

IX

XÁC SUẤT

Câu 119: Một hộp đựng 12 viên bi chỉ khác nhau về màu, trong đó có 5 viên bi xanh, 4 viên bi đỏ và 3 viên bi vàng. Bạn Thủy lấy ngẫu nhiên từ hộp đó 4 viên bi. Tính xác suất của các biến cố

a) A : “4 viên bi lấy được cùng màu”

b) B : “4 viên bi lấy được có đủ cả 3 màu”

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi trong hộp chứa 12 viên bi thì số phần tử của không gian mẫu là :

$$|\Omega| = C_{12}^4 = 495$$

a) Số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = C_5^4 + C_4^4 = 6$

Vậy xác suất để bạn Thủy lấy ra được 4 viên bi cùng màu là $P(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{6}{495} = \frac{2}{165}$

b) Số phần tử của biến cố B là $|\Omega_B| = C_5^2 C_4^1 C_3^1 + C_5^1 C_4^2 C_3^1 + C_5^1 C_4^1 C_3^2 = 270$.

Vậy xác suất để bạn Thủy lấy ra được 4 viên bi có đủ ba màu

$$\text{là } P(B) = \frac{|\Omega_B|}{|\Omega|} = \frac{270}{495} = \frac{6}{11}.$$

Câu 120: Kết quả (b, c) của việc gieo con xúc xắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện ở lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2 + bx + c = 0$. Tính xác suất để phương trình có nghiệm kép.

Lời giải

Ta có không gian mẫu $\Omega = \{(b, c) : 1 \leq b, c \leq 6\} \Rightarrow n(\Omega) = 36$

Và biến cố $A = \{(b, c) \in \Omega \mid b^2 - 4c = 0\} = \{(2, 1), (4, 4)\}$. Suy ra $n(A) = 2$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$.

Câu 121: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một phân biệt. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để số được chọn là số chẵn nhỏ hơn 2023.

Lời giải

Số các số tự nhiên có bốn chữ số đôi một phân biệt là: $9 \cdot A_9^3 \Rightarrow n(\Omega) = 9 \cdot A_9^3$.

Gọi số tự nhiên chẵn gồm bốn chữ số đôi một phân biệt nhỏ hơn 2023 có dạng $\overline{abcd}$.

Gọi A : ”Số chẵn nhỏ hơn 2023”.

TH1: Nếu $a = 2 \Rightarrow b = 0 \Rightarrow c = 1$ thì số d có 3 cách chọn từ các số 4, 6, 8.

Trường hợp này có 3 số được lập.

TH2: Nếu $a = 1, d$ có 5 cách chọn, b, c chọn từ 8 số còn lại có A_8^2 cách chọn.

Trường hợp này lập được 280 số.

Nên có 283 số tự nhiên chẵn gồm bốn chữ số phân biệt nhỏ hơn 2023 suy ra $n(A) = 283$

$$\text{Xác suất cần tính là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{283}{4536}.$$

Câu 122: Chọn ngẫu nhiên một gia đình có ba con và quan sát giới tính của ba người con này. Tính xác suất của biến cố E : “Con thứ hai là trai”;

Lời giải

Không gian mẫu $\Omega = \{TTT; TTG; TGT; TGG; GTT; GTG; GGT; GGG\}$, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 8$.

Biến cố E : “Con thứ hai là trai”, ta có: $E = \{TTT; TTG; GTT; GTG\}$. Suy ra $n(E) = 4$.

$$\text{Xác suất của biến cố } E \text{ là } P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

Câu 123: Từ tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0. Lấy ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số lấy được chỉ có mặt ba chữ số khác nhau.

Lời giải

+ Số các số tự nhiên có 5 chữ số mà các chữ số đều khác 0 là 9^5

+ Lập số có 5 chữ số đều khác 0 và chỉ có mặt 3 chữ số khác nhau.

Trường hợp 1. Một trong 3 chữ số có mặt đúng 3 lần

Chọn 1 số trong 9 chữ số và chọn 3 vị trí để xếp số này. Số cách chọn là $9.C_5^3$

Chọn 2 số khác nhau trong 8 số còn lại để xếp vào 2 vị trí còn lại, số cách chọn là A_8^2

Vậy trong trường hợp này có tất cả là $9.C_5^3.A_8^2 = 5040$ số.

Trường hợp 2. Hai trong 3 chữ số mà mỗi chữ số có mặt hai lần chữ số còn lại có mặt đúng một lần.

Chọn 1 số trong 9 số và chọn 2 vị trí trong 5 vị trí để xếp số này thì số cách chọn là $9.C_5^2$

Chọn 1 số trong 8 số còn lại và chọn 2 vị trí trong 3 vị trí để xếp số này thì số cách chọn là $8.C_3^2$

Vì khi chọn số thứ nhất xếp vào 2 vị trí, số thứ 2 vào 2 vị trí sẽ có 2 số trùng nhau nên

trong trường hợp này có số các số tạo thành là $\frac{9.C_5^2.8.C_3^2.7}{2} = 7560$

Vậy có tất cả $5040 + 7560 = 12600$.

Lấy ngẫu nhiên một số thì số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = 9^5$

Gọi A là biến cố lấy được một số có 5 chữ số khác 0 và chỉ có mặt 3 chữ số khác nhau.

Số phần tử của biến cố A là $|\Omega_A| = 12600$

$$\text{Vậy xác suất để biến cố } A \text{ xảy ra là } P_A = \frac{12600}{9^5} = \frac{1400}{6561}$$

Câu 124: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập S . Tính xác suất để lấy được số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau.

Lời giải

Ta có không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega) = 9 \cdot 10^7$

Gọi A là biến cố “Chọn được số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau”.

Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp.

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Số phần tử của biến cố A là $P(A) = A_9^5 C_5^3 = 151200$ số

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{151200}{9 \cdot 10^7} = \frac{21}{12500}$

Câu 125: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Tính P .

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{11}^6 = 462$.

