuốn.

Câu 27: Một người gieo đồng xu hai mặt, sau mỗi lần gieo thì ghi lại kết quả là sấp hay ngửa. Hỏi nếu người đó gieo 3 lần thì có thể có bao nhiêu khả năng xảy ra?

Lời giải

- Gieo lần 1 thì có thể xuất hiện mặt sấp hoặc ngửa nên số khả năng xảy ra là: 2.

- Gieo lần 2 tương tự lần 1, số khả năng là: 2.

- Gieo lần 3 tương tự như trên, số khả năng là: 2.

⇒ Vậy sau gieo 3 lần, số khả năng xảy ra là: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$.

Câu 28: Ở một loài thực vật, A là gen trội quy định tính trạng hoa kép, a là gen lặn quy định tính trạng hoa đơn.

a. Sự tổ hợp giữa hai gen trên tạo ra mấy kiểu gen? Viết các kiểu gen đó.

b. Khi giao phối ngẫu nhiên, có bao nhiêu kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó?

Lời giải

a. Tổ hợp tạo 3 kiểu gen: AA, Aa, aa .

b. Khi giao phối ngẫu nhiên thì AA có thể tạo với AA, Aa, aa .

Suy ra có các kiểu: $AA \times AA; AA \times Aa; AA \times aa; Aa \times Aa; Aa \times aa; aa \times aa$

Có 6 kiểu giao phối khác nhau từ các kiểu gen đó.

Câu 29:

- a. Mật khẩu của chương trình máy tính quy định gồm 3 kí tự, mỗi kí tự là một chữ số. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu mật khẩu khác nhau?
- b. Nếu chương trình máy tính quy định mới mật khẩu vẫn gồm 3 kí tự, nhưng kí tự đầu tiên phải là một chữ cái in hoa trong bảng chữ cái tiếng Anh gồm 26 chữ và 2 kí tự sau là các chữ số. Hỏi quy định mới có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ bao nhiêu mật khẩu khác nhau?

Lời giải

a. Gọi số tự nhiên cần lập có dạng: $\overline{abc}$, với a, b, c thuộc tập hợp số $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- Chọn a có 10 cách từ tập A .

- Chọn b có 10 cách từ tập A .

- Chọn c có 10 cách từ tập A .

Vậy có thể tạo được số mật khẩu là: $10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$ mật khẩu.

b. Chọn kí tự đầu từ tập 26 chữ từ A đến Z thì có 26 cách chọn,

- Chọn kí tự thứ hai là chữ số có 10 cách chọn,

- Chọn kí tự thứ ba là chữ số có 10 cách chọn.

$\Rightarrow$ Số cách tạo mật khẩu mới là: $26 \cdot 10 \cdot 10 = 2600$ mật khẩu.

Vậy có thể tạo được nhiều hơn quy định cũ số mật khẩu là: $2600 - 1000 = 1600$ mật khẩu.

Câu 30: Một câu lạc bộ cầu lông có 10 tay vợt nam và 8 tay vợt nữ. Hỏi có bao nhiêu cách lập một đôi nam nữ để tham gia một giải đấu đôi nam nữ?

Lời giải

Để lập một đôi nam nữ, câu lạc bộ có thể thực hiện hai công đoạn:

- Công đoạn 1: chọn 1 trong số 10 tay vợt nam;

- Công đoạn 2: chọn 1 trong số 8 tay vợt nữ.

Với công đoạn 1, câu lạc bộ có 10 cách chọn tay vợt nam và với công đoạn 2, có 8 cách chọn tay vợt nữ. Vì thế, theo quy tắc nhân, số các cách lập ra một đôi nam nữ tham gia giải đấu là $10 \cdot 8 = 80$.

Câu 31: Cửa hàng ăn nhanh có bán combo bánh mì và nước uống. Có các loại bánh mì thịt bò, bánh mì thịt gà, bánh mì cá chiên, bánh mì pa tê, bánh mì trứng và nước cam, nước táo, nước chanh và trà xanh. Hỏi có bao nhiêu loại combo bánh mì và nước uống khác nhau?

Lời giải

Để có một combo, khách hàng cần chọn bánh mì và chọn nước ngọt. Có 5 cách chọn bánh mì và 4 cách chọn nước ngọt. Theo quy tắc nhân, số các loại combo khác nhau là: $5 \cdot 4 = 20$.

Câu 32: Một phòng chiếu phim có 4 cửa đi vào và 2 cửa đi ra. Có tất cả bao nhiêu cách để một khán giả vào phòng chiếu phim rồi sau đó ra về?

Lời giải

Một khán giả có thể vào phòng chiếu phim bằng một cửa đi vào bất kì, do đó có 4 cách đi vào phòng chiếu phim. Sau khi vào phòng, khán giả có thể đi ra khỏi phòng bằng một cửa đi ra bất kì, như vậy, khán giả có 2 cách đi ra. Vì thế, theo quy tắc nhân, số cách mà một khán giả đi vào phòng rồi sau đó ra về là:

$$4 \cdot 2 = 8$$

Câu 33: Để chuẩn bị cho mùa giải mới, câu lạc bộ bóng đá của trường cần một mẫu áo thi đấu mới. Nhà sản xuất gửi đến câu lạc bộ các tùy chọn mẫu áo theo bảng sau:

Kiểu áo	– Có cổ – Không có cổ
Chất liệu	– 100% polyester – 70% polyester và 30% cotton – 30% polyester và 70% cotton – 100% cotton

Hoạ tiết	– Tròn – Sọc dọc – Sọc ngang – Ô vuông – Quả trám
Màu áo	– Trắng – Xám – Đỏ – Cam – Lam – Lá cây – Tím

Hỏi câu lạc bộ có tất cả bao nhiêu sự lựa chọn cho mẫu áo thi đấu?

Lời giải

Để chọn mẫu áo, câu lạc bộ cần thực hiện việc lựa chọn các mục: kiểu áo, chất liệu, hoạ tiết và màu áo. Có 2 cách chọn kiểu áo, 4 cách chọn chất liệu áo, 5 cách chọn hoạ tiết và 7 cách chọn màu áo. Vì thế, theo quy tắc nhân, số cách chọn mẫu áo là: $2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7 = 280$.

Câu 34: Số điện thoại cho mỗi thuê bao của một nhà mạng có 10 chữ số và có các đầu số là 081,082, 083,084, 085,088, 091 hoặc 094. Giả sử hiện tại, nhà mạng đó đã cấp số cho tổng số 35 triệu thuê bao. Hỏi, nếu không có thêm các đầu số mới và không thu hồi các đầu số đã cấp thì nhà mạng đó còn có thể cung cấp bao nhiêu thuê bao nữa?

Lời giải

Mỗi số thuê bao đầu số 081 của nhà mạng đó có dạng $\overline{081abcdefg}$, trong đó mỗi kí hiệu a, b, c, d, e, f, g có thể là bất kì 1 trong các chữ số 0;1;2;3;4;5; 6;7;8;9. Như vậy, theo quy tắc nhân thì số các thuê bao có đầu số 081 là: $10^7 = 10000000$ (số) = 10 (triệu số).

Tương tự, số các thuê bao của mỗi đầu số 082,083, 084,085, 088,091 và 094 cũng là 10 triệu.

Như vậy, theo quy tắc cộng thì kho số thuê bao của nhà mạng có tất cả

$$10+10+10+10+10+10+10+10=80.$$

Do đó, nếu không có thêm các đầu số mới và không thu hồi các thuê bao đã cấp thì nhà mạng đó còn có thể cấp cho $80-35=45$.

Câu 35: Trong một tổ học sinh có 6 học sinh nữ 10 học sinh nam. Hạnh là một trong 6 học sinh nữ, Huy là một trong 10 học sinh nam. Cô chủ nhiệm cần chọn ra 5 bạn trong tổ để tham gia hoạt động văn nghệ nhân ngày 20.11 sắp tới. Hỏi cô chủ nhiệm có bao nhiêu cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia.

A. 2009.

B. 1992.

C. 5004.

D. 4004.

Lời giải

Bài toán: dùng biến cố đối tìm số cách chọn ra 5 bạn trong đó có Hạnh và Huy.

Bước 1: Chọn nhóm 3 học sinh trong 14 học sinh: $C_{14}^3 = 364$ cách.

Bước 2: Chọn 2 học sinh Huy và Hạnh có 1 cách.

Vậy ta có 364 cách chọn ra 5 học sinh trong tổ mà có hai học sinh Huy và Hạnh.

Chọn ra 5 học sinh bất kì trong 16 học sinh $C_{16}^5 = 4368$ cách.

Vậy cô chủ nhiệm có số cách chọn trong đó có ít nhất 2 em Hạnh và Huy không được tham gia là: $4368 - 364 = 4004$

Câu 36: Cần xếp một nhóm 4 học sinh ngồi vào một dãy 4 chiếc ghế. Nếu bạn Nga nhất định muốn ngồi vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái, thì có bao nhiêu cách xếp?

A. 24.

B. 6.

C. 16.

D. 12.

Lời giải

Ta có: Nếu bạn Nga ngồi vào ghế ngoài cùng bên trái, thì cần xếp ba bạn còn lại vào 3 ghế còn lại, số cách sắp xếp chính là số các hoán vị của 3 phần tử, nên có: $3!$ cách xếp.

Vậy có 6 cách sắp xếp 4 bạn vào bốn ghế ngồi với ghế ngoài cùng bên trái bạn Nga ngồi.

Câu 37: Một chồng sách gồm 3 quyển sách Toán, 4 quyển sách Tiếng Anh, 5 quyển sách Ngữ Văn. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách thành một hàng ngang sao cho 3 quyển sách Toán đứng cạnh nhau, 4 quyển Tiếng Anh đứng cạnh nhau?

A. 5040.

B. 725760.

C. 10080.

D. 144.

Lời giải

Ta coi 3 quyển Toán là 1 phần tử, số cách xếp 3 quyển Toán là: $3!$

Ta coi 4 quyển sách Tiếng Anh là 1 phần tử, số cách sắp xếp 4 quyển Tiếng Anh là: $4!$

Lúc này ta sẽ đi xếp vị trí cho 7 phần tử trong đó có:

1 bộ Toán, 1 bộ Tiếng Anh, 5 quyển Ngữ Văn

Thì sẽ có $7!$

Vậy, theo qui tắc nhân ta có: $7!.4!.3! = 725760$ cách

Câu 38: Lớp 10A có 42 học sinh, cần bầu ra một ban cán sự lớp gồm một lớp trưởng, một lớp phó, một thư kí, một cờ đỏ và một người không thể giữ 2 chức vụ. Hỏi có bao nhiêu cách để bầu ra một ban cán sự của lớp 10A.

