

VIII

ĐẠI SỐ TỔ HỢP

- Câu 130:** Trên giá sách có 15 cuốn sách khác nhau, gồm 6 cuốn sách môn Toán, 5 cuốn sách môn Vật lý, 4 cuốn sách môn Hóa học. Có bao nhiêu cách lấy ra 2 cuốn sách khác môn từ 15 cuốn sách đó?
- Câu 131:** Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 12 điểm phân biệt, trên d_2 có 10 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 17 điểm vừa nói trên.
- Câu 132:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau sao cho chữ số 2 đứng liền giữa số 1 và 3.
- Câu 133:** Từ các chữ số 0,1,2,3,5,8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.
- Câu 134:** Một công ty có 9 nam và 13 nữ trong đó có đúng 2 cặp vợ chồng. Công ty muốn chọn 1 đội chơi tham dự teambuilding gồm 5 người. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người trong số 22 người đó nhưng không có cặp vợ chồng nào?
- Câu 135:** Có 28 phần thưởng gồm 9 cuốn sách, 8 cuốn sổ, và 11 chiếc bút được phát cho 14 học sinh giỏi, mỗi người nhận được 2 phần thưởng khác loại. An và Bình là hai trong số 14 học sinh được nhận thưởng. Hỏi có bao nhiêu cách phát phần thưởng cho 14 học sinh đó để An và Bình được nhận phần thưởng có loại giống nhau?
- Câu 136:** Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 4; 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau, trong đó chữ số 2 và 3 không đứng cạnh nhau.
- Câu 137:** Cho đa giác đều 30 cạnh nội tiếp đường tròn. Xác định số hình thang không là hình chữ nhật có 4 đỉnh là các đỉnh của đa giác đều nói trên.
- Câu 138:** Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân.
- Câu 139:** Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.
- Câu 140:** Một hộp đựng 20 viên bi khác nhau được đánh số từ 1 đến 20. Lấy ba viên bi từ hộp trên rồi cộng số ghi trên đó lại. Hỏi có bao nhiêu cách lấy để kết quả thu được là một số chia hết cho 3?
- Câu 141:** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Có bao nhiêu số gồm 4 chữ số được chọn từ tập A và chia hết cho 6.
- Câu 142:** Từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 lập được bao nhiêu số tự nhiên, mỗi số gồm sáu chữ số đôi một khác nhau sao cho tổng của ba chữ số đầu và tổng của ba chữ số cuối hơn kém nhau một đơn vị?

Bài toán cơ bản:

Bài toán chia kẹo Euler là một bài toán tổ hợp xuất hiện từ thời xa xưa, đây là một bài toán rất hay và có nhiều ứng dụng trong Toán học. Xuất phát từ một vấn đề rất đơn giản, nhà bác học Leohard Euler đã phát biểu nó thành một bài toán như sau:

"Có m chiếc kẹo giống nhau, cần chia chúng cho n em bé. Hỏi có bao nhiêu cách chia kẹo như vậy?"

Phương pháp giải bài toán cơ bản

Nếu gọi số kẹo mà mỗi em bé nhận được lần lượt là $x_1, x_2, \dots, x_n$ ($0 \leq x_i \leq m; \forall i: 1 \leq i \leq n$).

Bài toán khi đó sẽ trở thành: Đếm số nghiệm nguyên không âm của phương trình:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = m$$

coi rằng giữa mỗi em bé có một số 0 và số kẹo của em bé thứ i nhận được sẽ biểu diễn bằng một dãy gồm x_i số 1, thì bài toán trở thành đếm số cấu hình có dạng:

$$\underset{x_1}{\downarrow} \quad \underset{x_2}{\downarrow} \quad \underset{x_n}{\downarrow} \\ 11.1011\dots 10..011\dots 1$$

Với m số 1 và $n-1$ số 0

Như vậy, thực tế ta đang đếm số cách đặt $n-1$ số 0 vào một dãy gồm $m+n-1$ vị trí, còn lại sẽ là các số 1. Theo quy tắc tổ hợp không lặp, số nghiệm của bài toán sẽ là: C_{m+n-1}^{n-1}

Câu 143: Thầy giáo muốn chia một hộp bút bi gồm 12 chiếc giống hệt nhau cho 10 học sinh sao cho mỗi bạn có ít nhất 1 chiếc. Hỏi thầy có bao nhiêu cách chia?

Câu 144: Bé Nam có 10 viên bi màu xanh, 8 viên đỏ và 8 viên vàng; các viên bi cùng màu giống hệt nhau. Bé muốn chọn ra 10 viên đồng thời mỗi màu nhiều nhất 5 viên để tặng bé An. Hỏi bé có bao nhiêu cách chọn.