Gọi A : “Tổng số ghi trên 6 tấm thẻ ấy là một số lẻ”.

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng là một số lẻ ta có 3 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 5 thẻ mang số chẵn có: $6 \cdot C_5^5 = 6$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3 \cdot C_5^3 = 200$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 5 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^5 \cdot 5 = 30$ cách.

Do đó $n(A) = 6 + 200 + 30 = 236$.

Vậy $P(A) = \frac{236}{462} = \frac{118}{231}$.

Câu 126: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau được lập thành từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6. Chọn ngẫu nhiên một số từ S , tính xác suất để số được chọn là một số nhỏ hơn 360 và chia hết cho 5.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(S) = A_6^3 = 120$. Suy ra $n(\Omega) = C_{120}^1 = 120$.

Gọi A là biến cố: “Số chọn được là một số nhỏ hơn 360 và chia hết cho 5”.

Số chia hết cho 5 được lập từ các chữ số trên có dạng $\overline{ab5}$.

TH1: $a \in \{1; 2\}$

Có 2 cách chọn a

Mỗi cách chọn a , có 4 cách chọn b .

Suy ra có 8 số thỏa mãn.

TH2: $a = 3$

Do số cần lập nhỏ hơn 360 nên b có 3 cách chọn ($b \notin \{3; 5; 6\}$)

Suy ra có 3 số thỏa mãn.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{11}{120}$.

Lời giải

Vậy xác suất cần tính là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{415}{1001}$.

Lời giải

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{C_{12}^4} = \frac{16}{33}$.

4 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

Lời giải

Chọn 3 viên bi trong hộp có 50 viên bi nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{50}^3$.

Gọi A là biến cố : “Tổng số trên 3 viên bi được chọn là một số chia hết cho 3”.

Từ 1 đến 50 có 16 số chia hết cho 3; 17 số chia cho 3 dư 1; 17 số chia cho 3 dư 2.

TH1. Ba viên bi được chọn đều có số chia hết cho 3, ta có C_{16}^3 cách.

TH2. Ba viên được chọn đều có số chia cho 3 dư 1, ta có C_{17}^3 cách.

TH3. Ba viên bi được chọn có 1 viên chia hết cho 3, 1 viên chia cho 3 dư 1, 1 viên chia cho 3 dư 2, ta có $C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1$ cách.

TH4. Ba viên bi được chọn đều có số chia cho 3 dư 2, ta có C_{17}^3 cách.

Suy ra $n(A) = C_{16}^3 + C_{17}^3 + C_{16}^1.C_{17}^1.C_{17}^1 + C_{17}^3 = 6544$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6544}{C_{50}^3} = \frac{409}{1225}$.

Câu 130: Người ta dùng 18 cuốn sách bao gồm 7 cuốn sách toán, 6 cuốn sách lý, 5 cuốn sách hóa để làm phần thưởng cho 9 học sinh. Mỗi học sinh nhận được 2 cuốn sách khác loại. Tính xác suất để hai học sinh A và B nhận được phần thưởng giống nhau.

Lời giải

Gọi $x, y, z, (x, y, z \in \mathbb{N})$ lần lượt là số học sinh nhận được bộ phần thưởng Toán + Lý, Toán + Hóa, Lý + Hóa.

Theo bài ra ta có
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x + z = 6 \\ y + z = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \\ z = 2 \end{cases}$$

Vậy số cách phát phần thưởng ngẫu nhiên cho 9 học sinh là $C_9^4.C_5^3.1 = 1260 \Rightarrow |\Omega| = 1260$.

Gọi S là biến cố hai học sinh A và B có phần thưởng giống nhau

TH1. A và B cùng nhận bộ Toán + Lý thì số cách nhận phần thưởng là $C_7^2.C_5^3 = 210$

TH2. A và B cùng nhận bộ Toán + Hóa thì số cách nhận phần thưởng là $C_7^1.C_6^4 = 105$

TH3. A và B cùng nhận bộ Lý + Hóa thì số cách nhận phần thưởng là $C_7^4 = 35$

Vậy số phần tử của biến cố S là $|\Omega_S| = 210 + 105 + 35 = 350 \Rightarrow P_S = \frac{|\Omega_S|}{|\Omega|} = \frac{350}{1260} = \frac{5}{18}$.

Câu 131: Cho $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X . Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$.

Gọi A : “Ba số được chọn không có hai số liên tiếp”.

Ta tìm số cách lấy ra ba số trong đó có đúng hai số liên tiếp nhau hoặc lấy ra được cả ba số liên tiếp nhau. Khi đó ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Lấy ra ba số trong đó có đúng hai số liên tiếp nhau.

- Trong ba số lấy ra có hai số 0, 1 hoặc 14, 15 khi đó số thứ ba có 13 cách lấy. Do đó trường hợp này có: $2.13 = 26$ cách lấy.

- Trong ba số lấy ra không có đồng thời hai số 0, 1 hoặc 14, 15 khi đó ta có 13 cặp số liên tiếp nhau khác 0, 1 và 14, 15, số thứ ba có 12 cách lấy. Do đó trường hợp này có: $13 \cdot 12 = 156$ cách lấy.

Trường hợp 2: Lấy ra được cả ba số liên tiếp nhau. Ta có lấy ba số liên tiếp nhau ta có 14 cách lấy. Do đó trường hợp này có: 14 cách lấy.

Nên ta có $26 + 156 + 14 = 196$ cách lấy ra ba số liên tiếp nhau hoặc lấy ra ba số trong đó có hai số liên tiếp nhau.

Nên $n(A) = 560 - 196 = 364$.

Vậy xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp là: $P(A) = \frac{13}{20}$.

Câu 132: Một nhóm học sinh gồm 10 em trong đó có 2 học sinh lớp 11A1, 3 học sinh lớp 12A2 và 5 học sinh lớp 12A1. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh đó thành một hàng ngang. Tính xác suất để **không** có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau.

Lời giải

Không gian mẫu là xếp 10 bạn vào 10 vị trí $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A là biến cố: "Trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau".