A. 111930.

B. 2686320.

C. 4.

D. 24.

Lời giải

Ta có: một cách chọn ra một ban cán sự lớp là một chỉnh hợp chập 4 của 42 phần tử. Do đó để chọn ra một ban cán sự lớp có $A_{42}^4 = 2686320$

Câu 39: Sắp xếp năm bạn học sinh An, Bình, Chi, Dũng, Lệ vào một chiếc ghế dài có 5 chỗ ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp sao cho bạn An và bạn Dũng không ngồi cạnh nhau?

A. 48.

B. 24.

C. 72.

D. 12.

Lời giải

+) Xếp 5 bạn vào 5 chỗ ngồi có $5!$ cách.

+) Xếp An và Dũng ngồi cạnh nhau có 2 cách. Xem An và Dũng là 1 phần tử cùng với 3 bạn còn lại là 4 phần tử xếp vào 4 chỗ. Suy ra số cách xếp 5 bạn sao cho An và Dũng luôn ngồi cạnh nhau là: $2 \cdot 4!$ cách.

Số cách xếp 5 bạn vào 5 ghế sao cho An và Dũng không ngồi cạnh nhau là: $5! - 2 \cdot 4! = 72$.

Câu 40: Có 28 phần thưởng gồm 9 cuốn sách, 8 cuốn sổ, và 11 chiếc bút được phát cho 14 học sinh giỏi, mỗi người nhận được 2 phần thưởng khác loại. An và Bình là hai trong số 14 học sinh được nhận thưởng. Hỏi có bao nhiêu cách phát phần thưởng cho 14 học sinh đó để An và Bình được nhận phần thưởng có loại giống nhau?

A. $C_{12}^1 \cdot C_{12}^6 + C_{12}^4 \cdot C_8^3 + C_{12}^3 \cdot C_9^9$.

B. 51447.

C. 51744.

D. $C_{12}^1 \cdot C_{11}^6 + C_{12}^4 \cdot C_8^3 + C_{12}^3 \cdot C_9^3$.

Lời giải

Gọi a là số học sinh nhận được sách và sổ; b là số học sinh nhận được sách và bút; c là số học sinh nhận được sổ và bút. Ta có: $a + b = 9$, $a + c = 8$ và $b + c = 11$.

Giải ra ta được $a = 3$, $b = 6$, $c = 5$.

Xét ba trường hợp sau :

TH 1: An và Bình cùng nhận được sách và sổ. Có 3 người cùng nhận được sách và sổ, trong đó có An và Bình. Vì vậy cần chọn ra 1 người trong số 12 học sinh để nhận sách và sổ suy ra có C_{12}^1 cách chọn. Sau đó chọn ra 6 em trong số 11 học sinh còn lại để nhận sách và bút và 5 học sinh còn lại nhận sổ và bút. Vậy số kết quả trong TH này là: $C_{12}^1 \cdot C_{11}^6$

TH 2: An và Bình cùng nhận được sách và bút. Lập luận tương tự TH 1 ta có số kết quả trong TH này là: $C_{12}^4 \cdot C_8^3$.

TH 3: An và Bình cùng nhận được sổ và bút. Số kết quả trong TH này là: $C_{12}^3 \cdot C_9^3$.

Vậy có $C_{12}^1 \cdot C_{11}^6 + C_{12}^4 \cdot C_8^3 + C_{12}^3 \cdot C_9^3$ cách phát phần thưởng thỏa mãn bài toán.

Câu 41: Một lớp có 32 bạn, trong đó bạn Minh là có điểm thi vào lớp 10 cao nhất. Số cách mà giáo viên chọn được 3 bạn để bầu làm ban cán sự lớp gồm lớp trưởng, một lớp phó học tập và một lớp phó hoạt động trong đó phải có bạn Minh được chọn là

A. $3 \cdot A_{31}^2$.

B. $3 \cdot C_{31}^2$.

C. A_{32}^3 .

D. $C_{32}^3 \cdot 3!$.

Lời giải

Chọn ba bạn trong đó phải có bạn Minh, nên ta chỉ tiến hành chọn hai bạn nữa trong 31 bạn còn lại.

Đầu tiên ta bầu bạn Minh vào một trong ba vị trí có 3 cách.

Tiếp theo chọn tiếp hai bạn bầu vào hai vị trí còn lại có A_{31}^2 cách.

Vậy có $3.A_{31}^2$ cách.

Câu 42: Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá và 3 học sinh trung bình. Số cách lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh, nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá bằng

A. 5760.

B. 34560.

C. 369600.

D. 17280.

Lời giải

- Số cách chia 4 học sinh khá cho 4 nhóm: có $4!$ cách.
- Số cách chia 5 học sinh giỏi cho 4 nhóm: có $C_5^2.4.3!$ cách.
- Bây giờ đã có một nhóm đủ 4 học sinh. Thế thì 3 học sinh trung bình cho vào 3 nhóm còn lại, có $3!$ cách.

Vậy số cách lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh, nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá là $4! \times C_5^2.4.3! \times 3! = 34560$ cách.

Câu 43: Trong một môn học, thầy giáo có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình, 15 câu hỏi dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề để kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho mỗi đề thi nhất thiết phải có đủ 3 loại và số câu hỏi dễ không ít hơn 2?

Lời giải

Mỗi đề kiểm tra phải có số câu dễ là 2 hoặc 3, nên ta có các trường hợp sau:

+) Đề có 2 câu dễ, 2 câu trung bình, 1 câu khó, thì có số cách chọn là:

$$C_{15}^2.C_{10}^2.C_5^1 = 23625.$$

+) Đề có 2 câu dễ, 1 câu trung bình, 2 câu khó, thì có số cách chọn là:

$$C_{15}^2.C_{10}^1.C_5^2 = 10500.$$

+) Đề có 3 câu dễ, 1 câu trung bình, 1 câu khó, thì có số cách chọn là:

$$C_{15}^3.C_{10}^1.C_5^1 = 22750.$$

Vì các cách chọn trên đôi một khác nhau, nên số đề kiểm tra có thể lập được là:

$$23625 + 10500 + 22750 = 56875.$$

Câu 44: Đội thanh niên xung kích của một trường phổ thông có 12 học sinh, gồm 5 học sinh khối 10, 4 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 12. Cần chọn 4 học sinh đi làm nhiệm vụ, sao cho 4 học sinh này thuộc không quá 2 trong 3 khối trên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn như vậy?

Lời giải

Số cách chọn 4 học sinh từ 12 học sinh đã cho là $C_{12}^4 = 495$.

Công đoạn 2: Chọn một cuốn sách Toán, có 7 cách thực hiện.

Công đoạn 3: Chọn một cuốn sách Tiếng Anh, có 8 cách thực hiện.

Từ đó, theo quy tắc nhân, có $6 \cdot 7 \cdot 8 = 336$ cách chọn ba cuốn sách, mỗi môn một cuốn.

c) Để chọn hai cuốn sách từ hai môn khác nhau, ta có ba phương án thực hiện.

Phương án 1: Chọn một cuốn sách Ngữ Văn và một cuốn sách Toán, ta có $6 \cdot 7 = 42$ cách thực hiện phương án này.

Phương án 2: Chọn một cuốn sách Ngữ Văn và một cuốn sách Tiếng Anh, có $6 \cdot 8 = 48$ cách thực hiện phương án này.

Phương án 3: Chọn một cuốn sách Toán và một cuốn sách Tiếng Anh, có $7 \cdot 8 = 56$ cách thực hiện phương án này.

Mỗi cách thực hiện của phương án này đều không trùng với cách thực hiện nào của phương án khác, nên theo quy tắc cộng, số cách chọn hai cuốn sách từ hai môn khác nhau là $42 + 48 + 56 = 146$.

Câu 47: Tung một con xúc xắc ba lần liên tiếp và ghi lại kết quả. Có tất cả bao nhiêu kết quả khác nhau có thể xảy ra?

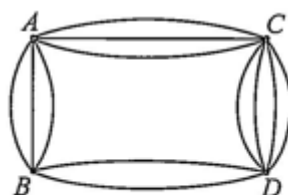


Hình 1

Lời giải

Có thể coi việc tung con xúc xắc ba lần liên tiếp là công việc gồm ba công đoạn, mỗi công đoạn là một lần tung. Mỗi lần tung đều có 6 khả năng khác nhau xảy ra. Do đó, theo quy tắc nhân, ta có $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$ kết quả khác nhau có thể xảy ra.

Câu 48: Trong một công viên, có các con đường nối bốn địa điểm A, B, C , và D như Hình 2. Có bao nhiêu cách chọn một đường đi từ A đến D ?



Hình 2

Chỉ tính các đường đi qua mỗi địa điểm nhiều nhất một lần.

Lời giải

Có hai phương án để đi từ A đến D .

Phương án 1: Đi từ A qua B rồi đến D . Có 3 cách chọn đường đi từ A đến B , có 2 cách chọn đường đi từ B đến D . Theo quy tắc nhân, có $3 \cdot 2 = 6$ cách chọn đường đi từ A qua B rồi đến D .

Áp dụng quy tắc cộng, có $6+12=18$ cách chọn đường đi từ A đến D .



b. Có bao nhiêu cách chọn một quả dưa hấu và một quả thanh long?

Lời giải

- PA2: Chọn 1 trong 15 quả thanh long $\Rightarrow$ có 15 cách chọn.

- CĐ2: Chọn 1 quả thanh long trong 15 quả thanh long $\Rightarrow$ có 15 cách chọn.

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân có: $6.15 = 90$ cách chọn một quả dưa hấu và một quả thanh long.

b. Vẽ sơ đồ hình cây và liệt kê tất cả các kết quả đó.

Lời giải

a. Kết quả của việc tung đồng xu và một con xúc xắc gồm hai công đoạn:

- CD1: Có 2 khả năng xảy ra khi tung đồng xu

- CD2: Có 6 khả năng xảy ra khi tung xúc xắc.