Câu 145: Siêu thị còn 10 chai nước rửa bát giống hệt nhau được bán giảm giá, có 5 khách hàng ở quầy nước rửa bát đang định mua hàng. Hỏi siêu thị có tất cả bao nhiêu cách bán 10 chai nước rửa bát cho 5 vị khách đó.

Câu 146: Có bao nhiêu cách phân phối 2023 quyển sách toán giống hệt nhau cho 100 cửa hàng bán sách sao cho mỗi cửa hàng nhận được ít nhất một cuốn sách?

Câu 147: Có n vật giống hệt nhau và m hộp phân biệt ($n \geq m, n, m \in \mathbb{N}^*$).

a) Hỏi có bao nhiêu cách phân phối hết n vật đó vào m hộp đã cho?

b) Hỏi có bao nhiêu cách phân phối hết n vật đó vào m hộp đã cho sao cho mỗi hộp có ít nhất một vật?

Câu 148: Cho một nhóm có 5 cô gái, kí hiệu là $G_1, G_2, \dots, G_5$ và 12 chàng trai được xếp vào 17 chiếc ghế được sắp thành một hàng ngang sao cho các điều kiện sau đồng thời thỏa mãn:

1) Mỗi ghế có đúng một người ngồi;

2) Thứ tự ngồi của các cô gái, xét từ trái qua phải là G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 ;

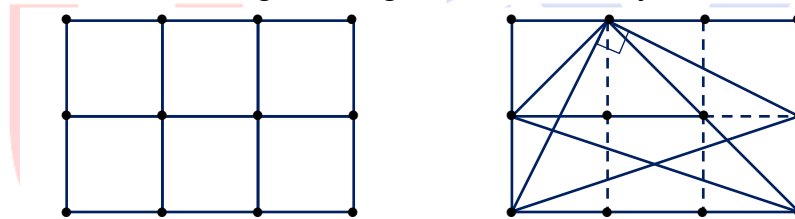
3) Giữa G_1 và G_2 có ít nhất 3 chàng trai;

4) Giữa G_4 và G_5 có ít nhất 1 chàng trai và nhiều nhất 4 chàng trai;

Có tất cả bao nhiêu cách xếp như vậy?

Câu 149: Có bao nhiêu cách xếp 30 viên bi giống nhau vào 5 chiếc hộp khác nhau sao cho: Hộp 1 có ít nhất 5 viên bi; hộp 2 và hộp 3 có không quá 6 viên bi.

- Câu 150:** Cho đa giác đều 10 cạnh nội tiếp trong đường tròn tâm O . Có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh là 3 đỉnh của đa giác và 3 cạnh là 3 đường chéo của đa giác?
- Câu 151:** Cho đa giác đều $A_1A_2...A_{2n}$ nội tiếp trong đường tròn tâm O . Biết rằng số tam giác có đỉnh là 3 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$ gấp 20 lần so với số hình chữ nhật có đỉnh là 4 trong $2n$ điểm $A_1, A_2, ..., A_{2n}$. Tìm n ?
- Câu 152:** Cho đa giác đều có 2023 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O . Tìm số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đó nhưng không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho.
- Câu 153:** Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 33540 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n .
- Câu 154:** Cho đa giác đều có 100 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác tù được tạo thành từ các đỉnh của đa giác đều đã cho?
- Câu 155:** Trong mặt phẳng cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Từ A dựng m đường thẳng, từ B dựng n đường thẳng, từ C dựng p đường thẳng. Trong số các đường thẳng vừa dựng không có 3 đường thẳng nào đồng qui và không có cặp đường thẳng nào song song. Tìm số các tam giác tạo bởi các đường thẳng dựng từ 3 điểm A, B, C , trừ ba điểm A, B, C .
- Câu 156:** Hình vẽ bên trái dưới đây là một lưới ô vuông kích thước 3×2 có 12 nút lưới. Từ 12 nút lưới có thể chọn 3 nút làm 3 đỉnh của một tam giác vuông. Hình vẽ bên phải minh họa một số loại tam giác vuông. Hỏi có bao nhiêu tam giác vuông có 3 đỉnh được lấy từ 12 nút lưới ô vuông.



- Câu 157:** Cho tam giác ABC , trong tam giác từ A chia thành 7 tam giác nhỏ, từ B kẻ đường thẳng cắt tất cả các cạnh của tam giác. Hỏi trong hình có tất cả bao nhiêu tam giác?