Xếp 5 học sinh lớp 12A1 vào 5 vị trí có $5!$ cách.

Ứng mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12A1 sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và hai vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.

TH1: Xếp 3 học sinh lớp A2 vào 4 vị trí trống ở giữa có A_4^3 cách.

Ứng với mỗi cách xếp, chọn 1 trong 2 học sinh lớp 11A1 xếp vào vị trí trống ở giữa còn lại có 2 cách.

Học sinh lớp 11A1 còn lại có 8 vị trí để xếp có 8 cách.

Theo quy tắc nhân có: $5! \cdot A_4^3 \cdot 2 \cdot 8 = 46080$ cách.

TH2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12A2 vào 4 vị trí trống ở giữa và học sinh còn lại xếp vào hai đầu, có $C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 học sinh lớp 11A1 vào vị trí đó, có 2 cách.

Theo quy tắc nhân: $5! \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2$ cách $\Rightarrow n(A) = 5! \cdot C_3^1 \cdot 2 \cdot A_4^2 \cdot 2 + A_4^3 \cdot 5! \cdot 2 \cdot 8 = 63360$ cách

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{63360}{10!} = \frac{11}{630}$.

Câu 133: Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai bạn A và B, đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Tính xác suất để hai bạn A và B không đứng cạnh nhau.

Lời giải

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh thành một hàng có $10!$ cách $\Rightarrow n(\Omega) = 10!$

Gọi biến cố A : "Xếp 10 học sinh thành một hàng sao cho A và B không đứng cạnh nhau".

Suy ra $\bar{A}$: "Xếp 10 học sinh thành một hàng sao cho A và B đứng cạnh nhau".

Xem A và B là nhóm X .

Xếp X và 8 học sinh còn lại có $9!$ cách.

Hoán vị A và B trong X có $2!$ cách.

Suy ra $n(\bar{A}) = 9! \cdot 2!$

7 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố trong 3 số được chọn không có hai số nào là 2 số nguyên liên tiếp.

Vậy $\bar{A}$ là biến cố trong 3 số được chọn có hai số nguyên liên tiếp.

Như vậy trong biến cố $\bar{A}$ ta có hai phương án:

+) Phương án 1: 3 số được chọn là 3 số nguyên liên tiếp, ta có 8 cách chọn là:

+) Phương án 2: Trong 3 số được chọn có 2 số nguyên liên tiếp, ta có các trường hợp sau.

Trường hợp 1: 2 số nguyên liên tiếp là cặp (1, 2) hoặc (9; 10) có 2 cách chọn, khi đó số còn lại có 7 cách chọn. $\Rightarrow$ Trường hợp này có $2.7 = 14$ cách.

Trường hợp 2: 2 số nguyên liên tiếp là các cặp số còn lại (2; 3), (3; 4), (4; 5), (5; 6), (6; 7), (7; 8), (8; 9) có 7 cách chọn cặp số và số còn lại có 6 cách chọn.

$\Rightarrow$ Trường hợp này có $6.7 = 42$ cách.

Do đó ta có $n(\bar{A}) = 8 + 14 + 42 = 64$.

Vậy xác suất để trong 3 số được chọn từ tập A không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp

bằng: $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{64}{120} = \frac{56}{120} = \frac{7}{15}$.

Câu 140: Có 6 viên bi gồm 2 bi xanh, 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Tính xác suất để khi xếp 6 viên bi trên thành một hàng ngang thì có đúng một cặp bi cùng màu xếp cạnh nhau.

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{5}$.

D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 6!$

Gọi A là biến cố “có đúng một cặp bi cùng màu xếp cạnh nhau”.

Chọn một màu bi trong ba màu và cặp màu bi đó xếp cạnh nhau: có 3 cách

Giả sử cặp bi cùng màu xanh xếp cạnh nhau.

TH1: Xếp 2 bi xanh ở vị trí 1, 2: có 2 cách.

Vị trí 3 có 4 cách xếp

Vị trí 4 có 2 cách xếp

Vị trí 5 có 1 cách xếp

Vị trí 6 có 1 cách xếp

Vậy có $2.4.2.1.1.2 = 32$ cách.

TH2: Xếp 2 bi xanh ở vị trí 2, 3: có 2 cách.

Vị trí 1 có 4 cách xếp

Vị trí 4 có 2 cách xếp

Vị trí 5 có 1 cách xếp

Vị trí 6 có 1 cách xếp

Vậy có $2.4.2.1.1.2 = 32$ cách.

TH3: Xếp 2 bi xanh ở vị trí 3,4: có 2 cách.

Vị trí 1 có 4 cách xếp

Vị trí 2 có 2 cách xếp

Vị trí 5 có 2 cách xếp

Vị trí 6 có 1 cách xếp

Vậy có $2.4.2.2.1 = 32$ cách.

$$\Rightarrow n(A) = (32 + 32 + 32).3 = 288$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{288}{6!} = \frac{2}{5}.$$

+ Gộp 2 viên bi màu xanh thành 1 bi và gộp 4 viên bi còn lại. Khi đó ta có $2.5!$ cách xếp.

+ Gộp 2 viên bi màu xanh là 1 bi, gộp 2 bi khác màu xanh thành 1 bi và xếp cùng với 2 bi còn lại: có $4!.2!.2!$ cách xếp.

Số cách xếp 2 viên bi màu xanh cạnh nhau và các bi còn lại cùng màu không cạnh nhau là $2.5! - 4!.2!.2! = 144$

Câu 141: Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ tập $E = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S . Xác suất để số được chọn là một số chẵn bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{3}{5}$.

C. $\frac{1}{2}$

D. $S = \frac{3}{4}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố “số được chọn là một số chẵn”

Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $A_5^4 = 120$

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{120}^1 = 120$

Số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau $2A_4^3 = 48$

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A) = C_{48}^1 = 48$

Vậy xác suất để số được chọn là một số chẵn là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{48}{120} = \frac{2}{5}$

Câu 142: Ba bạn Chuyên, Quang, Trung mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc đoạn $[1; 17]$. Xác suất để ba số viết ra có tổng chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1079}{4913}$.