⇒ Áp dụng quy tắc nhân có: 2.6 bằng 12 kết quả có thể xảy ra.

b. Sơ đồ:



Câu 51: Tại một nhà hàng chuyên phục vụ cơm trưa văn phòng, thực đơn có 5 món chính, 3 món phụ và 4 loại đồ uống. Tại đây, thực khách có bao nhiêu cách chọn bữa trưa gồm một món chính, một món phụ và một loại đồ uống?

Lời giải

Công việc chọn bữa trưa gồm một món chính, một món phụ và một loại đồ uống gồm 4 công đoạn:

- CD1: Chọn 1 món chính trong 5 món chính $\Rightarrow$ có 5 cách chọn

- CD2: Chọn 1 món phụ trong 3 món phụ $\Rightarrow$ có 3 cách chọn.

- CD3: Chọn 1 đồ uống trong 4 loại đồ uống $\Rightarrow$ có 4 cách chọn.

⇒ Áp dụng quy tắc nhân: $5.3.4 = 60$ cách chọn bữa trưa.

Câu 52: An có thể đi từ nhà đến trường theo các con đường như Hình, trong đó có những con đường đi qua nhà sách.



a. An có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường mà có đi qua nhà sách?

b. An có bao nhiêu cách đi từ nhà đến trường?

Lời giải

a. Việc An chọn cách đi từ nhà đến trường mà có đi qua nhà sách có 3 công đoạn:

- CD1: Từ nhà An đến nhà sách có 3 con đường $\Rightarrow$ có 3 cách chọn

- CD2: Từ nhà sách đến trường có 2 con đường $\Rightarrow$ có 2 cách chọn.

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân có $3.2 = 6$ cách chọn.

Vậy An có 6 cách đi từ nhà đến trường đi qua nhà sách.

b. Việc An chọn cách đi từ nhà đến trường có 2 công đoạn:

- CD1: Từ nhà An đến nhà sách có 5 cách chọn

- CD2: Từ nhà sách đến trường có 2 cách chọn

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân có: $5.2 = 10$ cách chọn.

Vậy An có 10 cách đi từ nhà đến trường.

Câu 53: Trong một cái hộp có chứa 8 quả bóng màu trắng đánh số từ 1 đến 8; 10 quả bóng màu xanh đánh số từ 1 đến 10; 12 quả bóng màu cam đánh số từ 1 đến 12. Từ hộp này, có bao nhiêu cách

a) chọn ra một quả bóng?

b) chọn ra ba quả bóng có màu khác nhau đôi một?

c) chọn ra hai quả bóng có màu khác nhau?

Lời giải

a) $8 + 10 + 12 = 30$;

b) $8.10.12 = 960$

c) $8.10 + 8.12 + 10.12 = 296$.

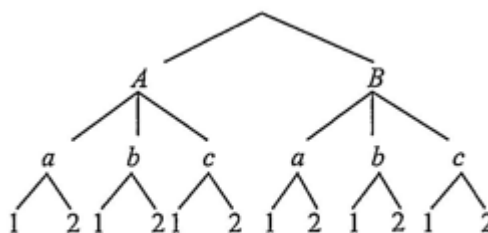
Câu 54: Có ba cái hộp, hộp thứ nhất chứa 2 quả cầu dán nhãn A, B ; Hộp thứ hai chứa 3 quả cầu dán nhãn a, b, c ; Hộp thứ ba có 2 quả cầu dán nhãn 1, 2. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên một quả cầu.

a) Hãy vẽ sơ đồ hình cây để thể hiện tất cả các kết quả có thể xảy ra.

b) Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra?

Lời giải

a) Sơ đồ hình cây như Hình 1.



Hình 1

Câu 55: Ba lớp của một trường đang lên kế hoạch để đi dã ngoại, mỗi lớp có thể chọn một trong năm địa điểm. Có bao nhiêu kết quả có thể xảy ra về cách chọn địa điểm của ba lớp?

Mỗi lớp có 5 cách chọn địa điểm. Theo quy tắc nhân, số cách chọn địa điểm của ba lớp là $5.5.5=125$.

Có 10 cách chọn chữ số cho mỗi kí tự của mã xác nhận. Do đó theo quy tắc nhân, số mã xác nhận có thể tạo ra là $10^6 = 1000000$.

Có thể coi việc tung đồng xu 5 lần liên tiếp là công việc gồm 5 công đoạn. Mỗi công đoạn có 2 phương án thực hiện, tương ứng đồng xu xuất hiện sấp hay ngửa. Do đó, theo quy tắc nhân, có $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ kết quả có thể của việc tung đồng xu 5 lần liên tiếp.

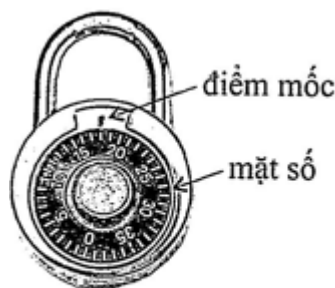
216 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

Ta viết (a, b) để kí hiệu kết quả số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc lần lượt là a và b . Ta có $2 \leq a+b \leq 12$ nên $a+b$ là bội của 5 khi $a+b=5$ hoặc $a+b=10$. Trường hợp $a+b=5$ gồm các kết quả: $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$. Trường hợp này có 4 kết quả.

Trường hợp $a+b=10$ bao gồm các kết quả: $(4, 6), (5, 5), (6, 4)$. Trường hợp này có 3 kết quả.

Vậy có $4+3=7$ kết quả có thể xảy ra mà tổng số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc là bội của 5.

Câu 60: Một khoá tổ hợp với đĩa quay có 40 vạch số. Mật mã của khoá là một dãy gồm 3 số, kí hiệu là $a-b-c$, mỗi số là một số tự nhiên từ 0 đến 39. Để mở khoá, cần quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến khi điểm mốc gặp vạch số a lần thứ ba, rồi quay mặt số theo chiều ngược lại cho đến khi điểm mốc gặp vạch số b lần thứ hai, cuối cùng quay mặt số ngược chiều kim đồng hồ cho đến



Hình 7

Lời giải

Có 40 cách chọn số a từ các số từ 0 đến 39. Tiếp theo, có 39 cách chọn số b từ 39 số còn lại. Cuối cùng, có 38 cách chọn số c từ 38 số còn lại. Áp dụng quy tắc nhân, ta có $40 \cdot 39 \cdot 38 = 59280$ cách chọn mật mã cho khoá.

Câu 61: Một bài kiểm tra có 6 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án chọn. Nếu chọn một cách tùy ý một phương án cho mỗi câu hỏi thì có bao nhiêu cách hoàn thành bài kiểm tra?

Lời giải

$$4^6 = 4096.$$

Câu 62: Một lớp học có 16 bạn nam và 14 bạn nữ. Hỏi có bao nhiêu cách bầu ra bạn lớp trưởng?

Lời giải

Có hai phương án để bầu ra bạn lớp trưởng:

- Phương án 1: bầu 1 trong số 16 bạn nam làm lớp trưởng;
- Phương án 2: bầu 1 trong số 14 bạn nữ làm lớp trưởng.

Với phương án 1, ta có 16 cách bầu và với phương án 2, ta có 14 cách. Như vậy, theo quy tắc cộng, có tất cả $16+14=30$ cách bầu ra một bạn làm lớp trưởng.

Câu 63: Chợ Bến Thành có 4 cổng ra vào. Một người đi chợ ở chợ này thì,

- a) có bao nhiêu cách vào và ra chợ?
- b) có bao nhiêu cách vào và ra chợ bằng hai cổng khác nhau?

a) Có 4 cách chọn cổng để vào chợ. Ứng với mỗi cách đó, có 4 cách chọn cổng để đi ra. Do đó, có $4.4=16$ cách vào và ra chợ.

b) Có 4 cách chọn công để vào chợ. Ứng với mỗi cách đó, có 3 cách chọn công để đi ra khác với công đã đi vào. Do đó, có $4.3 = 12$ cách vào và ra chợ theo hai công khác nhau.

Câu 64: Trong giờ học thể dục, thầy giáo yêu cầu cả lớp chia thành các nhóm tự luyện tập. Nhóm bạn An có bao nhiêu cách xếp thành một hàng dọc? Biết nhóm của An có 6 người.

Mỗi cách xếp thứ tự vị trí cho 6 bạn là một hoán vị của 6 phần tử. Vậy số cách xếp nhóm bạn An thành một hàng dọc là: $P_6 = 6! = 720$.

Câu 65: Cần sắp xếp thứ tự 8 tiết mục văn nghệ cho buổi biểu diễn văn nghệ của trường. Ban tổ chức dự kiến xếp 4 tiết mục ca nhạc ở vị trí thứ 1, thứ 2, thứ 5 và thứ 8; 2 tiết mục múa ở vị trí thứ 3 và thứ 6; 2 tiết mục hài ở vị trí thứ 4 và thứ 7. Có bao nhiêu cách xếp khác nhau?

Chia thành 3 công đoạn. Công đoạn 1: Sắp xếp 4 tiết mục ca nhạc vào 4 vị trí. Công đoạn 2: Sắp xếp 2 tiết mục múa vào 2 vị trí?

Số cách xếp như vậy chính là số các hoán vị của 6, nghĩa là bằng $P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

Câu 66: Bạn Nam có 4 quyển sách Toán, 6 quyển sách Tiếng Anh. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các quyển sách thành hàng ngang sao cho:

a) Các quyền sách cùng môn thì xếp cạnh nhau?

b) Các quyển sách Toán thì xếp cạnh nhau?

a) Xếp 4 quyển sách Toán cạnh nhau thành một nhóm có $P_4 = 4! = 24$.

Xếp 6 quyển sách Tiếng Anh cạnh nhau thành một nhóm có $P_6 = 6! = 720$.

Có $P_2 = 2! = 2$ cách xếp hai nhóm sách trên.