B. $\frac{23}{68}$.

C. $\frac{1637}{4913}$.

D. $\frac{1728}{4913}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 17^3$.

$$A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$$

$$B = \{1, 4, 7, 10, 13, 16\}$$

$$C = \{2, 5, 8, 11, 14, 17\}.$$

Gọi E là biến cố “ba số viết ra có tổng chia hết cho 3”.

+ Ba số mà ba bạn viết ra đều thuộc tập A : có 5^3 cách.

+ Ba số mà ba bạn viết ra đều thuộc tập B : có 6^3 cách.

+ Ba số mà ba bạn viết ra đều thuộc tập C : có 6^3 cách.

+ Ba số mà ba bạn viết, mỗi số thuộc một tập trong các tập trên: có $3!5.6.6$ cách.

Khi đó $P(E) = \frac{5^3 + 6^3 + 6^3 + 3!5.6.6}{17^3} = \frac{1637}{4913}$.

A. $\frac{13}{90}$.

B. $\frac{1}{45}$.

C. $\frac{19}{90}$.

D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Xét tập $A = \{A, A, I, N, T, T, S, S, S\}, B = \{A, C, I, I, T, T, T, S, S, S\}$.

Không gian mẫu là các các lấy từ mỗi tập hợp A, B một phần tử nên $n(\Omega) = C_9^1 \cdot C_{10}^1 = 90$.

Biến cố A: “Lấy được hai chữ cái giống nhau”.

TH1: Cùng lấy được chữ $A: C_2^1.C_1^1$.

TH2: Cùng lấy được chữ $I : C_1^1.C_2^1.$

TH3: Cùng lấy được chữ $T : C_2^1.C_3^1$.

TH4: Cùng lấy được chữ $S : C_3^1.C_3^1$.

Suy ra: $n(A) = C_2^1.C_1^1 + C_1^1.C_2^1 + C_2^1.C_3^1 + C_3^1.C_2^1 = 19 \Rightarrow P(A) = \frac{19}{90}$.

Câu 144: Một hộp có chứa 3 viên bi đỏ, 2 viên bi xanh và n bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp.

Biết xác suất để trong 3 viên bi lấy được có đủ ba màu là $\frac{9}{28}$. Xác suất để trong 3 viên bi lấy được có ít nhất một viên bi xanh bằng

D. $\frac{31}{56}$.

Lời giải

Ta có số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp: $n(\Omega) = C_{n+5}^3$

Gọi biến cố A: “Lấy được đủ ba màu”, ta có $n(A) = C_3^1.C_2^1.C_n^1 = 6n$.

Theo bài ra ta có: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6n}{C_{n+5}^3} = \frac{9}{28}$.

$$\Leftrightarrow \frac{6n \cdot 3! \cdot (n+2)!}{(n+5)!} = \frac{9}{28}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4n}{(n+3)(n+4)(n+5)} = \frac{1}{28} \quad .$$

$$\Leftrightarrow n^3 + 12n^2 - 47n + 60 = 0 \Rightarrow n = 3$$

Gọi biến cố B: “Lấy được ít nhất một viên xanh”, ta có $n(B) = C_8^3 - C_6^3 = 36$.

Suy ra: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{9}{14}$.

Câu 145: Ban chỉ đạo phòng chống dịch Covid – 19 của sở Y tế Bắc Ninh có 9 người, trong đó có đúng 4 bác sĩ. Chia ngẫu nhiên Ban đó thành 3 tổ, mỗi tổ 3 người để đi kiểm tra công tác phòng

D. $\frac{1}{14}$.

Lời giải

$$n \Omega = C_9^3 C_6^3 C_3^1$$

Gọi A là biến cố “ba tổ trưởng đều là bác sĩ”

Vì có 4 bác sĩ $\Rightarrow$ có 1 tổ có 2 bác sĩ

$$\Rightarrow n \ A = \begin{matrix} C_4^1 C_5^2 & C_3^1 C_3^2 & C_2^2 C_1^1 \end{matrix} .3$$

$$\Rightarrow P A = \frac{n A}{n \Omega} = \frac{C_4^1 C_5^2 \quad C_3^1 C_3^2 \quad C_2^2 C_1^1 .3}{C_0^3 C_6^3 \quad C_3^1} = \frac{1}{21}$$

Câu 146: Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tìm xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

D. $\frac{98}{667}$.

Lời giải

Gọi Ω là không gian mẫu $\Rightarrow n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố “Chọn được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó chỉ có

đúng 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10”.

Từ 1 đến 30 có 15 số lẻ, 12 số chẵn không chia hết cho 10 và 3 số chia hết cho 10.

Lấy ra 5 thẻ mang số lẻ có C_{15}^5 cách.

Lấy ra 4 thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10 có C_{12}^4 cách.

Lấy ra 1 thẻ mang số chia hết cho 10 có 3 cách.

$$\Rightarrow n(A) = 3C_{15}^5 C_{12}^4 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3C_{15}^5 C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}.$$

Câu 147: Cho một đa giác đều có 24 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O . Gọi S là tập hợp các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giác trên. Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ tập S , tính xác suất để chọn được tam giác cân nhưng không phải tam giác đều.

A. $\frac{3}{11}$.

B. $\frac{3}{23}$.

C. $\frac{30}{253}$.

D. $\frac{32}{253}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega) = C_{24}^3 = 2024$

Ta có số tam giác đều được tạo từ các đỉnh của một đa giác đều có 24 đỉnh là 8 tam giác.

Do tính đối xứng của đa giác đều có 24 đỉnh, mỗi đỉnh có $11 - 1 = 10$ tam giác cân nhưng không phải tam giác đều, nên số tam giác cân nhưng không phải tam giác đều là $n(A) = 24 \times 10 = 240$

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{240}{2024} = \frac{30}{253}$.

Câu 148: Một đa giác đều có 32 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh từ 32 đỉnh của đa giác đó. Xác suất để 3 đỉnh được chọn là 3 đỉnh của một tam giác vuông, không cân là

A. $\frac{125}{7854}$.

B. $\frac{14}{155}$.

C. $\frac{30}{199}$.

D. $\frac{6}{199}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh từ 32 đỉnh ta có $n(\Omega) = C_{32}^3 = 4960$.

Đa giác đều có 32 đỉnh sẽ có 16 đường chéo đi qua tâm của đa giác. Mà cứ 2 đường chéo sẽ tạo thành 1 hình chữ nhật. Cứ 1 hình chữ nhật lại tạo thành 4 tam giác vuông. Do đó, số tam giác vuông được tạo thành là $4C_{16}^2 = 480$.

Mặt khác, trong số C_{16}^2 hình chữ nhật lại có 8 hình vuông. Suy ra, số tam giác vuông cân là $4 \cdot 8 = 32$.

Gọi X là biến cố “Chọn được một tam giác vuông, không cân”

$\Rightarrow n(X) = 480 - 32 = 448$.

$$\text{Xác suất của biến cố } X \text{ là: } P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{448}{4960} = \frac{14}{155}.$$

Câu 149: Trong một cuộc thi có 20 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu, nếu chọn phương án trả lời đúng thì thí sinh được cộng 10 điểm, nếu chọn phương án trả lời sai sẽ bị trừ 5 điểm. Tính xác suất để một thí sinh làm bài bằng cách lựa chọn ngẫu nhiên phương án được 140 điểm, biết thí sinh phải làm hết các câu hỏi và mỗi câu hỏi chỉ chọn được duy nhất một phương án trả lời.

A. $1,8.10^{-5}$.

B. $3,6.10^{-7}$.

C. $1,1.10^{-6}$.

D. $2,5.10^{-6}$.

Lời giải

Gọi số câu trả lời đúng của thí sinh là x thì số câu trả lời sai là $20 - x$.

Để thí sinh được 140 điểm thì

$$10x - 5(20 - x) = 140$$

$$\Leftrightarrow 15x = 240$$

$$\Leftrightarrow x = 16$$

Vậy thí sinh đó trả lời đúng 16 câu và sai 4 câu.

Gọi A là biến cố: “Thí sinh đó trả lời đúng 16 câu hỏi và trả lời sai 4 câu hỏi”.

Xác suất trả lời đúng một câu hỏi là $\frac{1}{4}$.

Xác suất trả lời sai một câu hỏi là $\frac{3}{4}$.

$$\text{Xác suất của biến cố } A \text{ là: } P(A) = C_{20}^{16} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{16} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 \approx 3,6.10^{-6}.$$

Câu 150: Trong hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20–11 của một trường THPT, ban giám khảo hội diễn đã chọn ra được 9 tiết mục đoạt giải chia đều cho ba khối 10, 11 và 12. Trong đó mỗi khối đều có 3 tiết mục: múa, kịch, hát. Nhà trường chọn ngẫu nhiên 3 tiết mục để biểu diễn trong lễ tọa đàm 20 – 11 của nhà trường. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?

A. $\frac{1}{14}$.

B. $\frac{1}{84}$.

C. $\frac{1}{28}$.

D. $\frac{9}{56}$.

Lời giải

Chọn ba tiết mục trong chín tiết mục có $n(\Omega) = C_9^3$ cách chọn.

Gọi A là biến cố: ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung.

Chọn tiết mục khối 10 có 3 cách chọn

Chọn tiết mục ở khối 11 có 2 cách

Và tiết mục ở khối 12 có 1 cách.

Nên có $n(A) = 3.2.1 = 6$ cách chọn

D. $\frac{4}{9}$

D. $\frac{5}{34}$.

15 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

16 | Ths. Lê Việt – THPT Thăng Long, Hà Nội – Phone: 0835221183 - Ôn thi cam kết điểm số

A. $\frac{1}{28}$.

B. $\frac{15}{84}$.

C. $\frac{11}{84}$.

D. $\frac{3}{28}$.

Lời giải

Hộp thứ nhất có chứa x viên bi, trong đó có d viên bi đen.

Hộp thứ hai có chứa x' viên bi, trong đó có d' viên bi đen.

Ta có: $x + x' = 20$, $x < x'$.

Xét phép thử: Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp 1 viên bi.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = xx'$.

Gọi A là biến cố lấy được hai bi đen, suy ra $n(A) = dd'$.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{dd'}{xx'} = \frac{55}{84}$.

Theo BĐT côsi: $xx' \leq \frac{1}{4}(x + x')^2 = \frac{1}{4} \cdot 20^2 = 100$.

Suy ra: $xx' = 84, (2)$.

Từ và suy ra x, x' là nghiệm của phương trình $X^2 - 20X + 84 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x' = 14 \end{cases}$

Khi đó $dd' = 55 \Rightarrow \begin{cases} d = 5, (d < x) \\ d' = 11 \end{cases}$

Do đó hộp thứ nhất chứa 1 bi trắng, hộp thứ hai chứa 3 bi trắng.

Gọi B là biến cố lấy được hai bi trắng.

Ta có: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{1 \cdot 3}{84} = \frac{1}{28}$.

Câu 156: Vì yêu toán đổi ngẫu nhiên vị trí các chữ cái này để tạo ra mật khẩu. Tính xác suất để mật khẩu đó là một dãy chữ cái mà các chữ cái nếu xuất hiện 1 lần thì không đứng cạnh nhau, đồng thời các chữ T, N giống nhau thì đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{264}$.

B. $\frac{1}{1584}$.

C. $\frac{1}{54}$.

D. $\frac{1}{66}$.

Lời giải

Mật khẩu gồm 11 kí tự, tạo thành từ 7 kí tự: A, E, N, O, T, U, Y. Trong đó, các kí tự T, O, A, N xuất hiện 2 lần, các kí tự Y, E, U xuất hiện 1 lần.