Vậy số cách xếp các quyển sách sao cho các quyển sách cùng môn thì xếp cạnh nhau là:

$$24.720.2 = 34560.$$

b) Xếp 4 quyển sách Toán cạnh nhau thành một nhóm có

$$P_4 = 4! = 24$$

$$P_7 = 7! = 5040$$

$$24.5040 = 120960.$$

$$P_n = n(n-1)....2.1 = n!.$$

Coi nhóm sách Toán là một quyền sách, gọi là A , xếp quyền sách A và 6 quyền sách Tiếng Anh có

$$P_7 = 7! = 5040$$

Vậy số cách xếp các quyền sách sao cho các quyền sách Toán thì xếp cạnh nhau là:

$$24.5040 = 120960.$$

Câu 67: Bạn Dương có 2 chiếc quần gồm: một quần màu xanh và một quần màu đen; 3 chiếc áo gồm: một áo màu nâu, một áo màu xanh và một áo màu vàng; 2 đôi giày gồm: một đôi giày màu đen và một đôi giày màu đỏ. Bạn Dương muốn chọn một bộ quần áo và một đôi giày để đi tham quan. Bằng cách vẽ sơ đồ hình cây, tính số cách chọn một bộ quần áo và một đôi giày cho bạn Dương.

Lời giải

- Học sinh tự vẽ sơ đồ hình cây
- Từ sơ đồ, có 12 cách chọn một bộ quần áo và một đôi giày cho bạn Dương

Câu 68: Một tổ có 8 học sinh gồm 4 nữ và 4 nam. Có bao nhiêu cách xếp các học sinh trong tổ:
a) Thành một hàng dọc?

b) Thành một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau?

Lời giải

a) Có $8! = 40320$ cách xếp.

b) Vì số lượng nam và nữ bằng nhau nên có hai trường hợp: nam đứng đầu hàng hoặc nữ đứng đầu hàng.

Số cách xếp nếu nam đứng đầu hàng là $4!.4! = 576$.

Số cách xếp nếu nữ đứng đầu hàng là $4!.4! = 576$.

Vậy số cách xếp một hàng dọc sao cho nam, nữ đứng xen kẽ nhau là: $576 + 576 = 1152$.

Câu 69: Cần xếp một nhóm 5 học sinh ngồi vào một dãy 5 chiếc ghế.



a. Có bao nhiêu cách xếp?

b. Nếu bạn Nga nhất định muốn ngồi vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái, thì có bao nhiêu cách xếp?

Lời giải

a. Mỗi cách xếp 5 học sinh vào 5 chiếc ghế là 1 hoán vị của 5 học sinh

⇒ Có: $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ (cách)

b.- CD1: Xếp Nga vào chiếc ghế ngoài cùng bên trái ⇒ có 1 cách xếp.

- CD2: Xếp 4 học sinh còn lại vào 4 chiếc ghế còn lại là 1 hoán vị của 4 học sinh ⇒ Có:
 $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

⇒ Áp dụng quy tắc nhân, có: $1 \cdot 24 = 24$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 70: Trong chương trình ngoại khoá giáo dục truyền thống, 60 học sinh được trường tổ chức cho đi xem phim. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 20 ghế.

a. Có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng đầu tiên?

b. Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ hai?

c. Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ ba?

Lời giải

a. Có A_{60}^{20} cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng đầu tiên.

b. Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có A_{40}^{20} cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ hai.

c. Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có A_{20}^{20} cách sắp xếp 20 bạn để ngồi vào hàng thứ ba.

Câu 71: Bạn Việt chọn mật khẩu cho email của mình là một dãy gồm 8 kí tự đôi một khác nhau, trong đó có 3 kí tự đầu tiên là 3 chữ cái trong bảng gồm 26 chữ cái in thường và 5 kí tự tiếp theo là chữ số. Bạn Việt có bao nhiêu cách tạo ra mật khẩu?

Lời giải

Bạn Việt có $A_{26}^3 \cdot A_{10}^5 = 471744000$ cách tạo ra mật khẩu.

Câu 72: Mỗi máy tính tham gia vào mạng phải có một địa chỉ duy nhất, gọi là địa chỉ IP, nhằm định danh máy tính đó trên Internet. Xét tập hợp A gồm các địa chỉ IP có dạng 192.168.abc.deg, trong đó a, d là các chữ số khác nhau được chọn ra từ các chữ số 1, 2, còn b, c, e, g là các chữ số đôi một khác nhau được chọn ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Hỏi tập hợp A có bao nhiêu phần tử?

Lời giải

Tập hợp A có số phần tử là: $2 \cdot A_6^2 \cdot 1 \cdot A_6^2 = 1800$

Câu 73: Một nhóm 22 bạn đi chụp ảnh kỷ yếu. Nhóm muốn trong bức ảnh có 7 bạn ngồi ở hàng đầu và 15 bạn đứng ở hàng sau. Có bao nhiêu cách xếp vị trí chụp ảnh như vậy?

Lời giải

Có số cách xếp vị trí chụp ảnh để 7 bạn ngồi ở hàng đầu và 15 bạn đứng ở hàng sau là:

$$A_{22}^7 \cdot 15 = 12893126400$$

Câu 74: Bạn Dũng mới mua điện thoại và muốn lập mật khẩu có 6 chữ số đôi một khác nhau. Hỏi bạn Dũng có bao nhiêu cách để lập một mật khẩu?

Lời giải

Mỗi mật khẩu có thể lập được là một cách chọn 6 chữ số từ 10 chữ số và sắp xếp thứ tự của chúng, tức là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử.

Vậy bạn Dũng có $A_{10}^6 = 151200$.

Câu 75: Trong một buổi kỉ niệm ngày thành lập trường, bí thư Đoàn trường cần chọn 4 tiết mục từ 6 tiết mục hát và 4 tiết mục từ 5 tiết mục múa rồi xếp thứ tự biểu diễn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn và xếp thứ tự sao cho các tiết mục hát và múa xen kẽ nhau?

Lời giải

Giả sử các tiết mục được biểu diễn đánh số thứ tự từ 1 đến 8. Vì số lượng tiết mục hát và múa bằng nhau nên có hai trường hợp:

Trường hợp 1: Tiết mục hát diễn ra đầu tiên

Khi đó, các tiết mục hát có số thứ tự là số lẻ, còn các tiết mục múa có số thứ tự là số chẵn. Như vậy, thứ tự của các tiết mục múa và hát được cố định, chỉ thay đổi thứ tự giữa các tiết mục múa, hoặc giữa các tiết mục hát.

Chọn 4 tiết mục hát từ 6 tiết mục hát và xếp thứ tự có $A_6^4 = 360$.

Chọn 4 tiết mục múa từ 5 tiết mục múa và xếp thứ tự có $A_5^4 = 120$.

Khi đó, số cách chọn và xếp thứ tự các tiết mục văn nghệ trong trường hợp tiết mục hát diễn ra đầu tiên là: $360.120 = 43200$.

Trường hợp 2: Tiết mục múa diễn ra đầu tiên

Tương tự, số cách chọn và xếp thứ tự các tiết mục văn nghệ trong trường hợp tiết mục múa diễn ra đầu tiên là: $120.360 = 43200$.

Vậy số cách chọn và xếp thứ tự các tiết mục văn nghệ sao cho các tiết mục hát và múa xen kẽ nhau là: $43200 + 43200 = 86400$.

Câu 76: 90 học sinh được trường tổ chức cho đi xem kịch ở rạp hát thành phố. Các ghế ở rạp được sắp thành các hàng. Mỗi hàng có 30 ghế.

a) Có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng đầu tiên?

b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ hai?

c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, có bao nhiêu cách sắp xếp 30 học sinh để ngồi vào hàng thứ ba?

Lời giải

a) Có A_{30}^{30} cách sắp xếp 30 học sinh ngồi vào hàng đầu tiên.

b) Sau khi sắp xếp xong hàng đầu tiên, còn 60 học sinh. Khi đó, có A_{60}^{30} cách sắp xếp 30 học sinh ngồi vào hàng thứ hai.

c) Sau khi sắp xếp xong hai hàng đầu, còn 30 học sinh. Khi đó, có $30!$ cách sắp xếp 30 học sinh còn lại ngồi vào hàng thứ ba.

Lời giải

Lời giải

Lời giải

Lời giải

Câu 81: Để chuẩn bị cho buổi biểu diễn, 3 anh hề phải chọn trang phục biểu diễn cho mình gồm mũ, tóc giả, mũi và quần áo. Đoàn xiếc có 10 chiếc mũ, 6 bộ tóc giả, 5 cái mũi hề và 8 bộ quần áo hề. Hỏi các anh hề có bao nhiêu cách chọn trang phục biểu diễn?

Lời giải

Để chọn trang phục biểu diễn, các anh hề có thể thực hiện 4 công đoạn, gồm:

- Công đoạn 1: chọn mũ;
- Công đoạn 2: chọn tóc giả;
- Công đoạn 3: chọn mũi giả;
- Công đoạn 4: chọn quần áo.

Có 3 anh hề và 10 chiếc mũ nên số cách chọn mũ để đội cho 3 anh hề là: $A_{10}^3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

Tương tự, có $A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$ cách chọn tóc giả, có $A_5^3 = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ cách chọn mũi hề và có $A_8^3 = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$ cách chọn quần áo.

Như vậy, theo quy tắc nhân thì số cách chọn trang phục của 3 anh hề là:

$$720 \cdot 120 \cdot 60 \cdot 336 = 1741824000$$

Câu 82: Cô giáo đã biên soạn 10 câu hỏi trắc nghiệm. Từ 10 câu hỏi này, cô giáo chọn ra 6 câu hỏi và sắp xếp theo thứ tự để tạo nên một đề trắc nghiệm. Cô giáo có thể tạo bao nhiêu đề kiểm tra trắc nghiệm khác nhau?

Lời giải

Mỗi đề được tạo ra là một chỉnh hợp chập 6 của 10 câu hỏi. Do đó, số đề có thể được tạo ra là

$$A_{10}^6 = \frac{10!}{4!} = 151200. \text{ Mỗi đề được tạo ra là một chỉnh hợp chập 6 của 10 câu hỏi. Do đó, số đề}$$

$$\text{có thể được tạo ra là } A_{10}^6 = \frac{10!}{4!} = 151200.$$

Câu 83: Chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau để thử nghiệm. Có bao nhiêu cách thực hiện khác nhau?

Lời giải

Mỗi cách chọn 4 trong 6 giống hoa khác nhau và trồng trên 4 mảnh đất khác nhau là một chỉnh

hợp chập 4 của 6 giống hoa. Do đó, số cách thực hiện là $A_6^4 = \frac{6!}{2!} = 360$.

Câu 84: Trên một trạm quan sát, có sẵn 4 lá cờ màu khác nhau. Mỗi khi muốn báo một tín hiệu, chiến sĩ thông tin lấy 2 hoặc 3 trong số 4 lá cờ đó và cắm thành một hàng trên nóc của trạm. Bao nhiêu tín hiệu khác nhau có thể được tạo ra?