+ Số phần tử của không gian mẫu:

Chọn vị trí cho 2 kí tự T có C_{11}^2 cách; Chọn vị trí cho 2 kí tự O có C_9^2 cách; Chọn vị trí cho 2 kí tự A có C_7^2 cách; Chọn vị trí cho 2 kí tự N có C_5^2 cách; Xếp 3 kí tự Y, E, U vào 3 vị trí còn lại

A. $\frac{5}{8008}$.

B. $\frac{19}{12012}$.

C. $\frac{19}{1202}$.

D. $\frac{19}{1012}$.

Lời giải

Xếp 7 quyển sách Tiếng anh thành một hàng ngang có $7!$ cách xếp.

Khi đó có 6 khoảng trống giữa 7 quyển sách trên.

Xảy ra hai trường hợp sau:

- Trường hợp 1: Giữa mỗi khoảng trống xếp đúng 1 quyển sách Văn hoặc Toán.

Chọn 6 quyển sách Văn hoặc Toán xếp vào 6 khoảng trống thì có A_7^6 cách.

Xếp quyển sách còn lại vào một trong hai đầu của hàng sách đã xếp thì có 2 cách.

Vậy trường hợp này có $7!.A_7^6.2$ cách.

- Trường hợp 2: Có đúng một khoảng trống xếp 1 quyển Văn và 1 quyển Toán cạnh nhau, những khoảng trống còn lại xếp đúng một quyển Văn hoặc Toán.

Chọn một quyển Văn và một quyển Toán thì có 3.4 cách.

Xếp hai quyển sách đã chọn theo một thứ tự nào đó thì có 2 cách.

Xếp hai quyển sách trên vào một trong 6 khoảng trống thì có 6 cách.

Xếp 5 quyển sách còn lại vào 5 khoảng trống còn lại thì có $5!$ cách.

Vậy trường hợp này có $7!.3.4.2.6.5!$ cách.

Suy ra số cách xếp thỏa mãn đề bài là: $7!.A_7^6.2 + 7!.3.4.2.6.5!$ cách.

Xác suất cần tìm là: $P = \frac{7!.A_7^6.2 + 7!.3.4.2.6.5!}{14!} = \frac{19}{12012}$.

Câu 159: Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

A. $\frac{109}{30240}$.

B. $\frac{1}{280}$.

C. $\frac{1}{5040}$.

D. $\frac{109}{60480}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = 10!$.

Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 10.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là: $6!.4!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho Huyền và Quang ngồi cạnh nhau

Nếu Huyền ngồi ở ghế 1 hoặc 10 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Quang. Nếu Huyền ngồi ở ghế 4 hoặc 7 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Quang.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $2 + 2.2 = 6$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 10 người sao cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là

$6.3!.5!$.

Gọi A là biến cố “Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền”.

$$n(A) = 4! \cdot 6! - 6 \cdot 3! \cdot 5! = 12960 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{12960}{10!} = \frac{1}{280}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1}{280}$.

Câu 160: Một lớp học có 30 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn một ban cán sự lớp gồm có 3 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự lớp có cả nam và nữ.

- A. $\frac{435}{988}$. B. $\frac{135}{988}$. C. $\frac{285}{494}$. D. $\frac{5750}{9880}$.

Lời giải

- ♦ Ta có $n(\Omega) = C_{40}^3$.
- ♦ Gọi A là biến cố: “3 học sinh trong ban cán sự lớp có cả nam và nữ”
- ♦ $n(A) = C_{30}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{10}^1$
- ♦ $P(A) = \frac{C_{30}^1 \cdot C_{10}^2 + C_{30}^2 \cdot C_{10}^1}{C_{40}^3} = \frac{15}{26} = \frac{285}{494}$

Câu 161: Một chiếc tàu lửa dừng tại một sân ga có 3 toa nhận khách, có 4 hành khách lên 3 toa một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất sao cho mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu.

- A. $\frac{8}{9}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{8}{27}$. D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Số cách lên toa của mỗi khách là 3, nên số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 3^4 = 81$.

Gọi A là biến cố: “Mỗi toa đều nhận ít nhất một khách vừa lên tàu”.

Ta có 3 trường hợp sau:

TH1: 2 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 1 người lên toa 3. Có số cách chọn là $C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 = 12$.

TH2: 1 người lên toa 1, 2 người lên toa 2, 1 người lên toa 3. Có số cách chọn là $C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 = 12$.

TH3: 1 người lên toa 1, 1 người lên toa 2, 2 người lên toa 3. Có số cách chọn là $C_4^2 \cdot C_2^1 \cdot C_1^1 = 12$.

Số phần tử của biến cố A là: $n(A) = 3 \cdot 12 = 36$.

Xác suất biến cố A là: $P(A) = \frac{36}{81} = \frac{4}{9}$.

Câu 162: Một chiếc hộp có 25 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 25. Rút ngẫu nhiên 8 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 8 tấm thẻ được chọn có số tấm thẻ mang số lẻ nhiều hơn số tấm thẻ chẵn và trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6.

- A. 0,38. B. 0,19. C. 0,26. D. 0,42.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{25}^8$.

Gọi A là biến cố “Trong 8 tấm thẻ được chọn có số tấm thẻ mang số lẻ nhiều hơn số tấm thẻ chẵn và trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 6”.

Từ 1 đến 25 chia thành các tập hợp:

+Tập B gồm các số chia hết cho 6, $n(B) = 4$.

+ Tập C gồm các số lẻ, $n(C) = 13$.

+ Tập D gồm các số chẵn và không chia hết cho 6, $n(D) = 8$.

Để rút được các tấm thẻ thỏa mãn bài toán, xét các trường hợp:

Trường hợp 1: 1 số thuộc B , 7 số thuộc C , có $C_4^1 \cdot C_{13}^7$ cách.