Lời giải

Xét hai trường hợp: cắm 2 lá cờ và cắm 3 lá cờ.

$$\text{Nên ta có: } A_4^2 + A_4^3 = 12 + 24 = 36.$$

Câu 85: Một trường trung học phổ thông tổ chức cuộc thi chạy tiếp sức giữa các lớp với nội dung 4×100 mà yêu cầu mỗi đội gồm 2 nam, 2 nữ. Bạn An được giáo viên giao nhiệm vụ chọn ra 4 bạn và

sắp xếp thứ tự chạy của các bạn đó để đăng kí dự thi. Bạn An có bao nhiêu cách lập ra một đội thi đủ điều kiện đăng kí? Biết lớp bạn An có 22 nam và 17 nữ.

Lời giải

Bạn An có số cách lập ra một đội thi đủ điều kiện đăng kí là:

$$A_{22}^2 \cdot A_{17}^2 = 125664$$

Câu 86: Các bạn lớp 10A lập kế hoạch đi du lịch chỉ một trong hai thành phố là thành phố M hoặc thành phố N . Vì đi trong ngày nên các bạn cần lập danh sách 4 địa điểm tham quan và thứ tự đi các địa điểm đó từ trước. Biết rằng, các bạn liệt kê ra 10 địa điểm có thể đi ở thành phố M và 4 địa điểm có thể đi ở thành phố N . Các bạn lớp 10A có bao nhiêu cách lập một danh sách các địa điểm để đi du lịch?

Lời giải

Nếu đi thành phố M , lớp 10A có $A_{10}^4 = 5040$ cách lập một danh sách 4 địa điểm tham quan.

Nếu đi thành phố N , lớp 10A có $P_4 = 4! = 24$ cách lập một danh sách 4 địa điểm tham quan.

Vậy số cách lập một danh sách các địa điểm để tham quan là $5040 + 24 = 5064$.

Câu 87: Khối 10 có 16 bạn nữ và 18 bạn nam tham gia đợt tình nguyện Mùa hè xanh. Đoàn trường dự định lập một tổ trồng cây gồm 3 học sinh có cả nam và nữ. Có bao nhiêu cách lập một tổ trồng cây như vậy?

Lời giải

Lớp đó có tổng cộng $16 + 18 = 34$

Có $C_{34}^3 = 5984$ cách lập một tổ trồng cây gồm các học sinh bất kì.

Có $C_{16}^3 = 560$ cách lập một tổ trồng cây gồm toàn học sinh nữ.

Có $C_{18}^3 = 816$ cách lập một tổ trồng cây gồm toàn học sinh nam.

Có $5984 - 560 - 816 = 4608$ cách lập một tổ trồng cây gồm 3 học sinh có cả nam và nữ.

Câu 88: Một quán nhỏ bày bán hoa có 50 bông hồng và 60 bông cúc. Bác Ngọc muốn mua 5 bông hoa gồm cả hai loại hoa trên. Bác Ngọc có bao nhiêu cách chọn hoa?

Lời giải

Tổng số bông hoa là: $50 + 60 = 110$

Có C_{110}^5 cách chọn 5 bông hoa bất kì.

Có C_{50}^5 cách chọn 5 bông hoa hồng.

Có C_{60}^5 cách chọn 5 bông hoa cúc.

Có $C_{110}^5 - C_{50}^5 - C_{60}^5 = 114811250$ cách chọn 5 bông hoa gồm cả hai loại hoa.

Câu 89: Một lớp có 24 học sinh nam và 16 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn:

a) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp?

b) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam?

c) 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam?

Lời giải

a) Mỗi cách chọn 3 học sinh trong 40 học sinh là một tổ hợp chập 3 của 40. Số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp là: $C_{40}^3 = 9880$.

b) Mỗi cách chọn 2 học sinh nam trong 24 học sinh nam là một tổ hợp chập 2 của 24. Số cách chọn 2 học sinh nam trong 24 học sinh nam là: $C_{24}^2 = 276$.

Mỗi cách chọn 1 học sinh nữ trong 16 học sinh nữ là một tổ hợp chập 1 của 16.

Số cách chọn 1 học sinh nữ trong 16 học sinh nữ là: $C_{16}^1 = 16$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự lớp sao cho trong đó có 2 học sinh nam là: $276 \cdot 16 = 4416$.

c) Cách 1:

Để ban cán sự lớp có ít nhất 1 học sinh nam thì xảy ra các trường hợp:

Trường hợp 1:

Chọn 1 học sinh nam và 2 học sinh nữ có $C_{24}^1 \cdot C_{16}^2 = 24 \cdot 120 = 2880$

Trường hợp 2:

Chọn 2 học sinh nam và 1 học sinh nữ có $C_{24}^2 \cdot C_{16}^1 = 276 \cdot 16 = 4416$

Trường hợp 3:

Chọn 3 học sinh nam có $C_{24}^3 = 2024$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam là:

$$2880 + 4416 + 2024 = 9320.$$

Cách 2:

Số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp là: $C_{40}^3 = 9880$.

Số cách chọn 3 học sinh nữ làm ban cán sự của lớp là: $C_{16}^3 = 560$.

Vậy số cách chọn 3 học sinh làm ban cán sự của lớp sao cho trong đó có ít nhất 1 học sinh nam là:

$$9880 - 560 = 9320.$$

Câu 90: Bạn Nam đến cửa hàng mua 2 chiếc ghế loại A. Tại cửa hàng, ghế loại A màu xanh có 20 chiếc và ghế loại A màu đỏ có 15 chiếc. Hỏi bạn Nam có bao nhiêu cách chọn mua 2 chiếc ghế loại A?

Lời giải

Tổng số ghế loại A là: $20 + 15 = 35$

Vậy số cách chọn mua 2 chiếc ghế loại A là: $C_{35}^2 = 595$.

Câu 91: Mật khẩu của máy tính là một dãy các kí tự được chọn từ: 10 chữ số, 26 chữ cái in thường, 26 chữ cái in hoa và 10 kí tự đặc biệt. Bạn Ngân muốn lập một mật khẩu của máy tính có độ dài là 8 kí tự bao gồm: 4 kí tự đầu tiên là 4 chữ số đôi một khác nhau, 2 kí tự tiếp theo là chữ cái in thường, 1 kí tự tiếp theo nữa là chữ cái in hoa, kí tự cuối cùng là kí tự đặc biệt. Bạn Ngân có bao nhiêu cách lập một mật khẩu của máy tính?

Lời giải

Bạn Ngân có số cách lập mật khẩu máy tính là:

$$A_{10}^4 \cdot C_{26}^1 \cdot C_{26}^1 \cdot C_{26}^1 \cdot C_{10}^1 = 885830400$$

Câu 92: Bác Thảo muốn mua 2 chiếc máy tính để phục vụ công việc. Người bán hàng giới thiệu cho bác 3 hãng máy tính để tham khảo: hãng thứ nhất có 4 loại máy tính phù hợp, hãng thứ hai có 5 loại máy tính phù hợp, hãng thứ ba có 7 loại máy tính phù hợp. Bác Thảo có bao nhiêu cách chọn 2 máy tính dùng cho công việc?

Lời giải

Tổng số máy tính của 3 hãng là: $4 + 5 + 7 = 16$

Bác Thảo có số cách chọn 2 máy tính dùng cho công việc là: $C_{16}^2 = 120$

Câu 93: Giải bóng chuyền gồm 9 đội tham dự, trong đó có 3 đội của nước X. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để xếp các đội vào 3 bảng A, B, C và mỗi bảng có 3 đội. Tính số cách xếp sao cho 3 đội bóng của nước X ở 3 bảng khác nhau.

Lời giải

Xếp 3 đội của nước X vào 3 bảng khác nhau có $3! = 6$ cách.

Xếp 6 đội còn lại vào 3 bảng A, B, C có $C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 90$

Vậy số cách xếp sao cho 3 đội bóng của nước X ở 3 bảng khác nhau là: $6 \cdot 90 = 540$.

Câu 94: Một đề thi học sinh giỏi lớp 10 môn Toán gồm 5 câu được chọn từ 15 câu thông hiểu, 10 câu vận dụng thấp và 5 câu vận dụng cao. Một đề thi được gọi là tốt nếu trong đề thi có cả ba loại mức độ, đồng thời số câu thông hiểu không ít hơn 2. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi tốt?

Lời giải

Vì đề thi có số câu thông hiểu không ít hơn 2 và có đủ 3 mức độ nên xảy ra 3 trường hợp:

Nếu đề thi có 3 câu thông hiểu, 1 câu vận dụng thấp và 1 câu vận dụng cao thì có

$$C_{15}^3 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^1 = 22750.$$

Nếu đề thi có 2 câu thông hiểu, 2 câu vận dụng thấp và 1 câu vận dụng cao thì có

$$C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_5^1 = 23625.$$

Nếu đề thi có 2 câu thông hiểu, 1 câu vận dụng thấp và 2 câu vận dụng cao thì có

$$C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^2 = 10500.$$

Vậy số đề thi tốt có thể chọn được là: $22750 + 23625 + 10500 = 56875$.

a) Ông An có bao nhiêu cách sơn nhà sao cho 2 tầng khác nhau có màu khác nhau?

Lời giải

cách chọn ra 4 màu sơn từ 10 màu sơn, nghĩa là có: $C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$

c. Có ít nhất một nam trong ba học sinh được chọn.

Lời giải

Đề trong 3 bạn được chọn có ít nhất 1 bạn nam thì số cách chọn là: $C_{40}^3 - C_{15}^3 = 9425$ cách.

Hình 1

a) Có bao nhiêu cách xếp các cuốn sách này thành một dãy trên giá sách?

b) Nếu yêu cầu thêm các cuốn sách cùng môn phải được xếp cạnh nhau thì có bao nhiêu Hình 1 cách xếp?

Lời giải

a) Mỗi cách sắp xếp 8 cuốn sách thành một dãy trên giá là một hoán vị của 8 cuốn sách này. Do đó, có $8! = 40320$ cách sắp xếp.

b) Có 5! cách sắp xếp 5 cuốn sách Toán học cạnh nhau để thành một dãy. Có 3! cách sắp xếp 3 cuốn sách Sinh học cạnh nhau để thành một dãy. Có 2! cách sắp xếp 2 dãy trên cạnh nhau để thành một dãy mới. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách sắp xếp các cuốn sách trên thành một dãy sao cho các sách cùng môn được xếp cạnh nhau là $5!3!2!=1440$.

Câu 98: Một ga tàu hỏa có 6 đường nhánh, mỗi nhánh chỉ đỗ được một đoàn tàu. Hiện các đường nhánh đều đang trống và có 3 đoàn tàu sắp vào ga. Có bao nhiêu cách bố trí nhánh đỗ cho 3 đoàn tàu?



Giải

Mỗi cách chọn 3 đường nhánh và bố trí nhánh đồ cho 3 đoàn tàu là một chỉnh hợp chập 3 của 6 đường nhánh. Do đó, số cách bố trí là $A_6^3 = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$.

Câu 99: Một bệnh viện có 12 bác sĩ nội khoa và 10 bác sĩ ngoại khoa. Bệnh viện cần cử 5 bác sĩ tham gia vào đội y tế cứu trợ thiên tai.

a) Cần cử 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

b) Cần cử ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa. Có bao nhiêu lựa chọn?

Giải

a) Mỗi cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa là một tổ hợp chập 3 của 12 bác sĩ này. Do đó, có C_{12}^3 cách chọn 3 trong 12 bác sĩ nội khoa. Có C_{10}^2 cách chọn 2 trong 10 bác sĩ ngoại khoa. Áp dụng quy tắc nhân, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa là: $C_{12}^3 C_{10}^2 = 220.45 = 9900$.

b) Có hai phương án thực hiện.

Phương án 1: Chọn 2 bác sĩ nội khoa và 3 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^2 C_{10}^3$ cách chọn.

Phương án 2: Chọn 3 bác sĩ nội khoa và 2 bác sĩ ngoại khoa, có $C_{12}^3 C_{10}^2$ cách chọn. Áp dụng quy tắc cộng, số cách cử 5 bác sĩ trong đó có ít nhất 2 bác sĩ nội khoa và ít nhất 2 bác sĩ ngoại khoa là: $C_{12}^2 C_{10}^3 + C_{12}^3 C_{10}^2 = 66.120 + 220.45 = 17820$.

Câu 100: Trong một lô 100 sản phẩm, có 97 chính phẩm và 3 thứ phẩm. Từ 100 sản phẩm này, có bao nhiêu cách lấy ra 3 sản phẩm mà

a) 3 sản phẩm được lấy bất kì?

b) trong đó có 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm?

c) trong đó có ít nhất một thứ phẩm?

Giải

a) Mỗi cách lấy 3 sản phẩm từ 100 sản phẩm là một tổ hợp chập 3 của 100 sản phẩm. Do đó, số cách lấy 3 sản phẩm bất kì là $C_{100}^3 = 161700$.

b) Có C_{97}^2 cách lấy 2 chính phẩm từ 97 chính phẩm. Có C_3^1 cách lấy 1 thứ phẩm từ 3 thứ phẩm. Từ đó, áp dụng quy tắc nhân, số cách lấy 2 chính phẩm và 1 thứ phẩm là $C_{97}^2 C_3^1 = 4656 \cdot 3 = 13968$.

c) Trong 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 thứ phẩm trong 3 trường hợp sau đây.

Trường hợp 1: Có đúng 1 thứ phẩm.

Trường hợp này có $C_{97}^2 C_3^1 = 4656 \cdot 3 = 13968$ cách lấy, như đã tính ở trên.

Trường hợp 2: Có đúng 2 thứ phẩm.

Trường hợp này có $C_{97}^1 C_3^2 = 97 \cdot 3 = 291$ cách lấy.

Trường hợp 3: Có đúng 3 thứ phẩm.

Trường hợp này có $C_3^3 = 1$ cách lấy.

Áp dụng quy tắc cộng, số cách lấy 3 sản phẩm có ít nhất 1 thứ phẩm là $13968 + 291 + 1 = 14260$.

Cách khác: Có thể giải bài toán bằng cách tìm phần bù. Số cách lấy 3 sản phẩm đều là chính phẩm là C_{97}^3 . Từ đó, số cách lấy 3 sản phẩm trong đó có ít nhất một thứ phẩm là

$$C_{100}^3 - C_{97}^3 = 161700 - 147440 = 14260.$$

Câu 101: Tổ Một có 4 bạn nam và 5 bạn nữ. Có bao nhiêu cách cử 3 bạn của tổ làm trực nhật trong mỗi trường hợp sau?

a. 3 bạn được chọn bất kì

b. 3 bạn gồm 2 nam và 1 nữ.

Lời giải

a. Chọn 3 bạn bất kì trong 7 bạn trong tổ trực nhật là một tổ hợp chập 3 của 7 bạn

$$\Rightarrow \text{Có } C_7^3 = \frac{7!}{3!(7-3)!} = 35.$$

b. Việc chọn 3 bạn gồm 2 nam và 1 nữ của tổ làm trực nhật gồm 2 công đoạn:

- CD1: Chọn 2 bạn nam trong 4 bạn nam trong tổ trực nhật là một tổ hợp chập 2 của 4 bạn.

$$\Rightarrow \text{Có } C_4^2 = \frac{4!}{2!(4-2)!} = 6.$$

$$\Rightarrow C_5^1 = 5$$
$$\Rightarrow \text{C6: } C_8^1 = 8$$
$$\Rightarrow \text{C6: } C_7^1 = 7$$
$$\Rightarrow C_6^1 = 5$$

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân: $8.7.6.5 = 1680$

$$\Rightarrow \text{C6: } C_7^3 = 35$$
$$\Rightarrow \text{C\'o: } C_6^2 = 21$$
$$\Rightarrow \text{C6: } C_5^2 = 10$$

Lời giải

Chọn 2 đội trong 14 đội bóng tham gia để thi đấu lượt đi là một tổ hợp chập 2 của

14

$$\Rightarrow C_{14}^2 = 91$$

$$\Rightarrow \text{Cả giải đấu lượt đi và về có số trận đấu là: } 2 \cdot 91 = 182$$

Câu 105: Sau khi biên soạn 9 câu hỏi trắc nghiệm, cô giáo có thể tạo ra bao nhiêu đề kiểm tra khác nhau bằng cách đảo thứ tự các câu hỏi đó.

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp thứ tự để tạo một đề ta được một hoán vị của 9 câu hỏi. Do đó, số đề khác nhau có thể tạo ra là $9! = 362880$.

Câu 106: Một giải đấu có 4 đội bóng A, B, C và D tham gia. Các đội đấu vòng tròn một lượt để tính điểm và xếp hạng.

a) Có tất cả bao nhiêu trận đấu?

b) Có tất cả bao nhiêu khả năng có thể xảy ra về đội vô địch và á quân?

c) Có bao nhiêu khả năng về bảng xếp hạng sau khi giải đấu kết thúc? Biết rằng không có hai đội nào đồng hạng.

Lời giải

a) Cứ hai đội bất kì thì có một trận đấu. Do đó, số trận đấu của giải bằng số tổ hợp chập 2 của 4 đội, tức bằng $C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6$.

b) Mỗi kết quả của giải đấu về đội vô địch và á quân là một chỉnh hợp chập 2 của 4 đội. Do đó, số kết quả này bằng $A_4^2 = 4 \cdot 3 = 12$.

c) Mỗi kết quả về bảng xếp hạng của giải đấu là một hoán vị của 4 đội. Do đó, số kết quả có thể xảy ra là $P_4 = 4! = 24$.

Câu 107: Một tổ công nhân 9 người làm vệ sinh cho một toà nhà lớn. Cần phân công 3 người lau cửa sổ, 4 người lau sàn và 2 người lau cầu thang. Tổ có bao nhiêu cách phân công?

Lời giải

Có C_9^3 cách chọn 3 trong 9 người để lau cửa sổ. Tiếp theo, có C_6^4 cách chọn 4 trong 6 người còn lại để lau sàn. Cuối cùng, có C_2^2 cách chọn 2 người trong 2 người còn lại để lau cầu thang.

Áp dụng quy tắc nhân, ta có $C_9^3 C_6^4 C_2^2 = 84 \cdot 15 \cdot 1 = 1260$ cách phân công.

Câu 108: Chọn 4 trong số 3 học sinh nam và 5 học sinh nữ tham gia một cuộc thi.

a) Nếu chọn 2 nam và 2 nữ thì có bao nhiêu cách chọn?

b) Nếu trong số học sinh được chọn nhất thiết phải có học sinh nam A và học sinh nữ B thì có bao nhiêu cách chọn?

c) Nếu phải có ít nhất một trong hai học sinh A và B được chọn, thì có bao nhiêu cách chọn?

d) Nếu trong 4 học sinh được chọn phải có cả học sinh nam và học sinh nữ thì có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

a) Chọn 2 trong 3 học sinh nam, rồi chọn 2 trong 5 học sinh nữ.

Ta có: $C_3^2 C_5^2 = 3 \cdot 10 = 30$.

b) Sau khi đã có A và B, chọn 2 trong 6 học sinh còn lại. Ta có $C_6^2 = 15$.

c) Chia thành 3 phương án: có cả A và B; chỉ có A; chỉ có B.

Nên ta có: $C_6^2 + C_6^3 + C_6^3 = 15 + 20 + 20 = 55$.

d) Chia thành 3 phương án: có 1 học sinh nam; có 2 học sinh nam; có 3 học sinh nam.

Nên ta có: $C_3^1 C_5^3 + C_3^2 C_5^2 + C_3^3 C_5^1 = 3 \cdot 10 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 5 = 65$.

Câu 109: Bạn An có 4 cái bánh khác nhau từng đôi một. An có bao nhiêu cách chọn ra một số cái bánh để mang theo trong buổi dã ngoại?

Lời giải

Số cách chọn của An bằng số tập hợp con của tập hợp A gồm 4 cái bánh của An, tức bằng $C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = (1+1)^4 = 2^4 = 16$.

Câu 110: Một nhóm tình nguyện viên gồm 4 học sinh lớp 10A, 5 học sinh lớp 10B và 6 học sinh lớp 10C. Để tham gia một công việc tình nguyện, nhóm có bao nhiêu cách cử ra

a. 1 thành viên của nhóm?

b. 3 thành viên của nhóm đang học ở ba lớp khác nhau?

c. 2 thành viên của nhóm đang học ở hai lớp khác nhau?