Trường hợp 2: 1 số thuộc B , 1 số thuộc D , 6 số thuộc C , có $C_4^1 \cdot C_8^1 \cdot C_{13}^6$ cách.

Trường hợp 3: 1 số thuộc B , 2 số thuộc D , 5 số thuộc C , có $C_4^1 \cdot C_8^2 \cdot C_{13}^5$ cách.

Theo quy tắc cộng, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là:

$$n(A) = C_4^1 \cdot C_{13}^7 + C_4^1 \cdot C_8^1 \cdot C_{13}^6 + C_4^1 \cdot C_8^2 \cdot C_{13}^5 = 205920.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{205920}{C_{25}^8} \approx 0,19.$$

Câu 163: Trong bộ môn Toán, thầy giáo có 40 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 15 câu hỏi trung bình, 20 câu hỏi dễ. Một ngân hàng đề thi mỗi đề thi có 7 câu hỏi được chọn từ 40 câu hỏi đó. Tính xác suất để chọn được đề thi từ ngân hàng đề nói trên nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi và số câu hỏi dễ không ít hơn 4.

A. $\frac{3}{5}$.

B. $\frac{915}{3848}$.

C. $\frac{4}{5}$.

D. $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn 7 câu hỏi từ 40 câu hỏi có C_{40}^7 cách chọn nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{40}^7 = 3848$.

Gọi A là biến cố “Đề nhất thiết phải có đủ 3 loại câu hỏi và số câu hỏi dễ không ít hơn 4”.

TH1: chọn 4 dễ, 2 khó, 1 trung bình có $C_{20}^4 \cdot C_5^2 \cdot C_{15}^1$.

TH2: chọn 4 dễ, 1 khó, 2 trung bình có $C_{20}^4 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^2$.

TH3: chọn 5 dễ, 1 khó, 1 trung bình có $C_{20}^5 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^1$.

$$\text{Ta có } n(A) = C_{20}^4 \cdot C_5^2 \cdot C_{15}^1 + C_{20}^4 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^2 + C_{20}^5 \cdot C_5^1 \cdot C_{15}^1 = 915.$$

$$\text{Xác suất cần tìm là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{915}{3848}.$$

Câu 164: Cho đa giác đều có 15 đỉnh, gọi M là tập tất cả các tam giác có ba đỉnh là ba đỉnh của đa giác đã cho. Chọn ngẫu nhiên một tam giác thuộc tập M . Xác suất để chọn được một tam giác cân nhưng không phải tam giác đều bằng

A. $\frac{3}{11}$.

B. $\frac{20}{91}$.

C. $\frac{18}{91}$.

D. $\frac{3}{13}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^3 = 455$.

Gọi A là biến cố “Chọn được một tam giác cân nhưng không phải tam giác đều”.

Số tam giác đều được tạo thành từ đa giác đều có 15 đỉnh là 5 tam giác.

Số tam giác cân được tạo thành là:

+Chọn một đỉnh $A_i (i = 1, \dots, 15)$ và một đường kính đi qua đỉnh có 15 cách.

+Số tam giác cân có một đỉnh A_i là 7 tam giác.

Vậy có $15.7 - 5.2 = 95$ tam giác cân.

Suy ra $n(A) = 95 - 5 = 90$.

$$\text{Vậy, } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{18}{91}.$$

Câu 165: Có hai hộp A và B , hộp A chứa 6 viên bi trắng và 4 viên bi đen. Hộp B chứa 7 viên bi trắng và 3 viên bi đen. Người ta lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp A bỏ vào hộp B rồi sau đó từ hộp B lấy ngẫu nhiên ra hai viên bi. Tính xác suất để hai viên bi lấy được từ hộp B là hai viên bi trắng.

A. $\frac{59}{65}$.

B. $\frac{21}{55}$.

C. $\frac{49}{55}$.

D. $\frac{126}{275}$.

Lời giải

Gọi Ω là không gian mẫu.

Có 10 cách lấy ra 1 viên bi từ hộp A . Khi bỏ viên bi lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trong hộp B là 11. Khi đó có C_{11}^2 cách lấy 2 viên bi từ hộp B . Do đó ta có $n(\Omega) = 10C_{11}^2$.

Gọi X là biến cố: “Lấy được từ hộp B hai viên bi trắng”.

Trường hợp 1: Lấy được bi đen từ hộp A bỏ vào hộp B .

Có 4 cách lấy ra một viên bi đen từ hộp A sau khi bỏ viên bi đen lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B vẫn là 7. Khi đó có C_7^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B .

Trường hợp 2: Lấy được bi trắng từ hộp A bỏ vào hộp B .

Có 6 cách lấy ra một viên bi trắng từ hộp A sau khi bỏ viên bi trắng lấy từ hộp A vào hộp B thì số bi trắng trong hộp B là 8. Khi đó có C_8^2 cách lấy 2 viên bi trắng từ hộp B .

Vậy $n(X) = 4C_7^2 + 6C_8^2$ cách lấy theo yêu cầu bài ra.

$$\text{Do đó xác suất cần tính là } P(X) = \frac{4C_7^2 + 6C_8^2}{10C_{11}^2} = \frac{126}{275}.$$

Câu 166: Trong buổi sinh hoạt nhóm của lớp, tổ một có 12 học sinh gồm 4 học sinh nữ trong đó có Dung và 8 học sinh nam trong đó có Hải. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm gồm 4 học sinh và phải có ít nhất 1 học sinh nữ. Tính xác suất để Dung và Hải thuộc cùng một nhóm.

A. $\frac{5}{16}$.

B. $\frac{11}{16}$.

C. $\frac{3}{16}$.

D. $\frac{7}{16}$.

Lời giải

Do có 4 nữ vào 3 nhóm mà nhóm nào cũng có nữ nên số nữ ở các nhóm là 2, 1, 1.