Lời giải

a.

- PA1: Chọn 1 thành viên bất kì trong 4 học sinh lớp 10A là một tổ hợp chập 1 của 4 học sinh
 $\Rightarrow C_4^1 = 4$

- PA2: Chọn 1 thành viên bất kì trong 5 học sinh lớp 10B là một tổ hợp chập 1 của 5 học sinh
 $\Rightarrow C_5^1 = 5$

- PA3: Chọn 1 thành viên bất kì trong 6 học sinh lớp 10C là một tổ hợp chập 1 của 6 học sinh
 $\Rightarrow C_6^1 = 6$

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc cộng: $4 + 5 + 6 = 15$ cách thỏa mãn yêu cầu đề.

b. Việc chọn 3 thành viên của nhóm đang học ở ba lớp khác nhau gồm 3CE:

- CD1: Mỗi 1 thành viên bất kì trong 4 học sinh lớp 10A là một tổ hợp chập 1 của 4 học sinh
 $\Rightarrow C_4^1 = 4$

- CD2: Mỗi 1 thành viên bất kì trong 5 học sinh lớp 10B là một tổ hợp chập 1 của 5 học sinh

$$\Rightarrow C_5^1 = 5$$

- CD3: Mỗi 1 thành viên bất kì trong 6 học sinh lớp 10C là một tổ hợp chập 1 của 6 học sinh

$$\Rightarrow C_6^1 = 6$$

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân: $4.5.6 = 120$ thỏa mãn yêu cầu đề.

c. Việc chọn 2 thành viên của nhóm đang học ở hai lớp khác nhau gồm 2 PÁ:

- PÁ1: Chọn 1 thành viên của lớp 10A và 1 thành viên của lớp 10B

$$\Rightarrow C_4^1 \cdot C_5^1 = 4.5 = 20$$

- PÁ2: Chọn 1 thành viên của lớp 10A và 1 thành viên của lớp 10C

$$\Rightarrow C_4^1 \cdot C_6^1 = 4.6 = 24 \setminus$$

- PÁ3: Chọn 1 thành viên của lớp 10B và một thành viên của lớp 10C

$$\Rightarrow C_5^1 \cdot C_6^1 = 5.6 = 30$$

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc cộng: $20 + 24 + 30 = 74$ cách thỏa mãn yêu cầu đề.

Câu 111: Một khoá số có 3 vòng số như Hình 1. Người dùng cần đặt mật mã cho khoá là một dãy số có ba chữ số. Để mở khoá, cần xoay các vòng số để dãy số phía trước khoá trùng với mật mã đã chọn. Có bao nhiêu cách chọn mật mã cho khoá?

Lời giải

Việc chọn mật mã cho khóa gồm 3 công đoạn:

- CD1: Chọn 1 mã số trong 10 chữ số ở vòng số thứ nhất $\Rightarrow C_{10}^1 = 10$

- CD2: Chọn 1 mã số trong 10 chữ số ở vòng số thứ hai $\Rightarrow C_{10}^1 = 10$

- CD3: Chọn 1 mã số trong 10 chữ số ở vòng số thứ hai $\Rightarrow C_{10}^1 = 10$

$\Rightarrow$ Áp dụng quy tắc nhân: $10.10.10 = 1000$ cách chọn mật mã cho khóa.

Câu 112: Thực đơn tại một quán cơm văn phòng có 6 món mặn, 5 món rau và 3 món canh. Tại đây, một nhóm khách muốn chọn bữa trưa gồm cơm, 2 món mặn, 2 món rau và 1 món canh. Nhóm khách có bao nhiêu cách chọn?

Lời giải

Việc chọn bữa trưa gồm 2 món mặn, món rau và 1 món canh gồm 3 CD:

- CD1: Mỗi cách chọn 2 món mặn trong 6 món mặn là một tổ hợp chập 2 của 6 món canh

$$\Rightarrow C_6^2 = 15$$

- CD2: Mỗi cách chọn 2 món rau trong 5 món rau là một tổ hợp chập 2 của 5 món canh.

$$\Rightarrow C_5^2 = 10$$

- CD3: Mỗi cách chọn 1 món canh trong 3 món canh là một tổ hợp chập 1 của 3 món canh

$$\Rightarrow C_5^3 = 10$$

$$\Rightarrow \text{Áp dụng quy tắc nhân: } 15 \cdot 10 \cdot 10 = 1500.$$

Vậy nhóm khách có 1500 cách chọn bữa trưa.

Câu 113: Trong một bài thi bằng hình thức trắc nghiệm có 50 câu hỏi, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời A, B, C, D . Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ đi 0,1 điểm. Nếu thí sinh chọn ngẫu nhiên đáp án của tất cả 50 câu hỏi thì số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số câu trả lời đúng, suy ra $50 - x$ là số câu trả lời sai.

$$\text{Ta có số điểm của thí sinh là } 0,2x - 0,1(50 - x) = 9,4 \Leftrightarrow x = 48.$$

Do đó, thí sinh làm đúng 48 câu và sai 2 câu thì được 9,4 điểm.

Vì mỗi câu hỏi có 1 phương án đúng và 3 phương án sai nên số khả năng đạt 9,4 điểm ở bài thi trên là $C_{50}^{48} \cdot 1 \cdot 3^2 = 11025$.

Câu 114: Có 8 vận động viên võ thuật tham gia thi đấu theo hình thức loại trực tiếp trong mỗi trận đấu, người thắng cuộc sẽ tiếp tục đấu ở vòng sau. Kết thúc giải đấu, ba người xếp hạng ở vị trí nhất, nhì và ba sẽ lần lượt được nhận huy chương vàng, huy chương bạc và huy chương đồng. Hỏi có bao nhiêu khả năng trao huy chương cho các vận động viên biết rằng khả năng chiến thắng của các vận động viên là như nhau?

A. A_8^3 .

B. C_8^3 .

C. $8!$.

D. 8^3 .

Lời giải

Mỗi khả năng trao huy chương cho các vận động viên là kết quả của việc sắp thứ tự của 3 vận động viên ở các vị trí nhất, thứ hai và thứ ba. Do đó số khả năng trao huy chương là số chỉnh hợp chập 3 của 8.

Câu 115: Một người sắp xếp thời khóa biểu cho 7 môn học. Do ngày Thứ Hai có tiết sinh hoạt tập thể nên chỉ có 3 tiết học văn hóa. Người đó dự định sắp xếp 3 môn học cho ngày Thứ Hai, mỗi môn có 1 tiết học. Hỏi người đó có bao nhiêu khả năng xếp thời khóa biểu cho ngày Thứ Hai đó.

A. C_7^3 .

B. A_7^3 .

C. $3!$.

D. $7!$.

Lời giải

Chọn 3 môn từ 7 môn để xếp vào 3 tiết học của ngày thứ 2 là một chỉnh hợp chập 3 của 7.

Do vậy số cách xếp thời khóa biểu cho ngày thứ hai là A_7^3 .

Câu 116: Trong một ván cờ vua gồm nam và nữ vận động viên, mỗi vận động viên phải chơi hai ván với từng vận động viên còn lại. Cho biết có hai vận động viên nữ và số ván vận động viên nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với vận động viên nữ là 66. Hỏi có bao nhiêu vận động viên tham dự giải và số ván tất cả các vận động viên đã chơi là bao nhiêu?

A. 13 vận động viên, 156 ván.

B. 12 vận động viên, 35 ván.

C. 15 vận động viên, 35 ván.

D. 15 vận động viên, 210 ván.

Lời giải:

Gọi tổng số vận động viên là $n (n \in \mathbb{N}^*, n > 2)$.

Số vận động viên nam là $n - 2$.

Số ván các VĐV nam chơi với nhau là: $2.C_{n-2}^2 = 2 \cdot \frac{(n-2)!}{2!(n-4)!} = (n-2)(n-3)$.

Số ván các VĐV nam chơi với 2 VĐV nữ là: $2.(n-2).2 = 4(n-2)$.

Theo đề bài ta có: $(n-2)(n-3) - 4(n-2) = 66 \Rightarrow \begin{cases} n = 13 \\ n = -4 \end{cases}$

Mà $n \in \mathbb{N}^*, n > 2 \Rightarrow n = 13$.

Số ván tất cả VĐV chơi là $2.C_{13}^2 = 156$

Vậy có 13 VĐV và 156 ván.

Câu 117: Trong một ngăn buồng trên xe lửa có hai dãy ghế đối mặt nhau, mỗi dãy có 5 chỗ ngồi có đánh số. Trong số 10 hành khách vào ngăn đó có 4 người muốn quay mặt về hướng tàu đi, 3 người muốn quay về hướng ngược lại. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho các yếu tố đó được thỏa mãn?

A. 43200.

B. 20000.

C. 37500.

D. 300.

Lời giải

Xếp 4 người ngồi quay mặt về hướng tàu đi có A_5^4 cách.

Xếp 3 người ngồi quay về hướng ngược lại có A_5^3 cách.

Xếp 3 người còn lại vào các vị trí còn lại có $3!$ cách.

Vậy có $A_5^4 A_5^3 3! = 43200$ cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn các yếu tố được đưa ra.

Câu 118: Có bao nhiêu tham người gia vào cuộc đấu cờ theo thể thức vòng tròn một lượt, biết rằng cuộc đấu có tất cả 84 ván và có hai người bỏ cuộc sau khi mỗi người đã đấu đúng ba ván?

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

Giả sử số người tham gia là n ($n \in \mathbb{N}, n \geq 2$) suy ra số ván cờ khi 2 người bỏ cuộc là C_{n-2}^2 . Do trước khi 2 người bỏ cuộc đã chơi được $2.3 = 6$ ván nên số ván cờ thực tế là $C_{n-2}^2 + 6 = 84$, giải phương trình này được $n = 15$.

Câu 119: Trong mặt phẳng cho 5 điểm. Giả sử trong các đường thẳng nối từng cặp điểm trong 5 điểm này không có cặp đường thẳng song song, vuông góc hay trùng nhau. Qua mỗi điểm ta kẻ các đường thẳng vuông góc với tất cả những đường thẳng có thể dựng được bằng cách nối từng cặp điểm trong 4 điểm còn lại. Tìm số giao điểm của các đường thẳng vuông góc đó, không kể 5 điểm đã cho, nhiều nhất là bao nhiêu?

A. 320.

B. 330.

C. 20.

D. 15.

Lời giải

Đường thẳng cần dựng là đường thẳng đi qua 2 điểm nên có $C_5^2 = 10$ đường thẳng.

Qua mỗi điểm A chẳng hạn, có $C_4^1 = 4$ đường thẳng. Do đó có 6 đường thẳng không đi qua A .

Vậy từ A có $C_5^2 - C_4^1 = 6$ đường thẳng vuông góc.

Xét hai điểm bất kì $B \neq A$. Các đường thẳng vuông góc từ B xuống các đường thẳng đi qua A cắt tất cả các đường thẳng vuông góc hạ từ A . Có 3 đường thẳng qua A mà không qua B . Vậy từ B ta hạ được 3 đường thẳng vuông góc với 3 đường thẳng đó. Ba đường thẳng vuông góc này cắt 6 đường vuông góc hạ từ A tại $3.6 = 18$ điểm.

Hạ từ B còn có ba đường vuông góc nữa, mỗi đường này sẽ cắt 5 đường vuông góc hạ từ A .

Vậy có $3.5 = 15$ giao điểm.

Câu 123: Một bàn dài có 2 dãy ghế đối diện nhau, mỗi dãy gồm 6 ghế. Lớp 10A có 12 học sinh gồm 6 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp 12 học sinh đó vào 2 dãy ghế sao cho các học sinh khác giới ngồi đối diện nhau?

A. 33177600.

B. 518400.

C. 1036800.

D. 16588800.

Lời giải

Mô tả 2 dãy ghế như sau

Nam	Nam	Nam	Nam	Nam	Nam	Nam

+ Giả sử chọn một dãy cho 6 học sinh nam ngồi, có $6! = 720$ cách sắp xếp 6 học sinh nam.

+ 6 học sinh nữ ngồi dãy đối diện có $6! = 720$ cách sắp xếp 6 học sinh nữ.

+ Hai học sinh ngồi đối diện có thể đổi chỗ, số cách đổi chỗ là 2^6 .

Vậy có $6! \cdot 6! \cdot 2^6 = 33177600$ cách xếp thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 124: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau dạng $\overline{abcde}$ sao cho $b + d = 2c$?

Lời giải

Ta có $b + d = 2c \Leftrightarrow c = \frac{b + d}{2} \Rightarrow b + d$ chia hết cho 2 $\Rightarrow b, d$ cùng tính chất chẵn, lẻ.

*) Trường hợp 1: b, d là hai chữ số lẻ.

+) Có A_5^2 cách chọn b, d .

+) Mỗi cách chọn b, d có duy nhất một cách chọn c .

+) Có 6 cách chọn chữ số a khác 0 và khác các chữ số b, c, d .

+) Có 6 cách chọn chữ số e khác các chữ số a, b, c, d .

Suy ra có $A_5^2 \cdot 6 \cdot 6 = 720$ số thỏa mãn trường hợp này.

*) Trường hợp 2: b, d là 2 chữ số chẵn khác 0.

+) Có A_4^2 cách chọn b, d .

+) Mỗi cách chọn b, d có duy nhất một cách chọn c .

+) Có 6 cách chọn chữ số a khác 0 và khác các chữ số b, c, d .

+) Có 6 cách chọn chữ số e khác các chữ số a, b, c, d .

Suy ra có $A_4^2 \cdot 6 \cdot 6 = 432$ số thỏa mãn trường hợp này.

*) Trường hợp 3: b, d là các chữ số chẵn và trong đó có một chữ số là chữ số 0.

+) Có 2 cách chọn vị trí cho chữ số 0 và 4 cách chọn chữ số chẵn cho vị trí còn lại.

+) Mỗi cách chọn b, d có duy nhất một cách chọn c .

Suy ra có $2.4A_7^2 = 336$ số thỏa mãn trường hợp này.

Câu 125: Cho đa giác đều 2022 đỉnh.

a) Có bao nhiêu hình chữ nhật có các đỉnh là đỉnh của đa giác.

b) Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn 100° ?

Lời giải

a) Mỗi hình chữ nhật có hai đường chéo là các đường chéo đi qua tâm của đa giác **C.**

Vậy số hình chữ nhật là C_{1011}^2

b) Gọi $A_1, A_2, \dots, A_{2022}$ là các đỉnh của đa giác đều 2022 đỉnh.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều $A_1A_2...A_{2022}$.

Các đỉnh của đa giác đều chia (O) thành 2022 cung tròn bằng nhau, mỗi cung tròn có số đo bằng $\frac{360^\circ}{2022}$.

Vì tam giác cân đều có đỉnh là đỉnh của đa giác nên các góc của tam giác là các góc nội tiếp của (O) .

Suy ra góc lớn hơn 100° sẽ chắn cung có số đo lớn hơn 200° .

Cố định một đỉnh A_i . Có 2022 cách chọn A_i .

Gọi A_i, A_j, A_k là các đỉnh sắp thứ tự theo chiều kim đồng hồ sao cho $A_i A_k < 160^\circ$ thì $A_i A_j A_k > 100^\circ$ và tam giác $A_i A_j A_k$ là tam giác cần đếm.

Khi đó $A_i A_k$ là hợp liên tiếp của nhiều nhất $\left[\frac{\frac{160}{360}}{2022} \right] = 898$ cung tròn nói trên. 898 cung tròn này

có 899 đỉnh. Trừ đi đỉnh A_i thì còn 898 đỉnh. Do đó có C_{898}^2 cách chọn hai đỉnh A_i, A_k .

Vậy có tất cả $2022.C_{998}^2$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 126: Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có hai chữ số 1 đứng cạnh nhau?

Lời giải

TH1: Có 8 chữ số 8. Suy ra có 1 số thỏa mãn.

TH2: Có 1 chữ số 1 và 7 chữ số 8.

Có 8 cách xếp chữ số 1 nên có 8 số thỏa mãn.

TH3: Có 2 chữ số 1 và 6 chữ số 8.

Khi đó, có C_5^3 cách chọn 3 chữ số lẻ, có 1 cách chọn 4 chữ số chẵn khác 0, có $4!$ cách sắp xếp 4 chữ số chẵn vào các vị trí như hình vẽ.

1		2		3		4		5
	C		C		C		C	

- 1 số lẻ xếp vào một trong ba vị trí 2;3;4 và 2 số lẻ còn lại xếp vào vị trí 1 và 5:

1 số lẻ xếp vào một trong ba vị trí 2;3;4: có $3.3 = 9$ cách xếp, 2 số lẻ còn lại đứng ở vị trí 1 và 5: có 2 cách xếp. Áp dụng quy tắc nhân, ta có: $n_1 = 2.9 = 18$.

- 1 số lẻ xếp vào một trong ba vị trí 2;3;4, 2 số lẻ còn lại cùng xếp vào vị trí 1:

1 số lẻ xếp vào một trong ba vị trí 2;3;4: có $3.3=9$ cách xếp, 2 số lẻ cùng xếp vào vị trí 1: có 2 cách xếp. Áp dụng quy tắc nhân, ta có: $n_7 = 2.9 = 18$.

-1 số lẻ xếp vào một trong ba vị trí 2;3;4, 2 số lẻ còn lại cùng xếp vào 3 vị trí còn lại:

1 số lẻ xếp vào một trong ba vị trí 2;3;4: có $3.3=9$ cách xếp, 2 số lẻ cùng xếp vào 3 vị trí còn lại, áp dụng quy tắc nhân, ta có: $n_3 = 9.2.3 = 54$.

Có tổng cộng $C_4^3 \cdot 4!(18+18+54) = 21600$ số.

Trường hợp 2: Số được tạo thành có chữ số 0 và chữ số 0 được xếp vào vị trí số chẵn đầu tiên.

Có tổng cộng $C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot 3!(n_1 + n_2) = C_4^3 \cdot C_4^3 \cdot 3!(18 + 18) = 8640$ số.

Trường hợp 3: Số được tạo thành có chữ số 0 và chữ số 0 được xếp vào một trong ba vị trí 2:3:4 của số chẵn.

Có tổng cộng $C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot 3 \cdot 3! (n_1 + n_2 + n_3) = C_5^3 \cdot C_4^3 \cdot 3 \cdot 3! (18 + 18 + 54) = 64800$ số.

Tổng cộng 3 trường hợp có tất cả $21600 + 8640 + 64800 = 95040$ số thỏa mãn.

Câu 129: Xét một bảng ô vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0. Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 72.

B. 90.

C. 80.

D. 144.

Lời giải

Nhân xét 1: Trên mỗi hàng có 2 số 1 và 2 số -1 , mỗi cột có 2 số 1 và 2 số -1

Nhận xét 2: Để tổng các số trong mỗi hàng và trong mỗi cột bằng 0 đồng thời có không quá hai số bằng nhau và ba hàng đầu tiên đã được xếp số thì ta chỉ có một cách xếp hàng thứ tư.

Do vậy ta tìm số cách xếp ba hàng đầu tiên. Phương pháp giải bài này là xếp theo hàng. Các hàng được đánh số như sau:

Hàng 1

--	--	--	--

Hàng 2

Hàng 3

Hàng 4

Nếu xếp tự do thì mỗi hàng đều có $\frac{4!}{2!2!} = 6$ cách điền số mà tổng các số bằng 0, đó là các cách

xếp như sau:

11-1-1 (1), 1-1-11 (2), -1-111 (3), -11-11 (4), 1-11-1 (5), -111-1 (6)

Giả sử hàng 1 được xếp như bộ (1). Số cách xếp hàng 2 có các khả năng sau

KN1: Hàng 2 xếp giống hàng 1: Có 1 cách xếp.

Hàng 3 có 1 cách. Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.1.1 = 1$ cách xếp.

KN2: Hàng 2 xếp đối xứng với hàng 1: Có 1 cách xếp

Hàng 3 có 6 cách. Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.6.1 = 6$ cách xếp.

KN3: Hàng 2 xếp trùng với cách xếp hàng 1 ở 2 vị trí: Có 4 cách xếp (4 bộ còn lại)

Khi đó, với mỗi cách xếp hàng thứ 2, hàng 3 có 2 cách. Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.6.1 = 6$ cách xếp.

Vì vai trò các bộ số như nhau nên số cách xếp thỏa mãn ycbt là $6.(1+6+6) = 90$ cách.