Số cách chọn 2 nữ và 2 nam vào một nhóm: $C_4^2 \cdot C_8^2$. Số cách chia 6 nam và 2 nữ còn lại vào 2

$$\text{nhóm: } \frac{C_2^1 \cdot C_6^3}{2!}.$$

$$\text{Do đó, số cách chia tổ thành 3 nhóm mà nhóm nào cũng có nữ: } n(\Omega) = C_4^2 \cdot C_8^2 \cdot \frac{C_2^1 \cdot C_6^3}{2!} = 3360.$$

Xét các cách chia mà Dung và Hải vào cùng một nhóm.

Trường hợp 1: Dung và Hải thuộc nhóm mà có 2 nữ.

Lời giải

Số tam giác được tạo thành là $C_{12}^3 \Rightarrow n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố cần tìm $\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố chọn được 3 đỉnh tạo thành tam giác có ít nhất 1 cạnh là cạnh của đa giác.

TH1:

Số tam giác có chung 1 cạnh với đa giác là $12C_8^1 = 96$.

TH2:

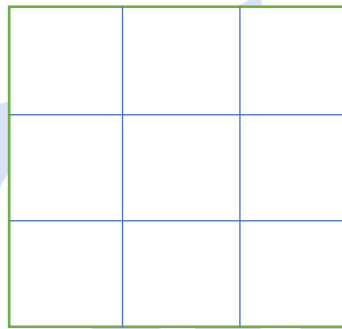
Số tam giác có chung 2 cạnh với đa giác là 12.

$$\Rightarrow n(\bar{A}) = 96 + 12 = 108 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{108}{220} = \frac{27}{55}$$

Vậy xác suất để được tam giác không có chung cạnh với đa giác là

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{27}{55} = \frac{28}{55}.$$

Câu 169: Cho một bảng gồm 9 ô vuông đơn vị như hình bên. Một em bé cầm 4 hạt đậu đặt ngẫu nhiên vào 4 ô vuông đơn vị trong bảng. Xác suất để bất kì hàng nào và cột nào của bảng cũng có hạt đậu bằng



A. $\frac{3}{14}$.

B. $\frac{5}{14}$.

C. $\frac{3}{7}$.

D. $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^4$.

Biến cố A : “Bất kì hàng nào cột nào của bảng cũng có hạt đậu”.

Biến cố đối $\bar{A}$: “Có hàng hoặc cột không có hạt đậu”.

Trường hợp 1: Có cột không có hạt đậu.

Chọn cột không có hạt đậu, có 3 cách chọn.

Chọn ô xếp đậu cho 4 hạt đậu ở 6 ô còn lại, có C_6^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân, có $3 \cdot C_6^4$ cách xếp.

Trường hợp 2: Có hàng không có hạt đậu nhưng các cột đều có hạt đậu.

Chọn hàng không có hạt đậu, có 3 cách chọn.

Chọn ô xếp đậu cho 4 hạt đậu ở 6 ô còn lại, nhưng cần loại đi các trường hợp có cột trống, có $C_6^4 - 3$ cách chọn.

Theo quy tắc nhân, có $3 \cdot (C_6^4 - 3)$ cách xếp.

$$\text{Suy ra, } n(\bar{A}) = 3 \cdot C_6^4 + 3 \cdot (C_6^4 - 3). \text{ Vậy } P(A) = 1 - \frac{3 \cdot C_6^4 + 3 \cdot (C_6^4 - 3)}{C_9^4} = \frac{5}{14}.$$

A. $\frac{50}{81}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Suy ra $n(\bar{A}) = 4066272 + 2017 = 4068289$.

$$\text{Vậy } P = P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{4068289}{C_{2019}^3} = \frac{1365589680}{1369657969} = \frac{677040}{679057}.$$

Câu 172: Hai bạn Hoàng và Trung tham gia một buổi phỏng vấn tuyển dụng nhân sự. Người tuyển dụng đưa cho mỗi bạn một bộ câu hỏi thi gồm 10 câu hỏi khác nhau, được đựng trong 10 phong bì dán kín, có hình thức giống hệt nhau, mỗi phong bì đựng 1 câu hỏi; mỗi bạn chọn 3 phong bì trong đó để xác định câu hỏi thi của mình. Biết rằng bộ 10 câu hỏi thi dành cho hai bạn là như nhau, xác suất để 3 câu hỏi Hoàng chọn và 3 câu hỏi Trung chọn có ít nhất 1 câu hỏi giống nhau là

A. $\frac{7}{24}$.

B. $\frac{17}{24}$

C. $\frac{19}{40}$

D. $\frac{21}{40}$

Lời giải

Không gian mẫu là tập hợp gồm các cặp hai bộ 3 câu hỏi, mà ở vị trí thứ nhất của cặp là bộ 3 câu hỏi bạn Hoàng chọn và ở vị trí thứ hai của cặp là bộ 3 câu hỏi bạn Trung chọn.

□ Bạn Hoàng có C_{10}^3 cách chọn 3 câu hỏi từ bộ gồm 10 câu hỏi.

□ Bạn Trung có C_{10}^3 cách chọn 3 câu hỏi từ bộ gồm 10 câu hỏi.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega| = C_{10}^3 \cdot C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố “3 câu hỏi Hoàng chọn và 3 câu hỏi Trung chọn có ít nhất 1 câu hỏi giống nhau”. Thì khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “3 câu hỏi Hoàng chọn và 3 câu hỏi Trung chọn không giống nhau”

□ Giả sử Hoàng chọn trước nên có C_{10}^3 cách chọn 3 câu hỏi từ bộ gồm 10 câu hỏi.

□ Để Trung chọn khác Hoàng thì Trung phải chọn 3 trong 7 câu hỏi còn lại từ bộ 10 câu hỏi nên có C_7^3 cách chọn.

□ Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = C_{10}^3 \cdot C_7^3$.

□ Vậy xác suất cần tính $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n(\Omega) - n(\bar{A})}{|\Omega|} = \frac{C_{10}^3 \cdot C_{10}^3 - C_{10}^3 \cdot C_7^3}{C_{10}^3 \cdot C_{10}^3} = \frac{17}{24}$.